



## Chủ đề 3: DÒNG ĐIỆN XOAY CHIỀU

### I. CÁC GIÁ TRỊ TỨC THỜI CỦA DÒNG ĐIỆN XOAY CHIỀU

#### A. LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

+ Định luật Kiécxốp cho mạch RLC nối tiếp

$$u = u_R + u_L + u_C \quad (u, u_R, u_L, u_C \text{ là các giá trị tức thời})$$

+ Nếu điện áp hai mạch điện bất kì vuông pha nhau thì:

$$\left(\frac{u_1}{U_{01}}\right)^2 + \left(\frac{u_2}{U_{02}}\right)^2 = 1$$

+ Một số trường hợp đặc biệt:

- Đối với mạch thuần trở,  $u$  và  $I$  cùng pha nên:

$$\frac{i_1}{u_R} = \frac{I_0}{U_{0R}} = \frac{1}{R}$$

- Trong mạch R, L, C thì  $u_L$  và  $u_C$  luôn dao động ngược pha nên:

$$\frac{u_L}{u_C} = \frac{U_{0L}}{U_{0C}} = -\frac{Z_L}{Z_C}$$

- Trong mạch R, L, C thì  $u_L$  và  $u_C$  luôn vuông pha với dòng điện và với  $u_R$  nên

$$\left(\frac{u_R}{U_{0R}}\right)^2 + \left(\frac{u_L}{U_{0L}}\right)^2 = 1 \quad \text{và} \quad \left(\frac{i}{I_0}\right)^2 + \left(\frac{u_L}{U_{0L}}\right)^2 = 1$$

$$\left(\frac{u_R}{U_{0R}}\right)^2 + \left(\frac{u_C}{U_{0C}}\right)^2 = 1 \quad \text{và} \quad \left(\frac{i}{I_0}\right)^2 + \left(\frac{u_C}{U_{0C}}\right)^2 = 1$$

#### B. BÀI TẬP VẬN DỤNG

**Câu 1.** Đặt điện áp xoay chiều vào hai đầu đoạn mạch gồm điện trở thuần, cuộn cảm thuần và tụ điện mắc nối tiếp. Biết cảm kháng của cuộn cảm bằng 3 lần dung kháng của tụ điện. Tại thời điểm  $t$ , điện áp tức thời giữa hai đầu điện trở và điện áp tức thời giữa hai đầu tụ điện có giá trị tương ứng là 60 V và 20 V. Khi đó điện áp tức thời giữa hai đầu đoạn mạch là

A.  $20\sqrt{13}$  V.

B.  $10\sqrt{13}$  V.

C. 140 V.

D. 20 V.

#### Hướng dẫn giải

+ Ta có: cảm kháng của cuộn cảm bằng 3 lần dung kháng của tụ điện nên

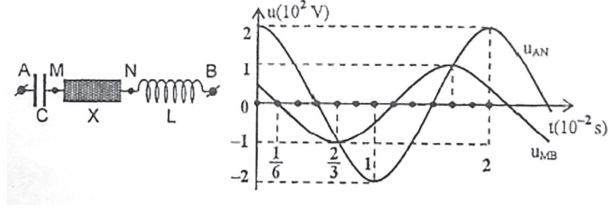
$$Z_L = 3Z_C \Rightarrow \frac{u_L}{u_C} = -\frac{Z_L}{Z_C} = -3 \Rightarrow u_L = -3u_C = -3.20 = -60(\text{V})$$

+ Áp dụng định luật Kiécxốp ta có:

$$u = u_R + u_L + u_C = 60 - 60 + 20 = 20(\text{V})$$

→ Chọn D.

**Câu 2.** Đặt điện áp xoay chiều ổn định vào hai đầu đoạn mạch AB mắc nối tiếp (hình vẽ). Biết tụ điện có dung kháng  $Z_C$ , cuộn cảm thuần có cảm kháng  $Z_L$  và  $3Z_L = 2Z_C$ . Đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc vào thời gian của điện áp giữa hai đầu đoạn mạch AN và điện áp giữa hai đầu đoạn mạch MB như hình vẽ. Điện áp hiệu dụng giữa hai điểm M và N là



- A. 173 V.      B. 86 V.      C. 122 V.      D. 102 V.

### Hướng dẫn giải

+ Từ đồ thị ta có:

$$\begin{cases} u_{AN} = 200 \cos(100\pi t) \text{ (V)} \\ u_{MB} = 100 \cos(100\pi t + \frac{\pi}{3}) \text{ (V)} \end{cases}$$

+ Theo đề bài:

$$3Z_L = 2Z_C \Rightarrow 3u_L = -2u_C \Rightarrow 3u_L + 2u_C = 0$$

+ Áp dụng định luật Kiecsop cho hai đoạn mạch AN và MB:

$$\begin{cases} u_{AN} = u_X + u_C \Rightarrow 2u_{AN} = 2u_X + 2u_C \\ u_{MB} = u_X + u_L \Rightarrow 3u_{AN} = 3u_X + 3u_L \end{cases}$$

Cộng hai vế của hai phương trình trên ta có:  $5u_X + \underbrace{3u_L + 2u_C}_0 = 2u_{AN} + 3u_{MB} \Rightarrow u_X = \frac{2u_{AN} + 3u_{MB}}{5}$

+ Dùng máy tính tổng hợp hai dao động  $u_{AN}$  và  $u_{MB}$  ta có:

$$u_X = \frac{2.200\angle 0 + 3.100\angle \frac{\pi}{3}}{5} = 20\sqrt{37}\angle 0,4413$$

$$\Rightarrow U_{0X} = 20\sqrt{37} \text{ (V)}$$

+ Điện áp hiệu dụng giữa hai đầu đoạn mạch X:  $U_X = \frac{U_{0X}}{\sqrt{2}} = \frac{20\sqrt{37}}{\sqrt{2}} \approx 86 \text{ (V)}$

→ Chọn B.

## II. MẠCH RLC CÓ R THAY ĐỔI

### A. LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

#### 1. Thay đổi R để công suất trong mạch cực đại.

$$R = |Z_L - Z_C|$$

Khi đó: 
$$P_{\max} = \frac{U^2}{2R_0} = \frac{U^2}{2|Z_L - Z_C|}$$

Hệ số công suất trong mạch khi công suất cực đại:

$$\cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + R^2}} \Rightarrow \cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \varphi = \pm \frac{\pi}{4}$$



\* Với mạch R-L-C có cuộn dây không thuần cảm ( $r \neq 0$ )

+ Công suất tiêu thụ trên toàn mạch cực đại

$$R + r = |Z_L - Z_C| \Leftrightarrow R = |Z_L - Z_C| - r$$

Khi đó:

$$P_{\max} = \frac{U^2}{2(R + r)} = \frac{U^2}{2|Z_L - Z_C|}$$

+ Công suất tiêu thụ trên biến trở R cực đại

$$\Leftrightarrow R = \frac{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}{R} \Rightarrow R = \sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}$$

Khi đó:

$$P_{R\max} = \frac{U^2}{2(R + r)} = \frac{U^2}{2(\sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2} + r)}$$

## 2. Hai giá trị khác nhau của R ( $R_1, R_2$ ) làm mạch có cùng công suất

Để tìm hai giá trị  $R_1$  và  $R_2$ , ta giải phương trình:

$$P = I^2 \cdot R = \frac{U^2 \cdot R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} \Rightarrow P \cdot R^2 + P \cdot (Z_L - Z_C)^2 = U^2 \cdot R$$

$$\Rightarrow P \cdot R^2 - U^2 \cdot R + P \cdot (Z_L - Z_C)^2 = 0 \quad (*)$$

Phương trình (\*) có nghiệm khi:

$$\Delta = b^2 - 4ac \geq 0 \Rightarrow (U^2)^2 - 4 \cdot P \cdot P \cdot (Z_L - Z_C)^2 \geq 0$$

$$\Rightarrow P \leq \frac{U^2}{2|Z_L - Z_C|} \Rightarrow P \leq P_{\max}$$

Khi đó, phương trình (\*) có 2 nghiệm thỏa mãn:

$$R_1 + R_2 = \frac{b}{a} = \frac{U^2}{P} \quad (1) \quad \text{và} \quad R_1 \cdot R_2 = -\frac{c}{a} = (Z_L - Z_C)^2 \quad (2)$$

Công suất của mạch khi đó:

$$P = \frac{U^2}{R_1 + R_2} \quad (1') \quad \text{và} \quad R_1 \cdot R_2 = R_0^2 = (Z_L - Z_C)^2 \quad (2')$$

Công suất tiêu thụ cực đại trên mạch:

$$P_{\max} = \frac{U^2}{2R_0} = \frac{U^2}{2|Z_L - Z_C|} = \frac{U^2}{2\sqrt{R_1 R_2}} \quad (3)$$

Độ lệch pha khi  $R = R_1$  và khi  $R = R_2$

$$\tan \varphi_1 = \frac{Z_L - Z_C}{R_1} \Rightarrow \tan^2 \varphi_1 = \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R_1^2} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1^2} = \frac{R_2}{R_1}$$

Tương tự:

$$\tan^2 \varphi_2 = \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow \tan^2 \varphi_2 = \cot^2 \varphi_1 = \frac{R_1}{R_2}$$

$$\Rightarrow \boxed{|\varphi_1| + |\varphi_2| = \frac{\pi}{2}} \quad \text{hay} \quad \boxed{\cos^2 \varphi_1 + \cos^2 \varphi_2 = 1}$$

## B. BÀI TẬP VẬN DỤNG

**Câu 3.** Trong giờ thực hành một học sinh mắc nối tiếp một quạt điện xoay chiều với điện trở  $R$ , rồi mắc vào hai đầu mạch điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng 380 V. Biết quạt có các giá trị định mức 220 V – 88 W. Khi hoạt động đúng công suất định mức thì độ lệch pha giữa điện áp hai đầu quạt và dòng điện qua nó là  $\varphi$ , với  $\cos \varphi = 0,8$ . Để quạt hoạt động đúng công suất thì  $R$  có giá trị bằng bao nhiêu?

