

MỤC LỤC

PHẦN A. CÂU HỎI.....	1
DẠNG 1. LÝ THUYẾT	1
DẠNG 2. XÁC ĐỊNH GIAO TUYẾN CỦA 2 MẶT PHẲNG.....	3
DẠNG 3. TÌM GIAO ĐIỂM.....	4
DẠNG 4. TÌM THIẾT DIỆN	7
DẠNG 5. ĐỒNG QUY, THẲNG HÀNG.....	11
DẠNG 6. TỈ SỐ	12
PHẦN B. LỜI GIẢI THAM KHẢO	14
DẠNG 1. LÝ THUYẾT	14
DẠNG 2. XÁC ĐỊNH GIAO TUYẾN CỦA 2 MẶT PHẲNG.....	16
DẠNG 3. TÌM GIAO ĐIỂM.....	20
DẠNG 4. TÌM THIẾT DIỆN	27
DẠNG 5. ĐỒNG QUY, THẲNG HÀNG.....	40
DẠNG 6. TỈ SỐ	44

PHẦN A. CÂU HỎI

DẠNG 1. LÝ THUYẾT

- Câu 1.** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?
- A.** Nếu hai mặt phẳng phân biệt lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với hai đường thẳng đó hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó.
- B.** Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến thì ba giao tuyến ấy hoặc đồng quy hoặc đôi một song song.
- C.** Nếu hai mặt phẳng phân biệt lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với hai đường thẳng đó.
- D.** Hai mặt phẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.
- Câu 2.** Một mặt phẳng hoàn toàn được xác định nếu biết điều nào sau đây?
- A.** Một đường thẳng và một điểm thuộc nó. **B.** Ba điểm mà nó đi qua.
- C.** Ba điểm không thẳng hàng. **D.** Hai đường thẳng thuộc mặt phẳng.
- Câu 3.** Trong các tính chất sau, tính chất nào **không đúng**?
- A.** Có hai đường thẳng phân biệt cùng đi qua hai điểm phân biệt cho trước.
- B.** Tồn tại 4 điểm không cùng thuộc một mặt phẳng.
- C.** Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng.
- D.** Nếu một đường thẳng đi qua hai điểm thuộc một mặt phẳng thì mọi điểm của đường thẳng đều thuộc mặt phẳng đó.

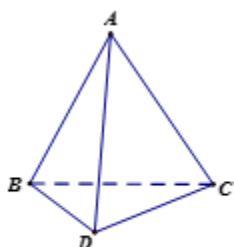
Câu 4. (HK1-Chuyên Hà Nội - Amsterdam 2017-2018) Chọn mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau:
A. Ba đường thẳng đôi một song song thì chúng cùng nằm trên một mặt phẳng.
B. Ba đường thẳng phân biệt đôi một cắt nhau thì chúng cùng nằm trên một mặt phẳng.
C. Ba đường thẳng đôi một cắt nhau thì chúng đồng quy tại một điểm.
D. Cả A, B, C đều sai.

Câu 5. Cho các khẳng định:
 (1): Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.
 (2): Hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.
 (3): Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng còn có vô số điểm chung khác nữa.
 (4): Nếu ba điểm phân biệt cùng thuộc hai mặt phẳng thì chúng thẳng hàng.
 Số khẳng định **sai** trong các khẳng định trên là
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

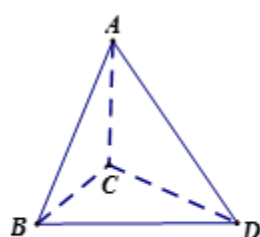
Câu 6. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?
A. Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.
B. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
C. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
D. Hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.

Câu 7. Cho hai đường thẳng a và b chéo nhau. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với b
A. 0. **B.** Vô số. **C.** 2. **D.** 1.

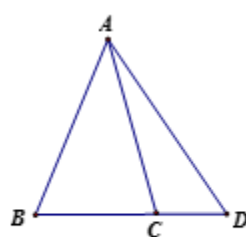
Câu 8. (THI HK1 LỚP 11 THPT VIỆT TRÌ 2018 - 2019) Trong các hình vẽ sau hình nào có thể là hình biểu diễn của một hình tứ diện? (chọn câu đúng và đầy đủ nhất)



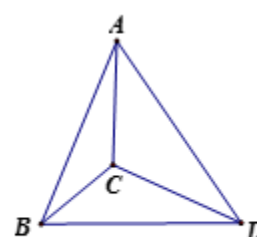
(I)



(II)



(III)



(IV)

A. (I), (II). **B.** (I), (II), (III), (IV). **C.** (I). **D.** (I), (II), (III).

Câu 9. (Chuyên Nguyễn Huệ - Hà Nội - HK1 2018 - 2019) Một hình chóp có đáy là ngũ giác có số cạnh là
A. 9 cạnh. **B.** 10 cạnh. **C.** 6 cạnh. **D.** 5 cạnh.

Câu 10. (HK1 - TRIỆU QUANG PHỤC 2018-2019) Một hình chóp có đáy là ngũ giác có số mặt và số cạnh là
A. 5 mặt, 5 cạnh. **B.** 6 mặt, 5 cạnh. **C.** 6 mặt, 10 cạnh. **D.** 5 mặt, 10 cạnh.

Câu 11. (Lương Thế Vinh - Kiểm tra giữa HK1 lớp 11 năm 2018 - 2019) Hình chóp có 16 cạnh thì có bao nhiêu mặt?
A. 10. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 9.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N, K, E lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, BC . Bốn điểm nào sau đây đồng phẳng?
A. M, K, A, C . **B.** M, N, A, C . **C.** M, N, K, C . **D.** M, N, K, E .

Câu 13. (THPT KINH MÔN - HD - LẦN 2 - 2018) Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây:
A. Trong không gian hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.

B. Trong không gian hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

C. Nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng cùng song song với mặt phẳng (Q) thì (P) và (Q) song song với nhau.

D. Trong không gian hình biểu diễn của một góc thì phải là một góc bằng nó.

Câu 14. (THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC - LẦN 3 - 2018) Trong không gian cho bốn điểm không đồng phẳng, có thể xác định nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng phân biệt từ các điểm đó?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 6.

Câu 15. (THPT NGUYỄN HUỆ - NINH BÌNH - 2018) Cho tam giác ABC khi đó số mặt phẳng qua A và cách đều hai điểm B và C là?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Câu 16. Cho mặt phẳng (P) và hai đường thẳng song song a và b . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Nếu (P) song song với a thì (P) cũng song song với b .

B. Nếu (P) cắt a thì (P) cũng cắt b .

C. Nếu (P) chứa a thì (P) cũng chứa b .

D. Tất cả các khẳng định trên đều sai.

DẠNG 2. XÁC ĐỊNH GIAO TUYẾN CỦA 2 MẶT PHẪNG

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ với $ABCD$ là hình bình hành. Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SAD) là

A. Đường thẳng SC . **B.** Đường thẳng SB . **C.** Đường thẳng SD . **D.** Đường thẳng SA .

Câu 18. (Bạch Đằng-Quảng Ninh- Lần 1-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Giao tuyến của (SMN) và (SAC) là

A. SK (K là trung điểm của AB).

C. SF (F là trung điểm của CD). **D.** SD .

Câu 19. (HKI_L11-NGUYỄN GIA THIỆU - HÀ NỘI 1718) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn AD , $AD = 2BC$. Gọi O là giao điểm của AC và BD . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .

A. SA . **B.** AC . **C.** SO . **D.** SD .

Câu 20. (HKI – TRIỆU QUANG PHỤC 2018-2019) Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) là

A. SA . **B.** SB . **C.** SC . **D.** AC .

Câu 21. (THI HK1 LỚP 11 THPT VIỆT TRÌ 2018 - 2019) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ ($AD \parallel BC$). Gọi M là trung điểm của CD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (MSB) và (SAC) là:

A. SP với P là giao điểm của AB và CD . **B.** SI với I là giao điểm của AC và BM .

C. SO với O là giao điểm của AC và BD . **D.** SJ với J là giao điểm của AM và BD .

Câu 22. (HỌC KÌ 1- LỚP 11- KIM LIÊN HÀ NỘI 18-19) Cho hình chóp $S.ABCD$, biết AC cắt BD tại M , AB cắt CD tại O . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .

A. SO . **B.** SM . **C.** SA . **D.** SC .

- Câu 23.** Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, đáy lớn là AB . Kết luận nào sau đây **sai**?
- A. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng đi qua S và không song song với AD .
- B. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng đi qua S và song song với AD .
- C. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng đi qua S và song song với CD .
- D. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là đường thẳng đi qua S và giao điểm của AC và DB .
- Câu 24.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SA và SB . Khẳng định nào sau đây **sai**?
- A. $(SAB) \cap (IBC) = IB$.
- B. $IJCD$ là hình thang.
- C. $(SBD) \cap (JCD) = JD$.
- D. $(IAC) \cap (JBD) = AO$ (O là tâm $ABCD$).
- Câu 25.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AC \cap BD = M$, $AB \cap CD = N$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là:
- A. SM .
- B. SA .
- C. MN .
- D. SN .
- Câu 26.** **(DHSP HÀ NỘI HK1 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ ($AD \parallel BC$). Gọi M là trung điểm CD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (MSB) và (SAC) là
- A. SI (I là giao điểm của AC và BM).
- B. SO (O là giao điểm của AC và BD).
- C. SJ (J là giao điểm của AM và BD).
- D. SP (P là giao điểm của AB và CD).
- Câu 27.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , M là trung điểm SC . Khẳng định nào sau đây **sai**?
- A. Giao tuyến của (SAC) và $(ABCD)$ là AC .
- B. SA và BD chéo nhau.
- C. AM cắt (SBD) .
- D. Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là SO .
- Câu 28.** **(Chuyên Nguyễn Huệ - Hà Nội - HK1 2018 - 2019)** Cho tứ diện $ABCD$, M là trung điểm của AB , N là điểm trên AC mà $AN = \frac{1}{4}AC$, P là điểm trên đoạn AD mà $AP = \frac{2}{3}AD$. Gọi E là giao điểm của MP và BD , F là giao điểm của MN và BC . Khi đó giao tuyến của (BCD) và (CMP) là
- A. CP .
- B. NE .
- C. MF .
- D. CE .
- Câu 29.** Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi I, K lần lượt là trung điểm hai đoạn thẳng AD và BC . IK là giao tuyến của cặp mặt phẳng nào sau đây?
- A. (IBC) và (KBD) .
- B. (IBC) và (KCD) .
- C. (IBC) và (KAD) .
- D. (ABI) và (KAD) .
- Câu 30.** **(THPT TỨ KỲ - HẢI DƯƠNG - LẦN 2 - 2018)** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và AC . Gọi G là trọng tâm tam giác BCD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (GMN) và (BCD) là đường thẳng:
- A. qua M và song song với AB .
- B. Qua N và song song với BD .
- C. qua G và song song với CD .
- D. qua G và song song với BC .

- Câu 31.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có I là trung điểm của SC , giao điểm của AI và (SBD) là
- A. Điểm K (với O là trung điểm của BD và $K = SO \cap AI$).
 - B. Điểm M (với O là giao điểm của AC và BD , M là giao điểm SO và AI).
 - C. Điểm N (với O là giao điểm của AC và BD , N là trung điểm của SO).
 - D. Điểm I .
- Câu 32.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. M, N lần lượt thuộc đoạn AB, SC . Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. Giao điểm của MN và (SBD) là giao điểm của MN và SB .
 - B. Đường thẳng MN không cắt mặt phẳng (SBD) .
 - C. Giao điểm của MN và (SBD) là giao điểm của MN và SI , trong đó I là giao điểm của CM và BD .
- Câu 33.** Cho tứ giác $ABCD$ có AC và BD giao nhau tại O và một điểm S không thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Trên đoạn SC lấy một điểm M không trùng với S và C . Giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (ABM) là
- A. giao điểm của SD và BK (với $K = SO \cap AM$).
 - B. giao điểm của SD và AM .
 - C. giao điểm của SD và AB .
 - D. giao điểm của SD và MK (với $K = SO \cap AM$).
- Câu 34.** (**Chuyên Lê Thánh Tông-Quảng Nam-2018-2019**) Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AD, BC ; G là trọng tâm của tam giác BCD . Khi đó, giao điểm của đường thẳng MG và mặt phẳng (ABC) là:
- A. Điểm A .
 - B. Giao điểm của đường thẳng MG và đường thẳng AN .
 - C. Điểm N .
 - D. Giao điểm của đường thẳng MG và đường thẳng BC .
- Câu 35.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. M là trung điểm của SC . Gọi I là giao điểm của đường thẳng AM với mặt phẳng (SBD) . Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau đây:
- A. $IA = 3IM$. B. $IM = 3IA$. C. $IM = 2IA$. D. $IA = 2IM$.
- Câu 36.** (**HKI-Chuyên Hà Nội - Amsterdam 2017-2018**) Cho tứ diện $ABCD$ có M, N theo thứ tự là trung điểm của AB, BC . Gọi P là điểm thuộc cạnh CD sao cho $CP = 2PD$ và Q là điểm thuộc cạnh AD sao cho bốn điểm M, N, P, Q đồng phẳng. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. Q là trung điểm của đoạn thẳng AC . B. $DQ = 2AQ$
C. $AQ = 2DQ$ D. $AQ = 3DQ$.
- Câu 37.** (**THI HK1 LỚP 11 THPT VIỆT TRÌ 2018 - 2019**) Cho tứ diện $ABCD$, gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB, CD ; G là trọng tâm tam giác BCD . Giao điểm của đường thẳng EG và mặt phẳng ACD là
- A. Giao điểm của đường thẳng EG và AF . B. Điểm F .
C. Giao điểm của đường thẳng EG và CD . D. Giao điểm của đường thẳng EG và AC .
- Câu 38.** (**HKI-Nguyễn Gia Thiều 2018-2019**) Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của BC, AD . Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD . Gọi I là giao điểm của NG với mặt phẳng (ABC) . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $I \in AM$.

B. $I \in BC$.

C. $I \in AC$.

D. $I \in AB$.

Câu 39. (HỌC KÌ 1- LỚP 11- KIM LIÊN HÀ NỘI 18-19) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, I lần lượt là trung điểm của SA, BC điểm G nằm giữa S và I sao cho $\frac{SG}{SI} = \frac{3}{5}$.

Tìm giao điểm của đường thẳng MG với mặt phẳng $(ABCD)$.

A. Là giao điểm của đường thẳng MG và đường thẳng AI .

B. Là giao điểm của đường thẳng MG và đường thẳng BC .

C. Là giao điểm của đường thẳng MG và đường thẳng CD .

D. Là giao điểm của đường thẳng MG và đường thẳng AB .

Câu 40. Cho tứ diện $ABCD$. Lấy điểm M sao cho $AM = 2CM$ và N là trung điểm AD . Gọi O là một điểm thuộc miền trong của ΔBCD . Giao điểm của BC với (OMN) là giao điểm của BC với

A. OM .

B. MN .

C. A, B đều đúng.

D. A, B đều sai.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$, M là một điểm trên cạnh SC , N là một điểm trên cạnh BC , $O = AC \cap BD$, $I = SO \cap AM$, $J = AN \cap BD$. Khi đó giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (AMN) là

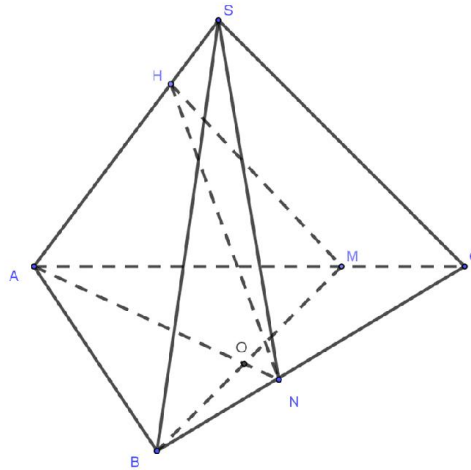
A. Giao điểm của SD và IO .

B. Giao điểm của SD và JM .

C. Giao điểm của SD và IJ .

D. Giao điểm của SD và JO .

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác, như hình vẽ bên dưới.