### Hướng dẫn giải

Coi quạt như một cuộn dây có điện trở thuần  $r$ , độ tự cảm  $L$ .

Quạt hoạt động đúng công suất nên:

Ta có: 
$$\begin{cases} P_{\text{dm.q}} = P_d = 88 \text{ W} \\ U_{\text{dm.q}} = U_d = 220 \text{ V} \end{cases}$$

$$P_d = U_d \cdot I_d \cdot \cos \varphi_d \Rightarrow I = I_d = \frac{88}{220 \cdot 0,8} = 0,5 \text{ A.}$$

Độ lệch pha trên cuộn dây:

$$\cos \varphi_d = 0,8 \Rightarrow \tan \varphi_d = \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \varphi_d}}{\cos \varphi_d} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{Z_L}{r} = \frac{3}{4} \quad (1)$$

Tổng trở của cuộn dây (quạt)

$$Z_d = \frac{U_d}{I} = 440 \Omega \Rightarrow \sqrt{r^2 + Z_L^2} = 440$$

Thế (1) vào ta có:

$$\sqrt{r^2 + \left(\frac{3}{4}r\right)^2} = 440 \Rightarrow r = \frac{4}{5} \cdot 440 = 352 \Omega \Rightarrow Z_L = \frac{3}{4}r = 264 \Omega$$

Tổng trở toàn mạch:

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{380}{0,5} = 760 \Omega \Rightarrow \sqrt{(R + r)^2 + Z_L^2} = 760$$

$$\Rightarrow R + 352 = \sqrt{760^2 - 264^2} = 713 \Rightarrow R = 361 \Omega$$

**Câu 4.** Mạch điện xoay chiều gồm ba phần tử, điện trở thuần  $R$ , cuộn cảm thuần  $L$  và tụ điện  $C$  mắc nối tiếp. Điện trở  $R$  thay đổi được. Đặt vào hai đầu đoạn mạch điện áp xoay chiều. Điều chỉnh  $R$ , khi  $R = R_1 = 18 \Omega$  thì công suất trên mạch là  $P_1$ , khi  $R = R_2 = 8 \Omega$  thì công suất  $P_2$ , biết  $P_1 = P_2$  và  $Z_C > Z_L$ . Khi  $R = R_3$  thì công suất tiêu thụ trên mạch đạt cực đại. Biểu thức cường độ dòng điện qua mạch khi  $R = R_3$  là

### Hướng dẫn giải



Công suất tiêu thụ trong mạch:

$$P = I^2 \cdot R = \frac{U^2 \cdot R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} \Leftrightarrow U^2 \cdot R = P \cdot R^2 + P \cdot (Z_L - Z_C)^2$$

$$\Leftrightarrow P \cdot R^2 - U^2 \cdot R + P \cdot (Z_L - Z_C)^2 = 0 (*)$$

Ứng với 2 giá trị của R thì mạch có cùng công suất nên phương trình (\*) có hai nghiệm phân biệt. Áp dụng hệ thức Vi-et, ta có:

$$R_1 \cdot R_2 = \frac{c}{a} = (Z_L - Z_C)^2 \quad (1)$$

Khi  $R = R_3$  thì công suất tiêu thụ trên mạch đạt cực đại, khi đó:

$$R_3^2 = (Z_L - Z_C)^2 \quad (2)$$

Từ (1) và (2), ta có:

$$R_3^2 = (Z_L - Z_C)^2 = R_1 \cdot R_2 = 144 \, \Omega$$

Cường độ dòng điện trong mạch khi đó:

$$I_3 = \frac{U}{\sqrt{R_3^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{120}{\sqrt{144 + 144}} = \frac{120}{12\sqrt{2}} = 5\sqrt{2} \, (A).$$

$$\Rightarrow I_{03} = I_3 \cdot \sqrt{2} = 10 \, A.$$

Độ lệch pha giữa điện áp và dòng điện trong mạch:

$$\tan \varphi_3 = \frac{Z_L - Z_C}{R_3} = -1 \quad (\text{Do } Z_C > Z_L)$$

$$\Rightarrow \varphi_3 = -\frac{\pi}{4} \Rightarrow \varphi_{i_3} = \varphi_u - \varphi_3 = 0 - (-\frac{\pi}{4}) = \frac{\pi}{4}$$

Biểu thức cường độ dòng điện trong mạch:

$$i = 10 \cos(100\pi t + \frac{\pi}{4}) \, (A).$$

**Câu 5.** Đặt điện áp ổn định có giá trị hiệu dụng U vào hai đầu đoạn mạch gồm một cuộn dây không thuần cảm có điện trở thuần  $r = 10 \, \Omega$ , tụ điện có điện dung C và biến trở R. Độ lệch pha giữa u và dòng điện trong mạch ứng với các giá trị  $R_1 = 260 \, \Omega$  hoặc  $R_2 = 120 \, \Omega$  lần lượt là  $\varphi_1$  và  $\varphi_2$ . Đồng thời công suất mà mạch tiêu thụ tương ứng là  $P_1$  và  $P_2$ . Biết  $\varphi_1 + \varphi_2 = 90^\circ$  và  $P_1 = 100 \, W$ . Điện áp hiệu dụng U có giá trị là:

A. 200 V

B. 100 V

C. 150 V

D. 250 V

### Hướng dẫn giải

Ta thấy khi mạch có cùng công suất thì  $|\varphi_1| + |\varphi_2| = 90^\circ$ . Nên với bài toán trên, hai giá trị R này làm mạch có cùng công suất ( $P_1 = P_2$ ), khi đó:

$$(R_1 + r) + (R_2 + r) = \frac{U^2}{P} \quad (P = P_1 = P_2)$$

Với nhận xét này ta có thể tính kết quả nhanh hơn.

Ta có:  $\varphi_1 + \varphi_2 = 90^\circ$  nên:

$$\cos^2 \varphi_1 + \cos^2 \varphi_2 = 1 \Leftrightarrow \frac{(R_1 + r)^2}{(R_1 + r)^2 + (Z_L - Z_C)^2} + \frac{(R_2 + r)^2}{(R_2 + r)^2 + (Z_L - Z_C)^2} = 1$$

Quy đồng và triệt tiêu các đại lượng giống nhau ở hai vế ta được:

$$(R_1 + r)^2 \cdot (R_2 + r)^2 = (Z_L - Z_C)^4 \Leftrightarrow (R_1 + r) \cdot (R_2 + r) = (Z_L - Z_C)^2 \quad (1)$$

Công suất tiêu thụ của mạch khi  $R = R_1$ :

$$P_1 = I_1^2 \cdot (R_1 + r) = \frac{U^2 \cdot (R_1 + r)}{(R_1 + r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}$$

Thay (1) vào ta được:

$$P_1 = \frac{U^2 \cdot (R_1 + r)}{(R_1 + r)^2 + (R_1 + r) \cdot (R_2 + r)} = \frac{U^2}{(R_1 + r) + (R_2 + r)}$$

Điện áp hiệu dụng giữa hai đầu đoạn mạch:

$$U = \sqrt{P_1 \cdot [(R_1 + r) + (R_2 + r)]} = \sqrt{100[(260 + 10) + (120 + 10)]} = 200 \text{ V}$$

→ Chọn A.

### III. MẠCH RLC CÓ L THAY ĐỔI

#### A. LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

##### 1. L thay đổi để mạch có công suất cực đại (mạch có cộng hưởng)

– Cuộn dây thuần cảm, các giá trị  $R$ ,  $C$  không đổi.