Với M, N, H lần lượt là các điểm thuộc vào các cạnh AB, BC, SA sao cho MN không song song với AB . Gọi O là giao điểm của hai đường thẳng AN với BM . Gọi T là giao điểm của đường NH với (SBO) . Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

A. T là giao điểm của hai đường thẳng SO với HM .

B. T là giao điểm của hai đường thẳng NH và BM .

C. T là giao điểm của hai đường thẳng NH và SB .

D. T là giao điểm của hai đường thẳng NH và SO .

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một tứ giác (AB không song song với CD). Gọi M là trung điểm của SD , N là điểm nằm trên cạnh SB sao cho $SN = 2NB$. Giao điểm của MN với $(ABCD)$ là điểm K . Hãy chọn cách xác định điểm K đúng nhất trong 4 phương án sau:

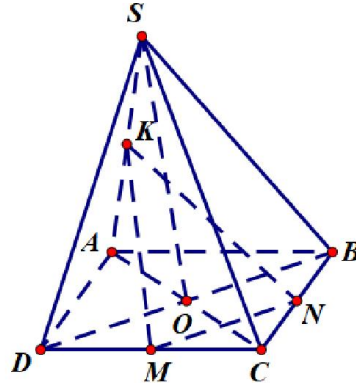
A. K là giao điểm của MN với AC .

B. K là giao điểm của MN với AB .

C. K là giao điểm của MN với BC .

D. K là giao điểm của MN với BD .

- Câu 44. (TRƯỜNG THPT THANH THỦY 2018-2019)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, K lần lượt là trung điểm của CD, CB, SA . H là giao điểm của AC và MN . Giao điểm của SO với (MNK) là điểm E . Hãy chọn cách xác định điểm E đúng nhất trong bốn phương án sau:

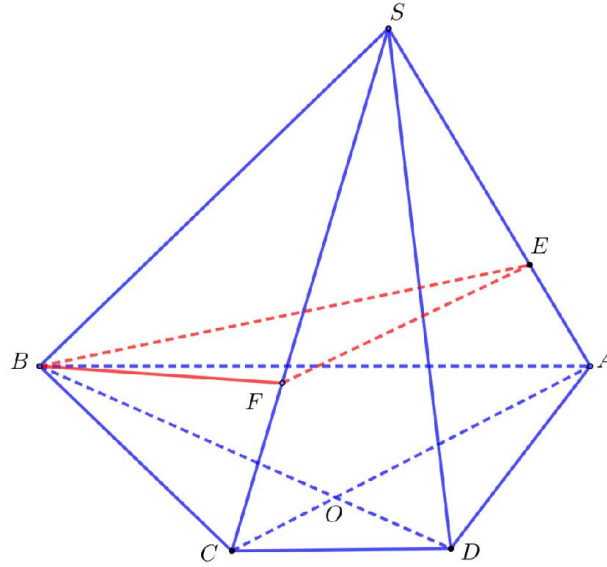


- A. E là giao điểm của MN với SO .
 B. E là giao điểm của KN với SO .
 C. E là giao điểm của KH với SO .
 D. E là giao điểm của KM với SO .

DẠNG 4. TÌM THIẾT DIỆN

- Câu 45. (HKI-Nguyễn Gia Thiệu 2018-2019)** Cho hình chóp $S.ABCD$ với $ABCD$ là tứ giác lồi. Thiết diện của mặt phẳng (α) tùy ý với hình chóp **không thể** là
 A. tam giác. B. tứ giác. C. ngũ giác. D. lục giác.
- Câu 46.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang cân đáy lớn AD . Gọi M, N lần lượt là hai trung điểm của AB, CD . Gọi (P) là mặt phẳng qua MN và cắt mặt bên (SBC) theo một giao tuyến. Thiết diện của (P) và hình chóp là:
 A. Hình bình hành. B. Hình chữ nhật. C. Hình thang. D. Hình vuông.
- Câu 47. (HỌC KỲ I ĐAN PHƯƠNG HÀ NỘI 2017 - 2018)** Cho tứ diện $ABCD$ đều cạnh a . Gọi G là trọng tâm tam giác ABC , mặt phẳng (CGD) cắt tứ diện theo một thiết diện có diện tích là.
 A. $\frac{a^2\sqrt{2}}{6}$. B. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$. D. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.
- Câu 48. (HKI_L11-NGUYỄN GIA THIỀU - HÀ NỘI 1718)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, AD, SC . Thiết diện hình chóp với mặt phẳng (MNP) là một
 A. tam giác. B. tứ giác. C. ngũ giác. D. lục giác.
- Câu 49.** Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AB, BC, CD lần lượt lấy các điểm P, Q, R sao cho $AP = \frac{1}{3}AB, BC = 2QC$, R không trùng với C, D . Gọi $PQRS$ là thiết diện của mặt phẳng (PQR) với hình tứ diện $ABCD$. Khi đó $PQRS$ là
 A. hình thang cân. B. hình thang.
 C. một tứ giác không có cặp cạnh đối nào song song. D. hình bình hành.
- Câu 50. (HKI – TRIỆU QUANG PHỤC 2018-2019)** Cho hình chóp $S.ABCD$. Có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD, SC . Thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (MNQ) là đa giác có bao nhiêu cạnh?

- Câu 51.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, $AB \parallel CD$ và $AB = 2CD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD . Lấy E thuộc cạnh SA , F thuộc cạnh SC sao cho $\frac{SE}{SA} = \frac{SF}{SC} = \frac{2}{3}$ (tham khảo hình vẽ dưới đây).



Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (BEF) là

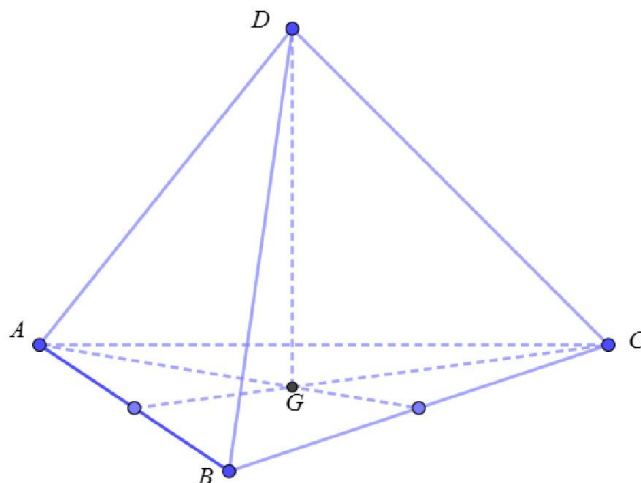
- A. một tam giác. B. một tứ giác. C. một hình thang. D. một hình bình hành.

- Câu 52.** (THI HK1 LỚP 11 THPT VIỆT TRÌ 2018 - 2019) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn AD , E là trung điểm của cạnh SA , F, G là các điểm thuộc cạnh SC, AB (F không là trung điểm của SC). Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (EFG) là một hình
- A. lục giác. B. ngũ giác. C. tam giác. D. tứ giác.

- Câu 53.** (Lương Thế Vinh - Kiểm tra giữa HK1 lớp 11 năm 2018 - 2019) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I là trung điểm SA . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi (IBC) là

- A. Tứ giác $IBCD$. B. Hình thang $IGBC$ (G là trung điểm SB).
C. Hình thang $IJBC$ (J là trung điểm SD). D. Tam giác IBC .

- Câu 54.** Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 2. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Cắt tứ diện bởi mặt phẳng (GCD) . Tính diện tích của thiết diện.



- A. $\sqrt{3}$. B. $2\sqrt{3}$. C. $\sqrt{2}$. D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 55. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Các điểm E, F lần lượt trung điểm $C'B'$ và $C'D'$. Tính diện tích thiết diện của khối lập phương cắt bởi mặt phẳng (AEF) .

- A. $\frac{7a^2\sqrt{17}}{24}$. B. $\frac{a^2\sqrt{17}}{4}$. C. $\frac{a^2\sqrt{17}}{8}$. D. $\frac{7a^2\sqrt{17}}{12}$.

Câu 56. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và SD . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ và mặt phẳng (AMN) là hình gì

- A. Tam giác. B. Ngũ giác. C. Tam giác cân. D. Tứ giác.

Câu 57. Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và P là một điểm thuộc cạnh BC (P không trùng trung điểm cạnh BC). Thiết diện của tứ diện cắt bởi mặt phẳng (MNP) là:

- A. Tam giác. B. Lục giác. C. Ngũ giác. D. Tứ giác.

Câu 58. Cho hình chóp $S.ABCD$, có M là trung điểm của SC , N thuộc cạnh BC sao cho $NB = 2NC$. Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (AMN) là

- A. hình thang cân. B. hình bình hành. C. tam giác. D. tứ giác.

Câu 59. (THPT CHUYÊN QUANG TRUNG - BP - LẦN 1 - 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, K lần lượt là trung điểm của CD, CB, SA . Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (MNK) là một đa giác (H) . Hãy chọn khẳng định đúng?

- A. (H) là một hình thang. B. (H) là một hình bình hành.
C. (H) là một ngũ giác. D. (H) là một tam giác.

Câu 60. (THPT CHU VĂN AN - HKI - 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy C' là điểm trên cạnh SC sao cho $SC' = \frac{2}{3}SC$. Thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (ABC') là một đa giác m cạnh. Tìm m .

- A. $m = 6$. B. $m = 4$. C. $m = 5$. D. $m = 3$.

Câu 61. (THPT HOÀNG HOA THÁM - HƯNG YÊN - 2018) Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và P là một điểm thuộc cạnh BC (P không là trung điểm của BC). Thiết diện của tứ diện bị cắt bởi mặt phẳng (MNP) là

A. Tứ giác. B. Ngũ giác. C. Lục giác. D. Tam giác.

Câu 62. (KSNLGV - THUẬN THÀNH 2 - BẮC NINH NĂM 2018 - 2019) Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và P là một điểm thuộc cạnh BC (P không trùng trung điểm cạnh BC). Thiết diện của tứ diện cắt bởi mặt phẳng (MNP) là:

A. Tam giác. B. Lục giác. C. Ngũ giác. D. Tứ giác.

Câu 63. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang ($AB // CD$). Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC và G là trọng tâm tam giác SAB . Biết thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (IJG) là hình bình hành. Hỏi khẳng định nào sau đây đúng?

A. $AB = 3CD$. B. $AB = \frac{1}{3}CD$. C. $AB = \frac{3}{2}CD$. D. $AB = \frac{2}{3}CD$.

Câu 64. Cho tứ diện $ABCD$ có các mặt là những tam giác đều có độ dài các cạnh bằng $2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AC, BC và P là trọng tâm tam giác BCD . Mặt phẳng (MNP) cắt tứ diện theo một thiết diện có diện tích là:

A. $\frac{a^2\sqrt{11}}{4}$. B. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$. D. $\frac{a^2\sqrt{11}}{2}$.

Câu 65. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a ($a > 0$). Tính diện tích thiết diện của hình lập phương đã cho cắt bởi mặt phẳng trung trực của đoạn AC' .

A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}a^2$. B. a^2 . C. $\frac{3\sqrt{3}}{4}a^2$. D. $\frac{\sqrt{5}}{2}a^2$.

Câu 66. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 1. Điểm M di động trên đoạn BC , M khác B và C . Mặt phẳng (α) đi qua M đồng thời song song với hai đường thẳng AB, CD . Gọi (H) là thiết diện của tứ diện $ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (α) . Trong các khẳng định sau có bao nhiêu khẳng định đúng?

(1) (H) là một hình chữ nhật.

(2) Chu vi của (H) bằng 2.

(3) Diện tích của (H) bằng $\frac{1}{4}$.

(4) Quỹ tích trọng tâm (H) là một đoạn thẳng có độ dài bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(Trọng tâm của hình $A_1A_2...A_n$ là điểm G thỏa mãn $\overrightarrow{GA_1} + \overrightarrow{GA_2} + ... + \overrightarrow{GA_n} = \vec{0}$).

A. 3. B. 4. C. 2. D. 1

Câu 67. Cho tứ diện $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh BC, AD, AC, BD và G là giao điểm của MN và PQ . Tính diện tích tam giác GAB ?

A. $\frac{a^2\sqrt{3}}{8}$. B. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{a^2\sqrt{2}}{8}$. D. $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$.

Câu 68. (CHUYÊN TRẦN PHÚ - HẢI PHÒNG - LẦN 2 - 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$, G là điểm nằm trong tam giác SCD . E, F lần lượt là trung điểm của AB và AD . Thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (EFG) là:

A. Tam giác. B. Tứ giác. C. Ngũ giác. D. Lục giác.

Câu 69. (THPT CHUYÊN HẠ LONG - LẦN 1 - 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N và P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, BC, CD . Hỏi thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (MNP) là hình gì?

- A. Hình ngũ giác. B. Hình tam giác. C. Hình tứ giác. D. Hình bình hành.

Câu 70. (THPT CHUYÊN HẠ LONG - LẦN 1 - 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang ($AB // CD$). Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC và G là trọng tâm tam giác SAB . Biết thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (IJG) là hình bình hành. Hỏi khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $AB = \frac{1}{3}CD$. B. $AB = \frac{3}{2}CD$. C. $AB = 3CD$. D. $AB = \frac{2}{3}CD$

Câu 71. (CHUYÊN TRẦN PHÚ - HẢI PHÒNG - LẦN 2 - 2018) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 2. Cắt hình lập phương bằng một mặt phẳng chứa đường chéo AC' . Tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích thiết diện thu được.

- A. $2\sqrt{6}$. B. $\sqrt{6}$. C. 4. D. $4\sqrt{2}$.

DẠNG 5. ĐỒNG QUY, THẲNG HÀNG

Câu 72. (HKI-Chu Văn An-2017) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang ($AD // BC, AD > BC$). Gọi I là giao điểm của AB và DC , M là trung điểm của SC và DM cắt (SAB) tại J . Khẳng định nào sau đây SAI?

- A. Ba điểm S, I, J thẳng hàng.
B. Đường thẳng JM thuộc mặt phẳng (SAB) .
C. Đường thẳng SI là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .
D. Đường thẳng DM thuộc mặt phẳng (SCI) .

Câu 73. (THPT XUÂN HÒA - VP - LẦN 1 - 2018) Cho hình tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB, BD . Các điểm G, H lần lượt trên cạnh AC, CD sao cho NH cắt MG tại I . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. A, C, I thẳng hàng B. B, C, I thẳng hàng.
C. N, G, H thẳng hàng. D. B, G, H thẳng hàng.

Câu 74. (THPT CHU VĂN AN - HKI - 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ ($AD // BC, AD > BC$). Gọi I là giao điểm của AB và DC ; M là trung điểm của SC và DM cắt mặt phẳng (SAB) tại J . Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Đường thẳng SI là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .
B. Đường thẳng JM thuộc mặt phẳng (SAB) .
C. Ba điểm S, I, J thẳng hàng.
D. Đường thẳng DM thuộc mặt phẳng (SCI) .

Câu 75. (HKI – TRIỆU QUANG PHỤC 2018-2019) Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là tứ giác lồi. O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD . Một mặt phẳng (α) cắt các cạnh bên SA, SB, SC, SD tương ứng tại các điểm M, N, P, Q . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Các đường thẳng MP, NQ, SO đồng quy.
B. Các đường thẳng MP, NQ, SO chéo nhau.

C. Các đường thẳng MP, NQ, SO đôi một song song.

D. Các đường thẳng MP, NQ, SO trùng nhau.

Câu 76. (HKI-Chuyên Hà Nội - Amsterdam 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$. Một mặt phẳng (P) bất kì cắt các cạnh SA, SB, SC, SD lần lượt tại A', B', C', D' . Gọi I là giao điểm của AC và BD . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định dưới đây?

A. Các đường thẳng $AB, CD, C'D'$ đồng quy B. Các đường thẳng $AB, CD, A'B'$ đồng quy

C. Các đường thẳng $A'C', B'D', SI$ đồng quy. D. Các phương án A, B, C đều sai

Câu 77. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của cạnh AB, BC . Mặt phẳng (P) đi qua EF cắt AD, CD lần lượt tại H và G . Biết EH cắt FG tại I . Ba điểm nào sau đây thẳng hàng?

A. I, A, B .

B. I, C, B .

C. I, D, B .

D. I, C, D .

Câu 78. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang với đáy lớn là BC . M, N lần lượt là trung điểm của SB, SC . Điểm I là giao điểm của AB và DC . Phát biểu nào sau đây đúng

A. $MI = (SAB) \cap (SCD)$.

B. Bốn điểm M, N, A, D không đồng phẳng.

C. $NI = (SAB) \cap (SCD)$.

D. Ba đường thẳng AM, DN, SI đôi một song song hoặc đồng quy.

Câu 79. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, gọi O là giao điểm của AC và BD . Một mặt phẳng (α) cắt các cạnh bên SA, SB, SC, SD tương ứng tại các điểm M, N, P, Q . Khẳng định nào đúng?