– Công suất tiêu thụ của mạch:

$$P = I^2 \cdot R = \frac{U^2 \cdot R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$$

– Để công suất tiêu thụ trong mạch cực đại thì:

$$(Z_L - Z_C)_{\min} \Rightarrow Z_L = Z_C \Rightarrow L = \frac{1}{\omega^2 C}$$

– Khi  $Z_L = Z_C$  thì mạch có cộng hưởng nên khi đó:

+ Tổng trở trong mạch có giá trị cực tiểu:

$$Z = Z_{\min} = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = R$$

+ Cường độ hiệu dụng trong mạch đạt giá trị cực đại

$$I = I_{\max} = \frac{U}{R}$$

+ Công suất trong mạch đạt cực đại:

$$P_{\max} = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{R}$$

+ Điện áp giữa hai đầu điện trở cực đại và bằng điện áp toàn mạch:

$$U_L = U_C \Rightarrow U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = U_R$$

+ Điện áp giữa hai đầu đoạn mạch cùng pha với cường độ dòng điện trong mạch

$$\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = 0 \Rightarrow \varphi = 0$$



## 2. Hai giá trị của $L$ ( $L_1, L_2$ ) làm mạch có cùng công suất

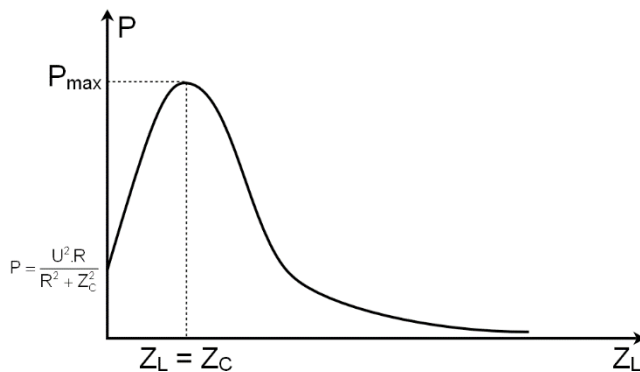
– Hai giá trị cảm kháng làm cho mạch có cùng công suất nên:

$$\begin{aligned} P_1 = P_2 &\Leftrightarrow I_1^2 \cdot R = I_2^2 \cdot R \Leftrightarrow I_1^2 = I_2^2 \\ \Rightarrow \frac{U^2}{R^2 + (Z_{L1} - Z_C)^2} &= \frac{U^2}{R^2 + (Z_{L2} - Z_C)^2} \Rightarrow (Z_{L1} - Z_C)^2 = (Z_{L2} - Z_C)^2 \\ \Rightarrow \begin{cases} Z_{L1} - Z_C = Z_{L2} - Z_C \\ Z_{L1} - Z_C = -(Z_{L2} - Z_C) \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} Z_{L1} = Z_{L2} \quad (L) \\ 2Z_C = Z_{L1} + Z_{L2} \end{cases} \end{aligned}$$

+ Hai giá trị cảm kháng làm mạch có cùng công suất thỏa mãn:

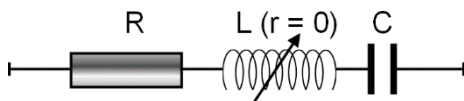
$$Z_C = Z_{L0} = \frac{Z_{L1} + Z_{L2}}{2} \quad (Z_{L0} \text{ là giá trị làm mạch có } P_{\max})$$

\* Sự biến thiên của công suất theo độ tự cảm  $L$



## 3. $L$ biến thiên để $U_{L\max}$

Xét một mạch điện như hình vẽ, cuộn dây hoàn toàn thuần cảm.



– Điện áp giữa hai đầu cuộn cảm thuần:  $U_L = I \cdot Z_L = \frac{U \cdot Z_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$

– Chia cả tử và mẫu cho  $Z_L$ , ta có:

$$U_L = \frac{U}{\frac{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}{Z_L}} = \frac{U}{\sqrt{\frac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{Z_L^2}}}$$

– Đặt:

$$\begin{aligned} y &= \frac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{Z_L^2} = \frac{R^2 + Z_L^2 - 2Z_L Z_C + Z_C^2}{Z_L^2} = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_L^2} - \frac{2Z_C}{Z_L} + 1 \\ &= (R^2 + Z_C^2) \cdot x^2 - 2Z_C \cdot x + 1 \quad \left(x = \frac{1}{Z_L}\right) \end{aligned}$$

– Điện áp  $U_L$  đạt cực đại khi  $y$  đạt giá trị nhỏ nhất, khi đó:

$$y' = 0 \Rightarrow 2(R^2 + Z_C^2).x - 2Z_C = 0 \Rightarrow x = \frac{Z_C}{R^2 + Z_C^2} \text{ hay } \boxed{Z_L = \frac{1}{x} = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C}}$$

– Thay  $Z_L$  vào biểu thức  $U_L$ , ta có:

$$U_{L\max} = \frac{U_R^2 + U_C^2}{U_C} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R}$$

\* **Hệ quả khi  $U_{L\max}$**

– Giảm đồ pha (hình bên)

$$\text{Ta có: } R, Z_C \text{ không đổi nên: } \tan \varphi_0 = \frac{U_R}{U_C} = \frac{R}{Z_C} = \text{const} \Rightarrow \varphi_0 = \text{const}$$

Áp dụng định lí hàm sin cho  $\Delta OAB$ , ta có:

$$\frac{OA}{\sin B} = \frac{AB}{\sin O} \Leftrightarrow \frac{U}{\sin \varphi_0} = \frac{U_L}{\sin O} \Leftrightarrow U_L = \frac{U \cdot \sin O}{\sin \varphi_0} \quad (1)$$

Từ (1) ta có  $U_{L\max}$  khi và chỉ khi:  $\sin O = 1$  hay  $\vec{U} \perp \vec{U}_{RC}$

**Vậy khi  $U_{L\max}$  thì  $u_{RC}$  vuông pha với  $u$**

Hiệu điện thế giữa hai đầu đoạn mạch nhanh pha hơn  $u_{RC}$  một góc  $90^\circ$

– Khi  $\vec{U} \perp \vec{U}_{RC}$  ( $\Delta OAB$  vuông tại  $O$ ) ta có:

$$\begin{cases} U_L^2 = U^2 + U_{RC}^2 = U^2 + U_R^2 + U_C^2 \\ \frac{1}{U_R^2} = \frac{1}{U^2} + \frac{1}{U_{RC}^2} \end{cases} \text{ và } \begin{cases} R^2 = Z_C(Z_L - Z_C) \\ Z^2 = Z_L(Z_L - Z_C) \end{cases} \text{ hay } \frac{Z_L}{Z_C} = \frac{Z^2}{R^2}$$

#### 4. Hai giá trị $L_1 \neq L_2$ làm cho hai đầu cuộn dây có cùng $U_L$ .

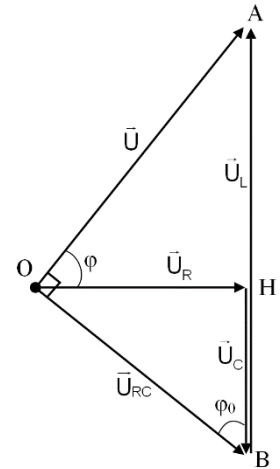
– Hai giá trị cảm kháng làm điện áp hai đầu cuộn dây có cùng giá trị nên:

$$\begin{aligned} U_{L1} = U_{L2} &\Rightarrow \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_{L1} - Z_C)^2}} \cdot Z_{L1} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_{L2} - Z_C)^2}} \cdot Z_{L2} \\ &\Rightarrow [R^2 + (Z_{L2} - Z_C)^2] \cdot Z_{L1}^2 = [R^2 + (Z_{L1} - Z_C)^2] \cdot Z_{L2}^2 \\ &\Rightarrow (R^2 + Z_C^2) \cdot Z_{L1}^2 - 2Z_{L2} \cdot Z_C \cdot Z_{L1} + \cancel{Z_{L1}^2 \cdot Z_{L2}^2} = (R^2 + Z_C^2) \cdot Z_{L2}^2 - 2Z_{L1} \cdot Z_C \cdot Z_{L2} + \cancel{Z_{L1}^2 \cdot Z_{L2}^2} \\ &\Rightarrow (R^2 + Z_C^2)(Z_{L1}^2 - Z_{L2}^2) = 2Z_{L1} \cdot Z_{L2} \cdot Z_C (Z_{L1} - Z_{L2}) \end{aligned}$$

Do  $Z_{L1} \neq Z_{L2}$  Chia cả hai vế cho  $Z_{L1} - Z_{L2}$  ta có:

$$\begin{aligned} (R^2 + Z_C^2)(Z_{L1} + Z_{L2}) \cdot \cancel{(Z_{L1} - Z_{L2})} &= 2Z_{L1} \cdot Z_{L2} \cdot Z_C \cdot \cancel{(Z_{L1} - Z_{L2})} \\ \Rightarrow \frac{Z_{L1} + Z_{L2}}{Z_{L1} \cdot Z_{L2}} &= 2 \cdot \frac{Z_C}{R^2 + Z_C^2} \Rightarrow \boxed{\frac{1}{Z_{L1}} + \frac{1}{Z_{L2}} = \frac{2}{Z_{L0}} = 2 \cdot \frac{Z_C}{R^2 + Z_C^2}} \end{aligned}$$

(Với  $Z_{L0}$  là giá trị làm  $U_{L\max}$ )

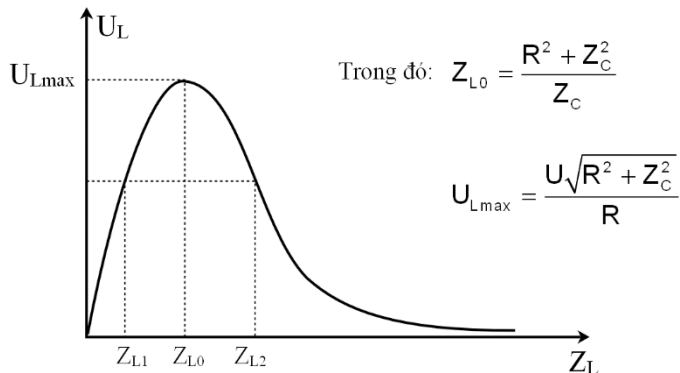


Giảm đồ pha khi  $U_{L\max}$





\* Khảo sát  $U_L$  theo cảm kháng ( $Z_L$ )



## B. BÀI TẬP VẬN DỤNG

**Câu 6.** Cho đoạn mạch xoay chiều AB mắc theo thứ tự R, C, L. Trong đó L là một cuộn cảm thuần, giá trị của L có thể thay đổi được. Gọi M là điểm giữa C và L. Điều chỉnh giá trị của L để điện áp hiệu dụng trên cuộn cảm đạt giá trị cực đại. Điện áp tức thời giữa hai đầu AM và AB tại thời điểm  $t_1$  là 15 V và  $20\sqrt{3}V$ , tại thời điểm  $t_2$  là  $15\sqrt{2}V$  và  $20\sqrt{2}V$ . Tính điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn cảm:

### Hướng dẫn giải

Sử dụng hệ quả của bài toán  $U_{Lmax}$ : Khi  $U_{Lmax}$  thì điện áp  $u_{RC}$  ( $u_{AM}$ ) vuông pha với điện áp hai đầu toàn mạch  $u$  ( $u_{AB}$ ).

Áp dụng tính chất của hai mạch vuông pha, ta có:

$$\left(\frac{u_{AM}}{U_{0AM}}\right)^2 + \left(\frac{u_{AB}}{U_{0AB}}\right)^2 = 1$$

Đặt  $\frac{1}{U_{0AM}^2} = X$ ;  $\frac{1}{U_{0AB}^2} = Y$ . Ta có:  $u_{AM}^2 \cdot X + u_{AB}^2 \cdot Y = 1$

Tại thời điểm  $t_1$

$$15^2 \cdot X + (20\sqrt{3})^2 \cdot Y = 1 \Leftrightarrow 225 \cdot X + 1200 \cdot Y = 1 \quad (1)$$

Tại thời điểm  $t_2$

$$(15\sqrt{2})^2 \cdot X + (20\sqrt{2})^2 \cdot Y = 1 \Leftrightarrow 450 \cdot X + 800 \cdot Y = 1 \quad (2)$$

Từ (1) và (2), ta có:

$$\begin{cases} 225 \cdot X + 1200 \cdot Y = 1 \\ 450 \cdot X + 800 \cdot Y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} X = \frac{1}{900} \\ Y = \frac{1}{1600} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} U_{0AM} = \sqrt{\frac{1}{X}} = 30 \text{ (V)} \\ U_{0AB} = \sqrt{\frac{1}{Y}} = 40 \text{ (V)} \end{cases}$$

Điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn cảm khi đó cực đại nên:

$$U_{Lmax} = \frac{U_R^2 + U_C^2}{U_C} \Rightarrow U_{0L} = \frac{U_{0R}^2 + U_{0C}^2}{U_{0C}} \Rightarrow U_{0R}^2 + U_{0C}^2 = U_{0L} \cdot U_{0C} \quad (3)$$

Điện áp hai đầu mạch AM:

$$U_{0AM} = \sqrt{U_{0R}^2 + U_{0C}^2} = 30 \Rightarrow U_{0R}^2 + U_{0C}^2 = U_{0L} \cdot U_{0C} = 900 \quad (4)$$

Điện áp hai đầu mạch AB

$$\begin{aligned} U_{0AB} &= \sqrt{U_{0R}^2 + (U_{0L} - U_{0C})^2} \Rightarrow U_{0R}^2 + U_{0L}^2 - 2 \cdot U_{0L} \cdot U_{0C} + U_{0C}^2 = 1600 \\ \Rightarrow (U_{0R}^2 + U_{0C}^2) - 2 \cdot (U_{0L} \cdot U_{0C}) + U_{0L}^2 &= 1600 \quad (5) \end{aligned}$$

Thay (3) và (4) vào (5) ta có:

$$900 - 2 \cdot 900 + U_{0L}^2 = 1600 \Rightarrow U_{0L}^2 = 2500 \Rightarrow U_{0L} = 50 \text{ (V)}$$

Điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn cảm:

$$U_L = \frac{U_{0L}}{\sqrt{2}} = \frac{50}{\sqrt{2}} = 25\sqrt{2} \text{ (V)}$$

**Câu 7.** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos(\omega t)$  ( $U_0$  và  $\omega$  không đổi) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở  $R$ , tụ điện có điện dung  $C$ , cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$  thay đổi được. Khi  $L = L_1$  và  $L = L_2$ ; điện áp hiệu dụng ở hai đầu cuộn cảm có cùng giá trị; độ lệch pha của điện áp ở hai đầu đoạn mạch so với cường độ dòng điện lần lượt là  $0,52 \text{ rad}$  và  $1,05 \text{ rad}$ . Khi  $L = L_0$ ; điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn cảm đạt cực đại; độ lệch pha của điện áp ở hai đầu đoạn mạch so với cường độ dòng điện là  $\varphi$ . Giá trị của  $\varphi$  gần giá trị nào nhất sau đây?

- A.  $1,57 \text{ rad}$ .      B.  $0,83 \text{ rad}$ .      C.  $0,26 \text{ rad}$ .      D.  $0,41 \text{ rad}$ .

### Hướng dẫn giải

Khi  $L = L_1$ , độ lệch pha của điện áp hai đầu đoạn mạch so với dòng điện:

$$\begin{aligned} \varphi_1 = 0,52(\text{rad}) &= \frac{0,52 \cdot 180}{\pi} \approx 30^\circ \\ \tan \varphi_1 &= \frac{Z_{L1} - Z_C}{R} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow Z_{L1} = Z_C + \frac{R}{\sqrt{3}} \quad (1) \end{aligned}$$

Khi  $L = L_2$ , độ lệch pha của điện áp giữa hai đầu đoạn mạch so với dòng điện:

$$\begin{aligned} \varphi_2 = 1,05(\text{rad}) &= \frac{1,05 \cdot 180}{\pi} \approx 60^\circ \\ \tan \varphi_2 &= \frac{Z_{L2} - Z_C}{R} = \sqrt{3} \Rightarrow Z_{L2} = Z_C + R\sqrt{3} \quad (2) \end{aligned}$$

Điện áp hai đầu cuộn cảm ứng với  $L = L_1$  và  $L = L_2$  là như nhau nên:

$$\frac{1}{Z_{L1}} + \frac{1}{Z_{L2}} = \frac{2Z_C}{R^2 + Z_C^2} \Rightarrow \frac{Z_{L1} + Z_{L2}}{Z_{L1} \cdot Z_{L2}} = \frac{2Z_C}{R^2 + Z_C^2}$$

Thay (1) và (2) vào ta có:

$$\begin{aligned} (Z_C + \frac{R}{\sqrt{3}} + Z_C + R\sqrt{3})(R^2 + Z_C^2) &= 2Z_C \cdot (Z_C + \frac{R}{\sqrt{3}})(Z_C + R\sqrt{3}) \\ \Rightarrow (2Z_C + \frac{4R}{\sqrt{3}}) \cdot (R^2 + Z_C^2) &= 2Z_C(Z_C^2 + Z_C \cdot \frac{4R}{\sqrt{3}} + R^2) \\ \Rightarrow 2Z_C \cdot (R^2 + Z_C^2) + \frac{4R}{\sqrt{3}} \cdot (R^2 + Z_C^2) &= 2Z_C(Z_C^2 + R^2) + 2Z_C \cdot \frac{4R}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$



$$\Rightarrow \frac{4R}{\sqrt{3}} \cdot (R^2 + Z_C^2) = 2Z_C \cdot \frac{4R}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow R^2 + Z_C^2 = 2Z_C^2 \Rightarrow \boxed{R = Z_C}$$

Cảm kháng của mạch khi điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn cảm đạt cực đại:

$$Z_{L0} = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} = \frac{R^2 + R^2}{R} = 2R$$

Độ lệch pha của điện áp hai đầu đoạn mạch so với dòng điện khi  $U_{Lmax}$

$$\tan \varphi = \frac{Z_{L0} - Z_C}{R} = \frac{2R - R}{R} = 1 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4} \approx 0,785(\text{rad})$$

→ Giá trị của  $\varphi$  gần giá trị 0,83 nhất.

→ **Chọn B.**

## IV. MẠCH RLC CÓ C BIẾN THIÊN

### A. LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

#### 1. C thay đổi để mạch có công suất cực đại (mạch có cộng hưởng)

– Cuộn dây thuần cảm, các giá trị  $R$ ,  $L$  không đổi.