A. Các đường thẳng MN, PQ, SO đồng quy.

B. Các đường thẳng MP, NQ, SO đồng quy.

C. Các đường thẳng MQ, PN, SO đồng quy.

D. Các đường thẳng MQ, PQ, SO đồng quy.

DẠNG 6. TỈ SỐ

Câu 80. (THPT KINH MÔN - HẢI DƯƠNG - LẦN 1 - 2018) Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G_1 và G_2 lần lượt là trọng tâm các tam giác BCD và ACD . Câu sai.

A. $G_1G_2 = \frac{2}{3}AB$.

B. BG_1, AG_2 và CD đồng qui.

C. $G_1G_2 \parallel (ABD)$.

D. $G_1G_2 \parallel (ABC)$.

Câu 81. (THPT CHU VĂN AN - HKI - 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ với $AD \parallel BC$ và $AD = 2BC$. Gọi M là điểm trên cạnh SD thỏa mãn $SM = \frac{1}{3}SD$. Mặt phẳng (ABM)

cắt cạnh bên SC tại điểm N . Tính tỉ số $\frac{SN}{SC}$.

A. $\frac{SN}{SC} = \frac{2}{3}$.

B. $\frac{SN}{SC} = \frac{3}{5}$.

C. $\frac{SN}{SC} = \frac{4}{7}$.

D. $\frac{SN}{SC} = \frac{1}{2}$.

Câu 82. (HKI-Chuyên Hà Nội - Amsterdam 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi M, N theo thứ tự là trọng tâm $\triangle SAB, \triangle SCD$. Gọi G là giao điểm của đường thẳng MN với mặt phẳng (SAC) , O là tâm của hình chữ nhật $ABCD$. Khi đó tỉ số $\frac{SG}{GO}$ bằng

A. $\frac{3}{2}$

B. 2.

C. 3

D. $\frac{5}{3}$.

Câu 83. (HK1-Chu Văn An-2017) Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, BC và P là điểm nằm trên cạnh AB sao cho $AP = \frac{1}{3}AB$. Gọi Q là giao điểm của SC và (MNP) .

Tính tỉ số $\frac{SQ}{SC}$.

A. $\frac{SQ}{SC} = \frac{2}{5}$.

B. $\frac{SQ}{SC} = \frac{2}{3}$.

C. $\frac{SQ}{SC} = \frac{1}{3}$.

D. $\frac{SQ}{SC} = \frac{3}{8}$.

Câu 84. (THI HK1 LỚP 11 THPT VIỆT TRÌ 2018 - 2019) Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và BC , P là điểm nằm trên cạnh AB sao cho $\frac{AP}{AB} = \frac{1}{3}$. Gọi Q là giao điểm của SC và mặt phẳng (MNP) . Tính $\frac{SQ}{SC}$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{1}{6}$.

Câu 85. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC , điểm G là trọng tâm của tam giác BCD . Gọi I giao điểm của đường thẳng MG và mặt phẳng (ABC) . Khi đó tỉ lệ $\frac{AN}{NI}$ bằng bao nhiêu?

A. 1.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{3}{4}$.

Câu 86. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Hai điểm M, N thứ tự là trung điểm của các cạnh AB, SC . Gọi I, J theo thứ tự là giao điểm của AN, MN với mặt phẳng (SBD) . Tính $k = \frac{IN}{IA} + \frac{JN}{JM}$?

A. $k = 2$.

B. $k = \frac{3}{2}$.

C. $k = \frac{4}{3}$.

D. $k = \frac{5}{3}$.

Câu 87. (HỌC KÌ 1- LỚP 11- KIM LIÊN HÀ NỘI 18-19) Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AC và BC . Trên cạnh BD lấy điểm K sao cho $BK = 2KD$. Gọi F là giao điểm của AD với mặt phẳng (IJK) . Tính tỉ số $\frac{FA}{FD}$.

A. $\frac{7}{3}$.

B. 2.

C. $\frac{11}{5}$.

D. $\frac{5}{3}$.

Câu 88. Cho tứ diện $ABCD$, gọi M là trung điểm của AC . Trên cạnh AD lấy điểm N sao cho $AN=2ND$, trên cạnh BC lấy điểm Q sao cho $BC=4BQ$. gọi I là giao điểm của đường thẳng MN và mặt phẳng (BCD) , J là giao điểm của đường thẳng BD và mặt phẳng (MNQ) . Khi đó $\frac{JB}{JD} + \frac{JQ}{JI}$ bằng

A. $\frac{13}{20}$

B. $\frac{20}{21}$

C. $\frac{3}{5}$

D. $\frac{11}{12}$

Câu 89. (HKI-Chu Văn An-2017) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ với $AD \parallel BC$ và $AD = 2BC$. Gọi M là điểm trên cạnh SD thỏa mãn $SM = \frac{1}{3}SD$. Mặt phẳng (ABM) cắt cạnh bên SC tại điểm N . Tính tỉ số $\frac{SN}{SC}$.

- A. $\frac{SN}{SC} = \frac{1}{2}$. B. $\frac{SN}{SC} = \frac{2}{3}$. C. $\frac{SN}{SC} = \frac{4}{7}$. D. $\frac{SN}{SC} = \frac{3}{5}$.

Câu 90. (THPT NGUYỄN HUỆ - NINH BÌNH - 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành. M, N lần lượt là trung điểm của AB và SC . I là giao điểm của AN và (SBD) . J là giao điểm của MN với (SBD) . Khi đó tỉ số $\frac{IB}{IJ}$ là:

- A. 4. B. 3. C. $\frac{7}{2}$. D. $\frac{11}{3}$.

Câu 91. (CHUYÊN TRẦN PHÚ - HẢI PHÒNG - LẦN 1 - 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SB, SD và OC . Gọi giao điểm của (MNP) với SA là K . Tỉ số $\frac{KS}{KA}$ là:

- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 92. (THPT CHU VĂN AN - HKI - 2018) Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, BC và P là điểm nằm trên cạnh AB sao cho $AP = \frac{1}{3}AB$. Gọi Q là giao điểm của SC và (MNP) . Tính tỉ số $\frac{SQ}{SC}$.

- A. $\frac{SQ}{SC} = \frac{1}{3}$. B. $\frac{SQ}{SC} = \frac{3}{8}$. C. $\frac{SQ}{SC} = \frac{2}{3}$. D. $\frac{SQ}{SC} = \frac{2}{5}$.

PHẦN B. LỜI GIẢI THAM KHẢO

DẠNG 1. LÝ THUYẾT

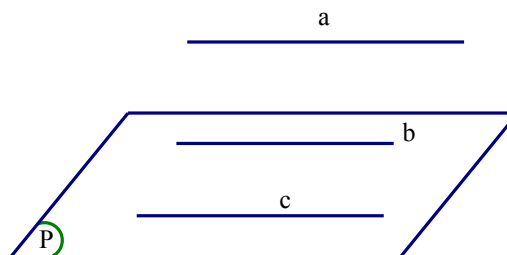
Câu 1. Chọn A

Câu 2. Chọn C

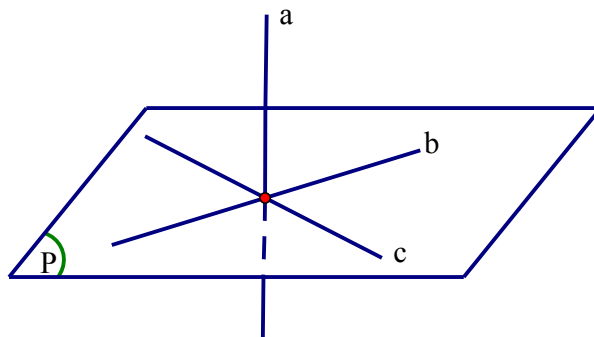
Câu 3. Chọn A.

Câu 4. Chọn D

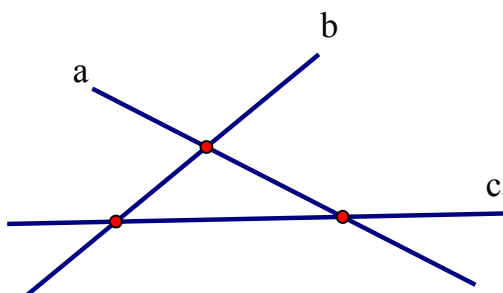
Mệnh đề: “ Ba đường thẳng đôi một song song thì chúng cùng nằm trên một mặt phẳng ” **sai** vì có thể xảy ra trường hợp sau:



Mệnh đề: “ Ba đường thẳng phân biệt đôi một cắt nhau thì chúng cùng nằm trên một mặt phẳng ” **sai** vì có thể xảy ra trường hợp sau:



Mệnh đề: “ Ba đường thẳng đôi một cắt nhau thì chúng đồng quy tại một điểm” **sai** vì có thể xảy ra trường hợp sau:



Câu 5. Chọn B.