– Công suất tiêu thụ của mạch:

$$P = I^2 \cdot R = \frac{U^2 \cdot R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$$

– Để công suất tiêu thụ trong mạch cực đại thì:

$$(Z_L - Z_C)_{\min} \Rightarrow Z_L = Z_C \Rightarrow C = \frac{1}{\omega^2 L}$$

– Khi  $Z_L = Z_C$  thì mạch có cộng hưởng nên khi đó:

+ Tổng trở trong mạch có giá trị cực tiểu:

$$Z = Z_{\min} = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = R$$

+ Cường độ hiệu dụng trong mạch đạt giá trị cực đại

$$I = I_{\max} = \frac{U}{R}$$

+ Công suất trong mạch đạt cực đại:

$$P_{\max} = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{R}$$

+ Điện áp giữa hai đầu điện trở cực đại và bằng điện áp toàn mạch:

$$U_L = U_C \Rightarrow U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = U_R$$

+ Điện áp giữa hai đầu đoạn mạch cùng pha với cường độ dòng điện trong mạch

$$\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = 0 \Rightarrow \varphi = 0$$

## 2. Hai giá trị $C_1 \neq C_2$ làm cho mạch có cùng công suất.

– Hai giá trị dung kháng làm cho mạch có cùng công suất nên:

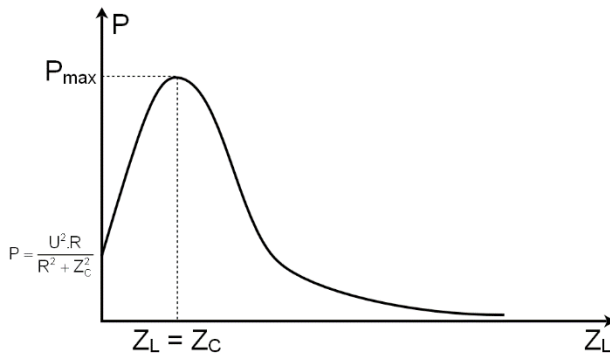
$$P_1 = P_2 \Leftrightarrow I_1^2 \cdot R = I_2^2 \cdot R \Leftrightarrow I_1^2 = I_2^2 \Rightarrow \frac{U^2}{R^2 + (Z_L - Z_{C1})^2} = \frac{U^2}{R^2 + (Z_L - Z_{C2})^2}$$

$$\Rightarrow (Z_L - Z_{C1})^2 = (Z_L - Z_{C2})^2 \Rightarrow \begin{cases} Z_L - Z_{C1} = Z_L - Z_{C2} \\ Z_L - Z_{C1} = -(Z_L - Z_{C2}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_{C1} = Z_{C2} \\ 2Z_L = Z_{C1} + Z_{C2} \end{cases}$$

- Hai giá trị dung kháng làm mạch có cùng công suất thỏa mãn:

$$Z_L = Z_{C0} = \frac{Z_{C1} + Z_{C2}}{2} \quad (Z_{C0} \text{ là giá trị làm mạch có } P_{\max})$$

\* Sự phụ thuộc của công suất vào dung kháng



## 3. C biến thiên để $U_{C_{\max}}$ .

– Đặt vào đoạn mạch một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng  $U$  và tần số  $f$  ổn định (không thay đổi).

– Điện áp giữa hai đầu tụ điện:  $U_C = I \cdot Z_C = \frac{U \cdot Z_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$

– Chia cả tử và mẫu cho  $Z_C$ , ta có:

$$U_C = \frac{U}{\frac{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}{Z_C}} = \frac{U}{\sqrt{\frac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{Z_C^2}}}$$

– Đặt:

$$y = \frac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{Z_C^2} = \frac{R^2 + Z_L^2 - 2Z_L Z_C + Z_C^2}{Z_C^2}$$

$$= \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_C^2} - \frac{2Z_L}{Z_C} + 1 = (R^2 + Z_L^2) \cdot x^2 - 2Z_L \cdot x + 1 \quad (x = \frac{1}{Z_C})$$

– Điện áp  $U_C$  đạt cực đại khi  $y$  đạt giá trị nhỏ nhất, khi đó:

$$y' = 0 \Rightarrow 2(R^2 + Z_L^2) \cdot x - 2Z_L = 0 \Rightarrow x = \frac{Z_L}{R^2 + Z_L^2} \text{ hay } \boxed{Z_C = \frac{1}{x} = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L}}$$



– Thay  $Z_C$  vào biểu thức  $U_C$ , ta có:

$$U_{C_{\max}} = \frac{U_R^2 + U_L^2}{U_L} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R}$$

**Hệ quả khi  $U_{C_{\max}}$ :**

– Giải đồ pha (hình bên)

Ta có:  $R, Z_L$  không đổi nên:

$$\tan \varphi_0 = \frac{U_R}{U_L} = \frac{R}{Z_L} = \text{const} \Rightarrow \varphi_0 = \text{const}$$

Áp dụng định lí hàm sin cho  $\Delta OAB$ , ta có:

$$\frac{OB}{\sin A} = \frac{AB}{\sin O} \Leftrightarrow \frac{U}{\sin \varphi_0} = \frac{U_C}{\sin O} \Leftrightarrow U_C = \frac{U \cdot \sin O}{\sin \varphi_0} \quad (1)$$

Từ (1) ta có:  $U_{C_{\max}}$  khi và chỉ khi:  $\sin O = 0$  hay  $\vec{U} \perp \vec{U}_{RL}$

**Vậy khi  $U_{C_{\max}}$  thì  $u_{RL}$  vuông pha với  $u$ .**

Hiệu điện thế giữa hai đầu đoạn mạch trễ pha hơn  $u_{RL}$  một góc  $90^\circ$

– Khi  $\vec{U} \perp \vec{U}_{RL}$  ( $\Delta OAB$  vuông tại  $O$ ) ta có:

$$\begin{cases} U_C^2 = U^2 + U_{RL}^2 = U^2 + U_R^2 + U_L^2 \\ \frac{1}{U_R^2} = \frac{1}{U^2} + \frac{1}{U_{RL}^2} \end{cases} \quad \text{và} \quad \begin{cases} R^2 = Z_L(Z_C - Z_L) \\ Z^2 = Z_C(Z_C - Z_L) \end{cases} \quad \text{hay} \quad \frac{Z_C}{Z_L} = \frac{Z^2}{R^2}$$

#### 4. Hai giá trị $C_1 \neq C_2$ làm cho hai đầu tụ điện có cùng $U_C$ .

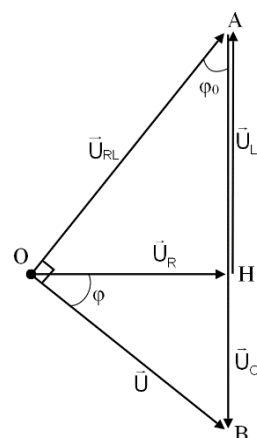
– Hai giá trị dung kháng làm điện áp hai đầu tụ điện có cùng giá trị nên:

$$\begin{aligned} U_{C_1} = U_{C_2} &\Rightarrow \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_{C_1})^2}} \cdot Z_{C_1} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_{C_2})^2}} \cdot Z_{C_2} \\ &\Rightarrow [R^2 + (Z_L - Z_{C_2})^2] \cdot Z_{C_1}^2 = [R^2 + (Z_L - Z_{C_1})^2] \cdot Z_{C_2}^2 \\ &\Rightarrow (R^2 + Z_L^2) \cdot Z_{C_1}^2 - 2Z_{C_2} \cdot Z_L \cdot Z_{C_1} + \cancel{Z_{C_1}^2 \cdot Z_{C_2}^2} = (R^2 + Z_L^2) \cdot Z_{C_2}^2 - 2Z_{C_1} \cdot Z_L \cdot Z_{C_2} + \cancel{Z_{C_1}^2 \cdot Z_{C_2}^2} \\ &\Rightarrow (R^2 + Z_L^2)(Z_{C_1}^2 - Z_{C_2}^2) = 2Z_{C_1} \cdot Z_{C_2} \cdot Z_L (Z_{C_1} - Z_{C_2}) \end{aligned}$$

Do  $Z_{C_1} \neq Z_{C_2} \Rightarrow$  Chia cả hai vế cho  $(Z_{C_1} - Z_{C_2})$  ta có:

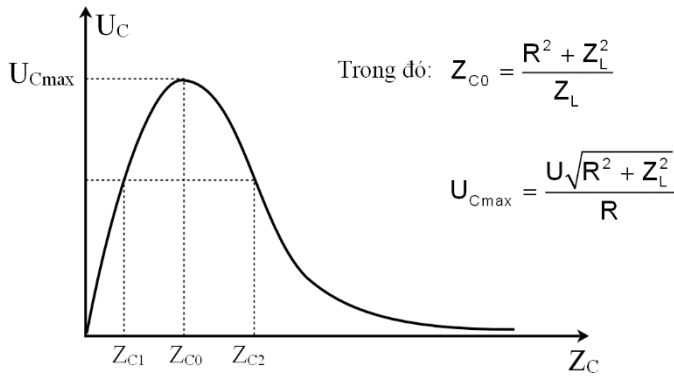
$$\begin{aligned} (R^2 + Z_L^2)(Z_{C_1} + Z_{C_2}) \cancel{(Z_{C_1} - Z_{C_2})} &= 2Z_{C_1} \cdot Z_{C_2} \cdot Z_L \cancel{(Z_{C_1} - Z_{C_2})} \\ \Rightarrow \frac{Z_{C_1} + Z_{C_2}}{Z_{C_1} \cdot Z_{C_2}} &= 2 \cdot \frac{Z_L}{R^2 + Z_L^2} \Rightarrow \boxed{\frac{1}{Z_{C_1}} + \frac{1}{Z_{C_2}} = \frac{2}{Z_{C_0}} = \frac{2 \cdot Z_L}{R^2 + Z_L^2}} \end{aligned}$$

(Với  $Z_{C_0}$  là giá trị làm  $U_{C_{\max}}$ )



Giải đồ pha khi  $U_{C_{\max}}$

Sự phụ thuộc  $U_C$  theo  $C$ :



## B. BÀI TẬP VẬN DỤNG

**Câu 8.** Đặt điện áp ( $U_0$  và  $\omega$  không đổi) vào hai đầu đoạn mạch xoay chiều nối tiếp gồm điện trở thuần, cuộn cảm thuần và tụ điện có điện dung điều chỉnh được. Khi dung kháng là  $100 \Omega$  thì công suất tiêu thụ của đoạn mạch đạt cực đại là  $100 \text{ W}$ . Khi dung kháng là  $200 \Omega$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện là  $100\sqrt{2} \text{ V}$ . Giá trị của điện trở thuần là:

A.  $100 \Omega$ .

B.  $150 \Omega$ .

C.  $160 \Omega$ .

D.  $120 \Omega$ .

### Hướng dẫn giải

+ Công suất tiêu thụ của đoạn mạch:

$$P = I^2 \cdot R = \frac{U^2 \cdot R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$$

Ta thấy  $P_{\max}$  khi và chỉ khi:

$$\left[ \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} \right]_{\min} \Leftrightarrow Z_L = Z_C = 100 \Omega$$

Công suất tiêu thụ của mạch khi đó:

$$P = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{R} \Rightarrow U = \sqrt{P \cdot R} = \sqrt{100 \cdot 100} = 100 \text{ V}$$

+ Khi dung kháng là  $200 \Omega$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện là

$$U_C = I \cdot Z_C = \frac{U \cdot Z_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$$

Thay số vào ta có:

$$U_C = I \cdot Z_C = \frac{U \cdot Z_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \Rightarrow 100\sqrt{2} = \frac{100 \cdot 200}{\sqrt{R^2 + (100 - 200)^2}}$$

$$\Leftrightarrow R^2 + 100^2 = 2 \cdot 100^2 \Leftrightarrow R = 100 \Omega$$

**Câu 9.** Mạch điện xoay chiều RLC ghép nối tiếp trong đó cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm  $L$  không đổi, điện trở thuần  $R$  không đổi và tụ điện có điện dung  $C$  thay đổi được. Mắc mạch vào mạng điện xoay chiều tần số  $f = 50 \text{ Hz}$ . Khi thay đổi  $C$  thì ứng với hai giá trị của  $C = C_1 = \frac{10^{-4}}{\pi} \text{ F}$



hay  $C = C_2 = \frac{10^{-4}}{3\pi} F$  thì mạch tiêu thụ cùng một công suất, nhưng cường độ dòng điện tức thời lệch pha nhau một góc  $\frac{2\pi}{3}$ . Tính giá trị của điện trở  $R$ ?

### Hướng dẫn giải

- Dung kháng trong mạch ứng với hai giá trị của điện dung:

$$Z_{C1} = \frac{1}{\omega C_1} = \frac{1}{100\pi \cdot \frac{10^{-4}}{\pi}} = 100 \, \Omega$$

$$Z_{C2} = \frac{1}{\omega C_2} = \frac{1}{100\pi \cdot \frac{10^{-4}}{3\pi}} = 300 \, \Omega$$

Cảm kháng của cuộn dây:

$$Z_L = \frac{Z_{C1} + Z_{C2}}{2} = \frac{100 + 300}{2} = 200 \, \Omega$$

Cường độ dòng điện tức thời trong 2 trường hợp lệch pha nhau góc  $\frac{2\pi}{3}$  nên:

$$\varphi_{i_2} - \varphi_{i_1} = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow (\varphi_{i_2} - \varphi_u) + (\varphi_u - \varphi_{i_1}) = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2\pi}{3}$$

Lấy tan hai vế ta có:

$$\begin{aligned} \tan(\varphi_1 - \varphi_2) &= -\sqrt{3} \Rightarrow \frac{\tan \varphi_2 - \tan \varphi_1}{1 + \tan \varphi_2 \cdot \tan \varphi_1} = \sqrt{3} \\ \Rightarrow \frac{Z_L - Z_{C2}}{R} - \frac{Z_L - Z_{C1}}{R} &= \sqrt{3} \left( 1 + \frac{Z_L - Z_{C2}}{R} \cdot \frac{Z_L - Z_{C1}}{R} \right) \Rightarrow \frac{Z_{C1} - Z_{C2}}{R} = \sqrt{3} \left( 1 + \frac{Z_L - Z_{C2}}{R} \cdot \frac{Z_L - Z_{C1}}{R} \right) \\ \Rightarrow \frac{100 - 300}{R} &= \sqrt{3} \left( 1 + \frac{200 - 300}{R} \cdot \frac{200 - 100}{R} \right) \Rightarrow -\frac{200}{R} = \sqrt{3} \left( 1 - \frac{100^2}{R^2} \right) \\ \Rightarrow \sqrt{3}R^2 + 200R - 100^2 \cdot \sqrt{3} &= 0 \Rightarrow R = \frac{100}{\sqrt{3}} \, \Omega \end{aligned}$$

**Câu 10.** Một đoạn mạch gồm cuộn cảm có độ tự cảm  $L$  và điện trở thuần  $r$  mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung  $C$  thay đổi được. Đặt vào hai đầu mạch một hiệu điện thế xoay chiều có giá trị hiệu dụng  $U$  và tần số  $f$  không đổi. Khi điều chỉnh để điện dung của tụ điện có giá trị  $C = C_1$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện và hai đầu cuộn cảm có cùng giá trị và bằng  $U$ , cường độ dòng điện trong mạch khi đó có biểu thức  $i_1 = 2\sqrt{6}\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)(A)$ . Khi điều chỉnh để điện dung của tụ điện có giá trị  $C = C_2$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai bản tụ điện đạt giá trị cực đại. Viết biểu thức cường độ dòng điện tức thời trong mạch khi đó.

### Hướng dẫn giải

+ Khi  $C = C_1$ , ta có: điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện và hai đầu cuộn cảm có cùng giá trị và bằng  $U$  nên:

$$U_d = U_C = U \Rightarrow \sqrt{U_r^2 + U_L^2} = U_{C1} = U \quad (1) \Rightarrow \sqrt{r^2 + Z_L^2} = Z_{C1} = Z_1 \quad (2)$$

Điện áp toàn mạch khi đó:

$$U = \sqrt{U_{r1}^2 + (U_{L1} - U_{C1})^2} \Rightarrow U^2 = U_{r1}^2 + U_{L1}^2 - 2U_{L1}U_{C1} + U_{C1}^2$$

$$\Rightarrow U^2 = U^2 - 2U_{L1} \cdot U + U^2 \Rightarrow U_{L1} = \frac{1}{2}U \Rightarrow Z_1 = 2Z_L \quad (3)$$

Thay vào (1), ta có:  $U_{r1}^2 + U_{L1}^2 = U^2 = 4U_{L1}^2 \Rightarrow U_{r1} = \sqrt{3}U_{L1} \Rightarrow r = \sqrt{3}Z_L \quad (4)$

Từ (2), (3), (4) ta có:

$$\tan \varphi_1 = \frac{Z_L - Z_{C1}}{r} = \frac{Z_L - 2Z_L}{\sqrt{3}Z_L} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \varphi_1 = -\frac{\pi}{6} \Rightarrow \varphi_u = \varphi_1 + \varphi_{i1} = -\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{12} \quad (5)$$

+ Khi  $C = C_2$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai bản tụ điện đạt giá trị cực đại nên

$$Z_{C2} = \frac{r^2 + Z_L^2}{Z_L} = \frac{(\sqrt{3}Z_L)^2 + Z_L^2}{Z_L} = 4Z_L$$

Tổng trở của mạch khi đó:

$$Z_2 = \sqrt{r^2 + (Z_L - Z_{C2})^2} = \sqrt{(\sqrt{3}Z_L)^2 + (Z_L - 4Z_L)^2} = 2\sqrt{3}Z_L$$

Độ lệch pha khi  $Z_C = Z_{C2}$ :

$$\tan \varphi_2 = \frac{Z_L - Z_{C2}}{r} = \frac{Z_L - 4Z_L}{\sqrt{3}Z_L} = -\sqrt{3} \Rightarrow \varphi_2 = -\frac{\pi}{3} \Rightarrow \varphi_{i2} = \varphi_u - \varphi_2 = \frac{\pi}{12} - (-\frac{\pi}{3}) = \frac{5\pi}{12}$$