(1) sai khi hai mặt phẳng trùng nhau.

(4) sai khi hai mặt phẳng trùng nhau.

Câu 6. Chọn C.

Đáp án C đúng, vì hai đường thẳng chéo nhau là hai đường thẳng không cùng nằm trong một mặt phẳng nên chúng không có điểm chung.

Câu 7. Chọn D

+) Trong không gian hai đường thẳng a và b chéo nhau, có một và chỉ một mặt phẳng đi qua a và song song với b .

Câu 8. Chọn A

Hình (III) không phải là hình biểu diễn của một hình tứ diện \Rightarrow Chọn A

Câu 9. Chọn B

Hình chóp có số cạnh bên bằng số cạnh đáy nên số cạnh của hình chóp là: $5 + 5 = 10$.

Câu 10. Chọn C

Hình chóp có đáy là ngũ giác có:

- 6 mặt gồm 5 mặt bên và 1 mặt đáy.
- 10 cạnh gồm 5 cạnh bên và 5 cạnh đáy.

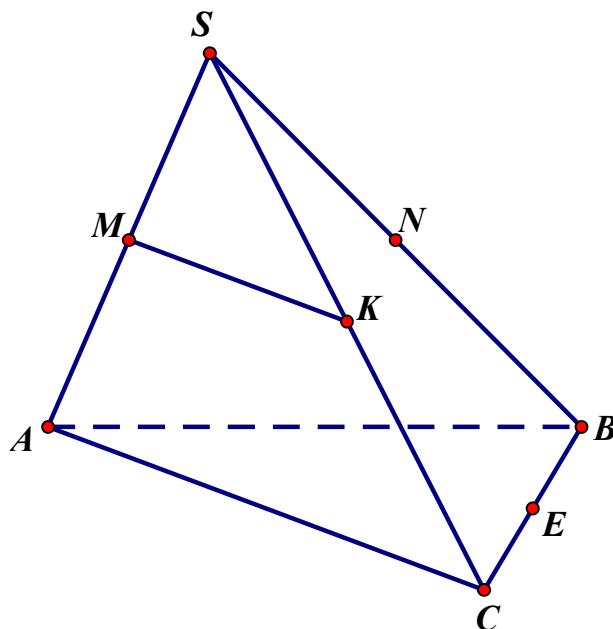
Câu 11. Chọn D

Hình chóp $S.A_1A_2...A_n$, ($n \geq 3$) có n cạnh bên và n cạnh đáy nên có $2n$ cạnh.

Ta có: $2n = 16 \Leftrightarrow n = 8$.

Vậy khi đó hình chóp có 8 mặt bên và 1 mặt đáy nên nó có 9 mặt.

Câu 12. Chọn A



Ta thấy M, K cùng thuộc mặt phẳng (SAC) nên bốn điểm $M; K; A; C$ đồng phẳng.

Câu 13. Mệnh đề đúng là: “Trong không gian hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.”

Câu 14. Trong không gian, bốn điểm không đồng phẳng tạo thành một hình tứ diện. Vì vậy xác định nhiều nhất bốn mặt phẳng phân biệt.

Câu 15. + TH1. Mặt phẳng cần tìm đi qua A và song song với BC .

Ta được một mặt phẳng thỏa mãn.

+ TH2. Mặt phẳng cần tìm đi qua A và trung điểm M của cạnh BC .

Có vô số mặt phẳng đi qua A và M nên có vô số mặt phẳng thỏa mãn bài toán.

Tóm lại có vô số mặt phẳng thỏa mãn bài toán.

Câu 16. Chọn B

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa a và b . $a \cap (P) = I$ cắt a nên $(P) \cap (Q) = d$.

Trong (Q) $d \cap a = I$ nên $d \cap b = J$ từ đó $b \cap (P) = J$.

DẠNG 2. XÁC ĐỊNH GIAO TUYẾN CỦA 2 MẶT PHẪNG

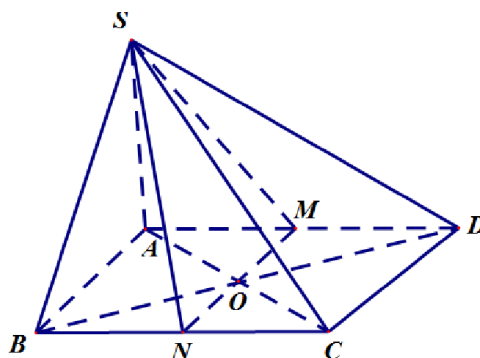
Câu 17.

Lời giải

Chọn D

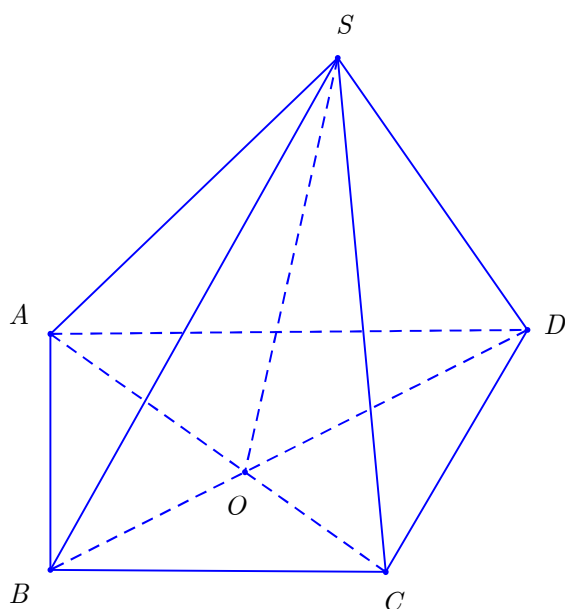
Ta thấy $(SAC) \cap (SAD) = SA$.

Câu 18. Chọn B



Gọi O là tâm hhh $ABCD \Rightarrow O = AC \cap MN \Rightarrow SO = (SMN) \cap (SAC)$.

Câu 19. Chọn C



Có $S \in (SAC) \cap (SBD)$.

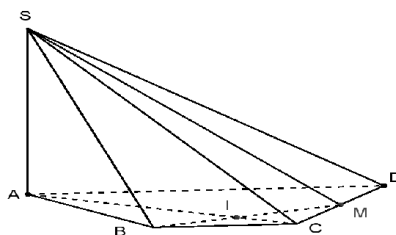
$$\begin{cases} O \in AC, AC \subset (SAC) \\ O \in BD, BD \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow O \in (SAC) \cap (SBD).$$

Nên $SO = (SAC) \cap (SBD)$.

Câu 20. Chọn B

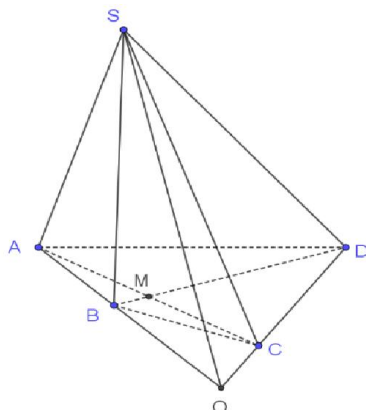
Ta có: $\begin{cases} S \in (SAB) \cap (SBC) \\ B \in (SAB) \cap (SBC) \end{cases} \Rightarrow SB$ là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) .

Câu 21. Chọn B



Giao tuyến của hai mặt phẳng (MSB) và (SAC) là SI với I là giao điểm của AC và BM .

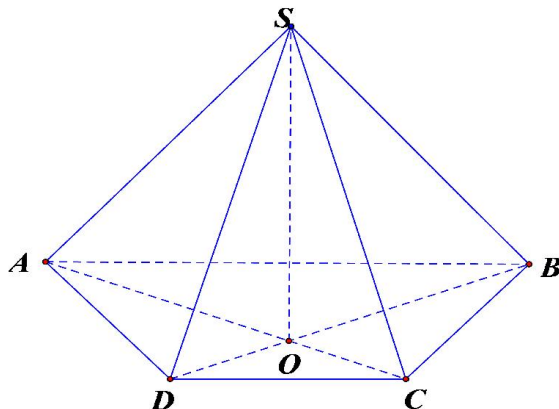
Câu 22. Chọn A



Ta có:
$$\begin{cases} O = AB \cap CD \\ AB \subset (SAB) \Rightarrow O \in (SAB) \cap (SCD). \\ CD \subset (SCD) \end{cases}$$

Lại có: $S \in (SAB) \cap (SCD); S \neq O$. Khi đó $(SAB) \cap (SCD) = SO$.

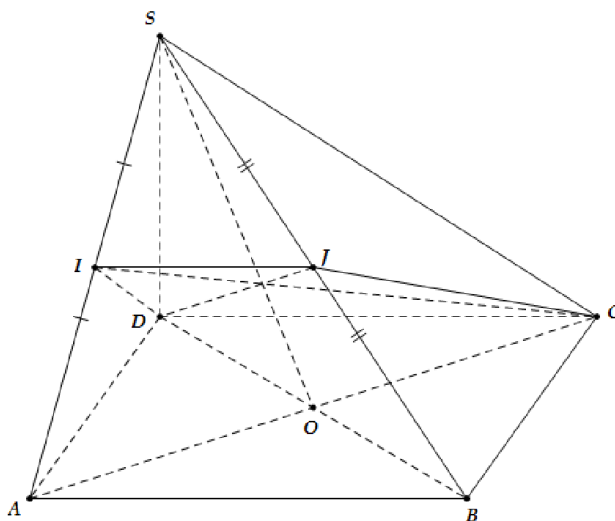
Câu 23. **Chọn B**



Ta có $S \in (SAD) \cap (SCB)$ và $AD \cap CB = J$ (vì AD không song song với CB)

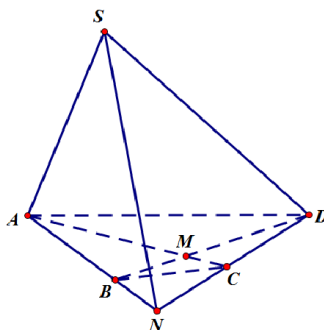
Suy ra $SJ = (SAD) \cap (SCB)$ và SJ và cắt AD

Câu 24. **Chọn D**



Ta có: $(IAC) \cap (JBD) = (SAC) \cap (SBD) = SO$.

Câu 25. **Chọn D**



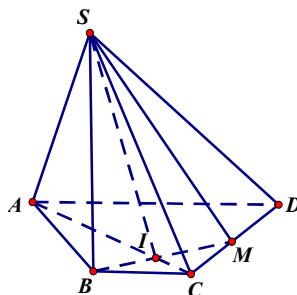
S là điểm chung thứ nhất của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .

$$\text{Vì } AB \cap CD = N \text{ nên } \begin{cases} N \in AB \subset (SAB) \\ N \in CD \subset (SCD) \end{cases}$$

Do đó N là điểm chung thứ hai của hai mặt phẳng trên.

Vậy SN là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .

Câu 26. Chọn A



Gọi I là giao điểm của AC và BM .

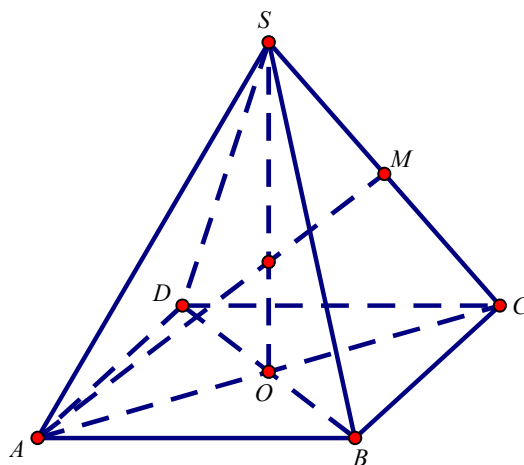
$$I \in AC \subset (SAC)$$

$$I \in BM \subset (SBM)$$

Nên $I \in (SAC) \cap (SBM)$ và $S \in (SAC) \cap (SBM)$

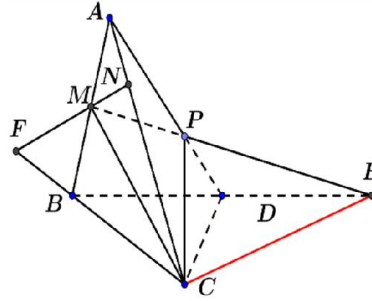
Vậy SI là giao tuyến của hai mặt phẳng (MSB) và (SAC) .

Câu 27. Chọn D.



Ta có hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) có điểm S chung và lần lượt đi qua hai đường thẳng song song là AB và CD nên giao tuyến của hai mặt phẳng này là đường thẳng đi qua S và song song với AB và CD . Do đó đáp án **D sai**.

Câu 28. Chọn D

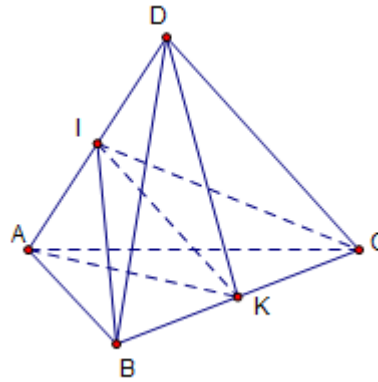


Ta có $C \in (BCD) \cap (CMP)$ (1).

Lại có $BD \cap MP = E \Rightarrow \begin{cases} E \in BD \Rightarrow E \in (BCD) \\ E \in MP \Rightarrow E \in (CMP) \end{cases}$ (2).

Từ (1) và (2) $\Rightarrow (BCD) \cap (CMP) = CE$.

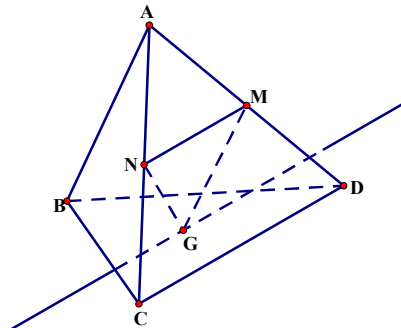
Câu 29. Chọn C.



$\begin{cases} I \in AD \subset (KAD) \\ I \in (IBC) \end{cases} \Rightarrow I$ là điểm chung thứ nhất của hai mặt phẳng (IBC) và (KAD) .

$\begin{cases} K \in BC \subset (IBC) \\ K \in (KAD) \end{cases} \Rightarrow K$ là điểm chung thứ hai của hai mặt phẳng (IBC) và (KAD) .

Vậy $(IBC) \cap (KAD) = IK$.



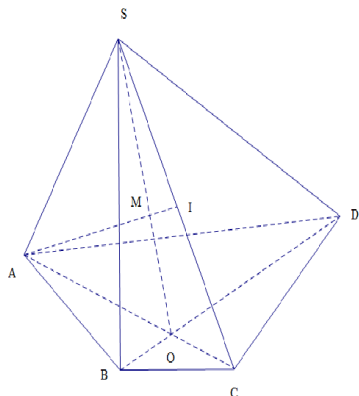
Câu 30.

Ta có MN là đường trung bình tam giác ACD nên $MN \parallel CD$.

Ta có $G \in (GMN) \cap (BCD)$, hai mặt phẳng (ACD) và (BCD) lần lượt chứa DC và MN nên giao tuyến của hai mặt phẳng (GMN) và (BCD) là đường thẳng đi qua G và song song với CD .

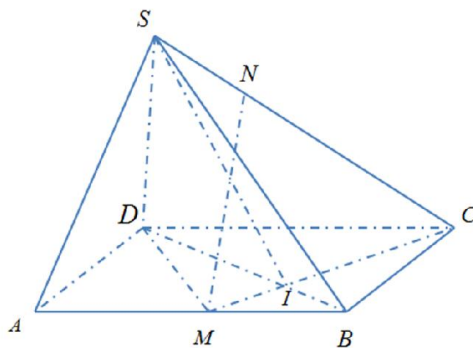
DẠNG 3. TÌM GIAO ĐIỂM

Câu 31. Chọn B.