+ Áp dụng định luật Ôm cho cả hai trường hợp ta có:

$$U = I_1 \cdot Z_1 = I_2 \cdot Z_2 \Rightarrow I_2 = \frac{I_1 \cdot Z_1}{Z_2} \Rightarrow I_{02} = \frac{I_{01} \cdot Z_1}{Z_2} = \frac{2\sqrt{6} \cdot 2 \cdot Z_L}{2\sqrt{3} \cdot Z_L} = 2\sqrt{2} \text{ (A)}$$

+ Biểu thức cường độ dòng điện khi  $Z_C = Z_{C2}$ :

$$i_2 = 2\sqrt{2} \cos(100\pi t + \frac{5\pi}{12}) \text{ (A)}$$

## V. MẠCH RLC CÓ $f(\omega)$ THAY ĐỔI

### A. LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

#### 1. Bài toán $f$ biến thiên để công suất (dòng điện) cực đại.

– Công suất tiêu thụ của mạch:

$$P = I^2 \cdot R = \frac{U^2 \cdot R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$$

– Để công suất tiêu thụ trong mạch cực đại thì:

$$(Z_L - Z_C)_{\min} \Rightarrow Z_L = Z_C \Rightarrow \boxed{\omega^2 = \frac{1}{LC}} \text{ hay } \boxed{\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$$

– Khi  $Z_L = Z_C$  thì mạch có cộng hưởng nên khi đó:

+ Tổng trở trong mạch có giá trị cực tiểu:

$$Z = Z_{\min} = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = R$$





+ Cường độ hiệu dụng trong mạch đạt giá trị cực đại

$$I = I_{\max} = \frac{U}{R}$$

+ Công suất trong mạch đạt cực đại:

$$P_{\max} = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{R}$$

+ Điện áp giữa hai đầu điện trở cực đại và bằng điện áp toàn mạch:

$$U_L = U_C \Rightarrow U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = U_R$$

+ Điện áp giữa hai đầu đoạn mạch cùng pha với cường độ dòng điện trong mạch

$$\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = 0 \Rightarrow \varphi = 0$$

## 2. Hai giá trị $f_1 \neq f_2$ ( $\omega_1 \neq \omega_2$ ) làm cho mạch có cùng công suất.

+ Hai giá trị tần số làm cho mạch có cùng công suất nên:

$$P_1 = P_2 \Leftrightarrow I_1^2 \cdot R = I_2^2 \cdot R \Leftrightarrow I_1^2 = I_2^2 \Rightarrow \frac{U^2}{R^2 + (Z_{L1} - Z_{C1})^2} = \frac{U^2}{R^2 + (Z_{L2} - Z_{C2})^2}$$

$$\Rightarrow (Z_{L1} - Z_{C1})^2 = (Z_{L2} - Z_{C2})^2 \Rightarrow \begin{cases} Z_{L1} - Z_{C1} = Z_{L2} - Z_{C2} & (L) \\ Z_{L1} - Z_{C1} = -(Z_{L2} - Z_{C2}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow Z_{L1} + Z_{L2} = Z_{C1} + Z_{C2} \Rightarrow L(\cancel{\omega_1} + \omega_2) = \frac{1}{C} \left( \frac{1}{\omega_1} + \frac{1}{\omega_2} \right) = \frac{1}{C} \frac{\cancel{\omega_1} + \omega_2}{\omega_1 \omega_2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\omega_1 \omega_2 = \omega_0^2 = \frac{1}{LC}}$$

+ Công thức trên cũng có thể áp dụng cho bài toán có hai giá trị  $\omega$  (hoặc  $f$ ) để mạch có cùng  $I$ ,  $Z$ ,  $\cos \varphi$ ,  $U_R$ .

+ Một số hệ quả từ bài toán trên:

- **Cảm kháng và dung kháng trong 2 trường hợp:**

$$(Z_{L1} - Z_{C1})^2 = (Z_{L2} - Z_{C2})^2 \quad \text{hay} \quad |Z_L - Z_C| = \text{const} \Rightarrow \begin{cases} Z_{L1} = Z_{C2} \\ Z_{L2} = Z_{C1} \end{cases}$$

- **Hệ số công suất trong 2 trường hợp:**

$$\cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 = \frac{1}{\sqrt{1 + k \cdot \left( \sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} - \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}} \right)^2}} \quad \left( \frac{L}{C} = k \cdot R^2 \right)$$

- **Cường độ dòng điện trong 2 trường hợp:**

Giả sử cường độ dòng điện trong hai trường hợp là:

$$I_1 = I_2 = \frac{I_{\max}}{n}$$

Khi đó: điện trở của mạch được xác định bởi công thức:

$$R = L \cdot \frac{|\omega_1 - \omega_2|}{\sqrt{n^2 - 1}} = \frac{|\omega_1 - \omega_2|}{\omega_1 \cdot \omega_2 \cdot C \cdot \sqrt{n^2 - 1}}$$

### 3. Bài toán f biến thiên để $U_{R_{\max}}$

Điện áp giữa hai đầu điện trở:

$$U_R = I.R = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}.R = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}.R$$

Ta thấy:  $U_{R_{\max}}$  khi và chỉ khi:  $\left[ R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2 \right]_{\min}$

$$\Leftrightarrow \omega L = \frac{1}{\omega C} \Leftrightarrow \omega^2 = \frac{1}{LC} \Leftrightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Khi đó:  $U_{R_{\max}} = \frac{U}{\sqrt{R^2}}.R = U$ . Đây cũng là một bài toán về cộng hưởng điện

### 4. Bài toán f biến thiên để $U_{L_{\max}}$

– Điều kiện của tần số để điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn cảm đạt cực đại.

$$\omega_L = \sqrt{\frac{2}{2LC - R^2C^2}}$$

Khi đó:

$$U_{L_{\max}} = \frac{2U.L}{R.\sqrt{4LC - R^2C^2}} = \frac{U}{\sqrt{t.(2-t)}} \quad \text{với: } t = \frac{R^2C}{2L}$$

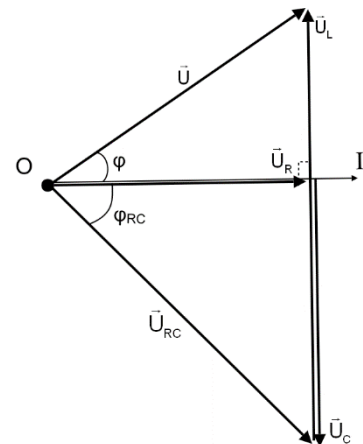
+ Một số hệ quả của bài toán f biến thiên để  $U_{L_{\max}}$ :

$$+) R^2 = 2Z_C(Z_L - Z_C)$$

$$+) \frac{-Z_C}{R} \cdot \left( \frac{Z_L - Z_C}{R} \right) = -\frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{\tan \varphi_{RC} \cdot \tan \varphi = -\frac{1}{2}}$$

$$+) Z_L^2 = Z^2 + Z_C^2$$

$$+) \frac{\omega_L^2}{\omega_R^2} = \frac{Z_L}{Z_C}$$



### 5. Bài toán f biến thiên để $U_{C_{\max}}$

– Điều kiện của tần số để điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện đạt cực đại.

$$\omega_c = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}}$$

Khi đó:

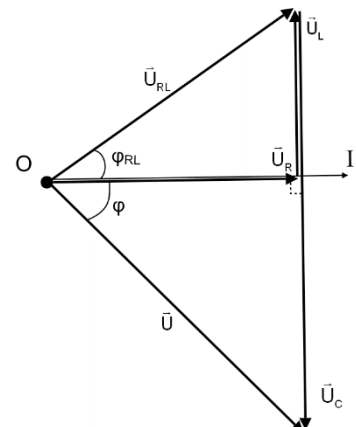
$$U_{C_{\max}} = \frac{2U.L}{R.\sqrt{4LC - R^2C^2}} = \frac{U}{\sqrt{t.(2-t)}} \quad \text{với: } t = \frac{R^2C}{2L}$$

– Hệ quả của bài toán trên:

$$+) R^2 = 2Z_L(Z_C - Z_L) \Rightarrow Z_C > Z_L$$

$$+) \tan \varphi_{RL} \cdot \tan \varphi = -\frac{1}{2}$$

$$+) Z_C^2 = Z^2 + Z_L^2$$





$$+) \frac{\omega_C^2}{\omega_R^2} = \frac{Z_L}{Z_C} < 1 \Rightarrow \omega_C < \omega_R$$

– Kết hợp với hệ quả thứ 4 của bài toán f biến thiên để  $U_{Lmax}$ , ta có:

$$\omega_C < \omega_R < \omega_L$$

## B. BÀI TẬP VẬN DỤNG

**Câu 11.** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos(\omega t)$  ( $U_0$  không đổi,  $\omega$  thay đổi được) vào hai đầu đoạn mạch có  $R, L, C$  mắc nối tiếp. Khi  $\omega = \omega_1$  thì cảm kháng và dung kháng của đoạn mạch lần lượt là  $Z_{1L}$  và  $Z_{1C}$ . Khi  $\omega = \omega_2$  thì trong đoạn mạch xảy ra hiện tượng cộng hưởng. Hệ thức đúng là

A.  $\omega_1 = \omega_2 \frac{Z_{1L}}{Z_{1C}}$       B.  $\omega_1 = \omega_2 \sqrt{\frac{Z_{1L}}{Z_{1C}}}$       C.  $\omega_1 = \omega_2 \frac{Z_{1C}}{Z_{1L}}$       D.  $\omega_1 = \omega_2 \sqrt{\frac{Z_{1C}}{Z_{1L}}}$

### Hướng dẫn giải

Khi  $\omega = \omega_1$ , cảm kháng và dung kháng của mạch là:

$$\left. \begin{aligned} Z_{L1} &= \omega_1 L \\ Z_{C1} &= \frac{1}{\omega_1 C} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{Z_{L1}}{Z_{C1}} = \frac{\omega_1 L}{\frac{1}{\omega_1 C}} = \omega_1^2 LC \quad (1)$$

Khi  $\omega = \omega_2$  thì trong đoạn mạch xảy ra hiện tượng cộng hưởng nên:

$$Z_{L2} = Z_{C2} \Leftrightarrow \omega_2 L = \frac{1}{\omega_2 C} \Rightarrow LC = \frac{1}{\omega_2^2} \quad (2)$$

Thay (1) vào (2) ta được:

$$\frac{Z_{L1}}{Z_{C1}} = \omega_1^2 \cdot \frac{1}{\omega_2^2} \Rightarrow \frac{\omega_1}{\omega_2} = \sqrt{\frac{Z_{L1}}{Z_{C1}}} \quad \text{hay} \quad \omega_1 = \omega_2 \sqrt{\frac{Z_{L1}}{Z_{C1}}}$$

→ Chọn B.

**Câu 12.** Cho mạch điện gồm  $R, L, C$  mắc nối tiếp. Cho  $L = 1 \text{ H}$ ,  $C = 60 \mu\text{F}$  và  $R = 50 \Omega$ . Đặt vào hai đầu mạch điện một hiệu điện thế xoay chiều  $u = 130 \cos(2\pi f t + \frac{\pi}{6})$  (V), trong đó tần số  $f$  thay đổi được. Khi  $f = f_0$  thì hiệu điện thế hiệu dụng giữa hai đầu  $R$  đạt giá trị cực đại. Khi đó, hiệu điện thế giữa hai bản tụ lệch pha so với hiệu điện thế  $u$  một góc

A.  $90^\circ$       B.  $60^\circ$       C.  $120^\circ$       D.  $150^\circ$

### Hướng dẫn giải

Điện áp hiệu dụng giữa hai đầu điện trở:

$$U_R = I R = \frac{U R}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}$$

Ta thấy,  $U_R$  đạt cực đại khi và chỉ khi  $\left[ R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2 \right]$  đạt cực tiểu, khi đó:  $\omega L = \frac{1}{\omega C}$

Độ lệch pha của điện áp và dòng điện trong mạch:

$$\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = 0 \Rightarrow \varphi = 0$$

Độ lệch pha của hiệu điện thế giữa hai bản tụ so với hiệu điện thế u:

$$\Delta\varphi = \varphi_{u_C} - \varphi_u = \varphi_{u_C} - \varphi_i + \varphi_i - \varphi_u = \varphi_C - \varphi$$

Thay  $\varphi_C = -\frac{\pi}{2}$  và  $\varphi = 0$

$$\Delta\varphi = \varphi_C - \varphi = -\frac{\pi}{2} - 0 = -\frac{\pi}{2}$$

Hiệu điện thế giữa hai bản tụ lệch pha so với hiệu điện thế u một góc  $90^\circ$

→ Chọn A.

**Câu 13.** Lần lượt đặt các điện áp xoay chiều:  $u_1 = U\sqrt{2} \cos(100\pi t + \varphi_1)$ ;  $u_2 = U\sqrt{2} \cos(120\pi t + \varphi_2)$  và  $u_3 = U\sqrt{2} \cos(110\pi t + \varphi_3)$  vào hai đầu đoạn mạch gồm điện trở thuần R, cuộn cảm thuần có độ tự cảm L và tụ điện có điện dung C mắc nối tiếp thì cường độ dòng điện trong đoạn mạch có biểu thức tương ứng là:

$$i_1 = I\sqrt{2} \cos(100\pi t); i_2 = I\sqrt{2} \cos(120\pi t + \frac{2\pi}{3}) \text{ và } i_3 = I'\sqrt{2} \cos(110\pi t - \frac{2\pi}{3}).$$

So sánh I và I', ta có:

A.  $I = I'$ .

B.  $I = I'\sqrt{2}$

C.  $I < I'$ .

D.  $I > I'$ .

Hướng dẫn giải

Ta thấy, tại hai giá trị tần số góc:  $\omega_1 = 100\pi \text{ rad/s}$  và  $\omega = 120\pi \text{ rad/s}$  thì:

$$I_1 = I_2 = I$$

Mà ta lại có:

$$\sqrt{\omega_1 \cdot \omega_2} = \sqrt{100\pi \cdot 120\pi} \approx 110\pi \text{ (rad/s)}$$

$$\Rightarrow \omega_3 \approx \sqrt{\omega_1 \cdot \omega_2}$$

Vậy ứng với giá trị tần số góc là  $\omega_3$ , cường độ dòng điện trong mạch có giá trị cực đại:

$$I_3 = I' = I_{\max} \Rightarrow I' > I$$

→ Chọn C.

**Câu 14.** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos(\omega t)$  (V) ( $U_0$  không đổi,  $\omega$  thay đổi được) vào hai đầu đoạn mạch gồm điện trở thuần R, cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $\frac{4}{5\pi}$  H và tụ điện mắc nối tiếp. Khi  $\omega = \omega_0$  thì cường độ dòng điện hiệu dụng qua đoạn mạch đạt giá trị cực đại  $I_m$ . Khi  $\omega = \omega_1$  hoặc  $\omega = \omega_2$  thì cường độ dòng điện cực đại qua đoạn mạch bằng nhau và bằng  $I_m$ . Biết  $\omega_1 - \omega_2 = 200\pi \text{ rad/s}$ . Giá trị của R bằng

A.  $150 \Omega$ .

B.  $200 \Omega$ .

C.  $160 \Omega$ .

D.  $50 \Omega$ .

Hướng dẫn giải

Cường độ dòng điện hiệu dụng trong hai trường hợp:  $I_1 = I_2 = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \Rightarrow n = \sqrt{2}$

Áp dụng hệ quả của bài toán hai giá trị của tần số làm mạch có cùng cường độ dòng điện hiệu dụng.



Nếu:  $I_1 = I_2 = \frac{I_{\max}}{n}$  thì điện trở  $R$  của mạch:  $R = L \cdot \frac{|\omega_1 - \omega_2|}{\sqrt{n^2 - 1}} = \frac{4}{5\pi} \cdot \frac{|200\pi|}{\sqrt{(\sqrt{2})^2 - 1}} = 160 \, \Omega$

→ Chọn C.

**Câu 15.** Một đoạn mạch AB gồm hai đoạn mạch AM và BM mắc nối tiếp. Đoạn mạch AM gồm điện trở thuần  $R_1$  mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung  $C$ , đoạn mạch MB gồm điện trở thuần  $R_2$  mắc nối tiếp với cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$ . Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos(\omega t)$  ( $U_0$  và  $\omega$  không đổi) vào hai đầu đoạn mạch AB thì công suất tiêu thụ của đoạn mạch AB là 85 W. Khi đó  $\omega^2 = \frac{1}{LC}$  và độ lệch pha giữa  $u_{AM}$  và  $u_{MB}$  là  $90^\circ$ . Nếu đặt điện áp trên vào hai đầu đoạn mạch MB thì đoạn mạch này tiêu thụ công suất bằng:

A. 85 W

B. 135 W.

C. 110 W.

D. 170 W.

### Hướng dẫn giải

Theo đề bài ta có:  $\omega^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow \omega L = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow Z_L = Z_C$

Độ lệch pha giữa  $u_{AM}$  và  $u_{MB}$  là  $90^\circ$  nên:

$$\begin{aligned} \varphi_{u_{MB}} - \varphi_{u_{AM}} &= \frac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi_{MB} - \varphi_{AM} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \tan \varphi_{MB} \cdot \tan \varphi_{AM} = -1 \\ \Rightarrow \frac{Z_L}{R_1} \cdot \frac{-Z_C}{R_2} &= -1 \Rightarrow R_1 \cdot R_2 = Z_L \cdot Z_C = Z_L^2 \quad (1) \end{aligned}$$

Công suất tiêu thụ trên mạch khi đó:

$$P = I^2 \cdot (R_1 + R_2) = \frac{U^2 \cdot (R_1 + R_2)}{(R_1 + R_2)^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \frac{U^2}{R_1 + R_2} \Rightarrow P = \frac{U^2}{R_1 + R_2} \quad (2)$$

Nếu đặt điện áp trên vào hai đầu đoạn mạch MB thì công suất tiêu thụ trên mạch là:

$$P_{MB} = I'^2 \cdot R_2 = \frac{U^2 \cdot R_2}{R_2^2 + Z_L^2}$$

Thay (1) và (2) vào ta có:  $P_{MB} = \frac{U^2 \cdot R_2}{R_2^2 + R_1 R_2} = \frac{U^2}{R_1 + R_2} = P = 85 \, \text{W}$

→ Chọn A.