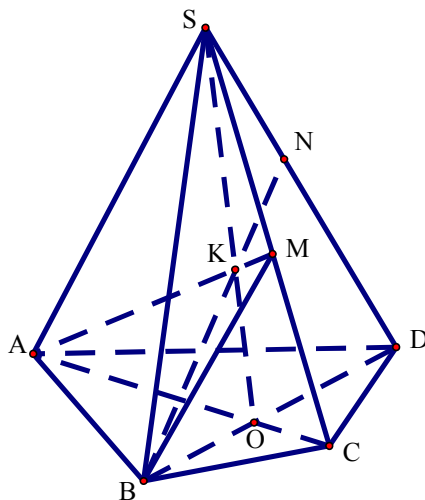


Câu 32.

D. Giao điểm của MN và (SBD) là giao điểm của MN và BD . **Chọn C**



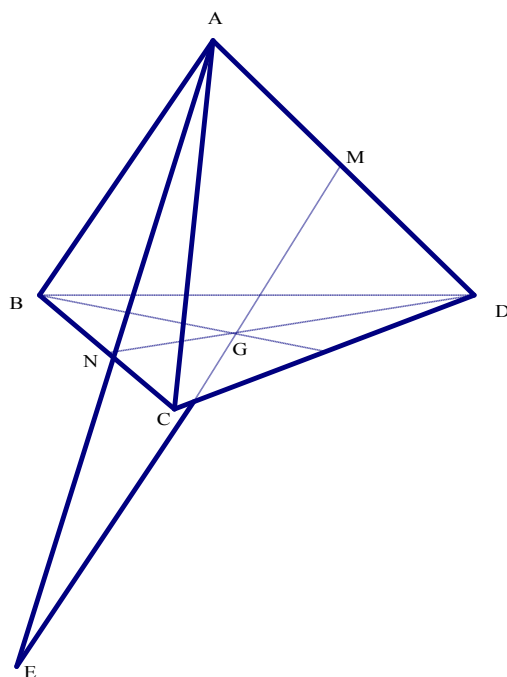
Câu 33. Chọn A



Trong mặt phẳng (SAC) , $SO \cap AM = K$.

Trong mặt phẳng (SBD) , kéo dài BK cắt SD tại $N \Rightarrow N$ là giao điểm của SD với mặt phẳng $(ABM) \Rightarrow$ Chọn **A**.

Câu 34. Chọn B



Trong mặt phẳng (AND) : $AN \cap MG = E$.

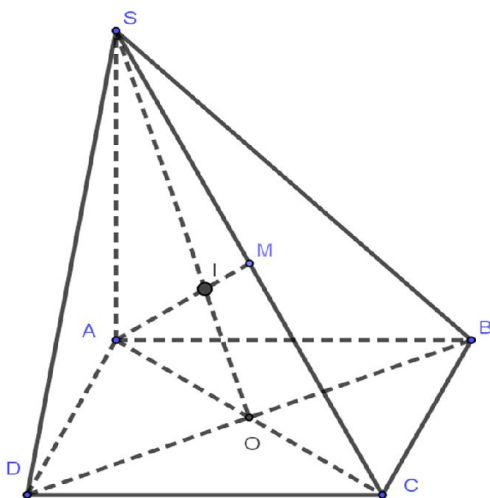
$E \in AN, AN \subset (ABC) \Rightarrow E \in (ABC)$.

$E \in MG$.

$\Rightarrow E = MG \cap (ABC)$.

Vậy giao điểm của đường thẳng MG và mặt phẳng (ABC) là E ($E = AN \cap MG$).

Câu 35. Chọn D.

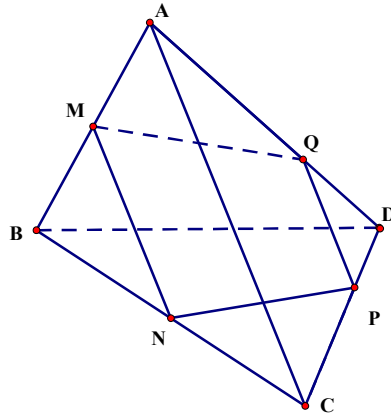


Gọi $AC \cap BD = O$ thì $(SAC) \cap (SBD) = SO$.

Trong mặt phẳng (SAC) , lấy $AM \cap SO = I \Rightarrow I = AM \cap (SBD)$.

Do trong ΔSAC , AM và SO là hai đường trung tuyến, nên I là trọng tâm ΔSAC .
 Vậy $IA = 2IM$.

Câu 36. Chọn C

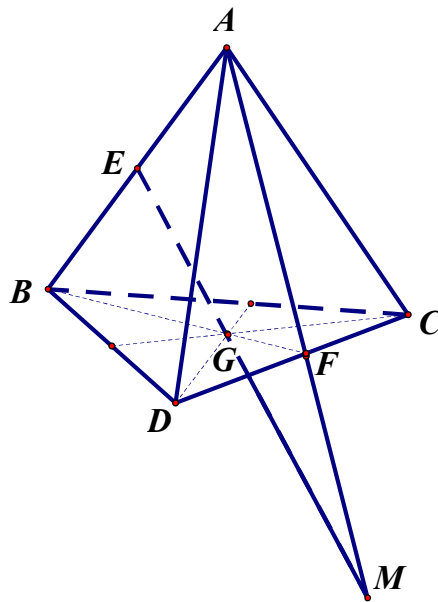


Theo giả thiết, M, N theo thứ tự là trung điểm của AB, BC nên $MN \parallel AC$.

Hai mặt phẳng (MNP) và (ACD) có $MN \parallel AC$ và P là điểm chung thứ nhất của hai mặt phẳng
 \Rightarrow giao tuyến của hai mặt phẳng là đường thẳng PQ đi qua P và song song với AC ; cắt AD tại Q .

Mặt khác, trong tam giác ACD có $\begin{cases} CP = 2PD \\ PQ \parallel AC \end{cases}$ nên $AQ = 2DQ$

Câu 37. Chọn A

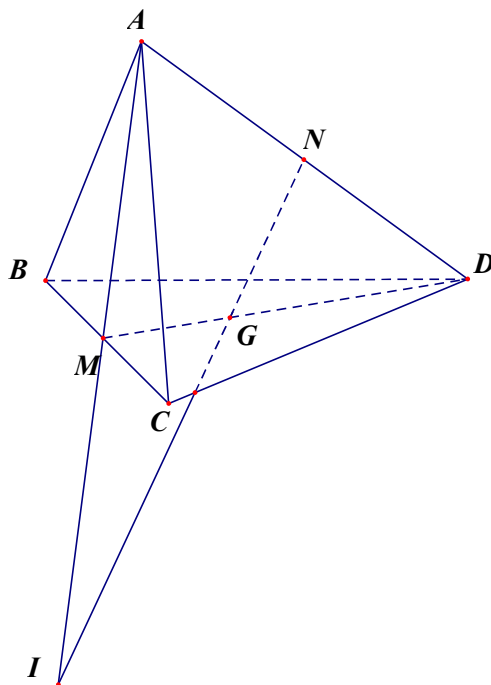


Xét mặt phẳng (ABF) có E là trung điểm của AB , $BG = \frac{2}{3}BF$ nên EG không song song với

$AF \Rightarrow$ Kéo dài EG và AF cắt nhau tại M . Vì $AF \subset (ACD)$ nên M là giao điểm của EG và

$(ACD) \Rightarrow$ Chọn A

Câu 38. Chọn A



Dễ thấy NG và AM cùng nằm trong mặt phẳng (AMD) .

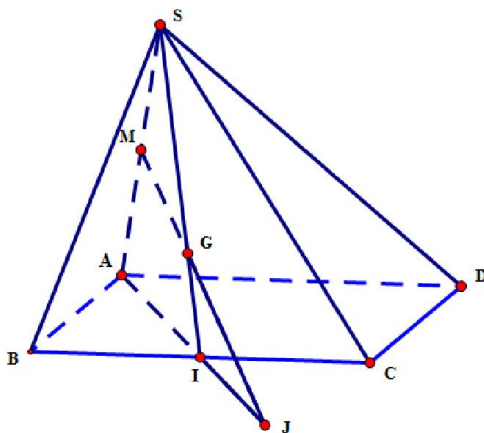
Mặt khác ta lại có $\frac{DN}{DA} = \frac{1}{2}$, $\frac{DG}{DM} = \frac{2}{3}$.

Do đó NG và AM cắt nhau.

Gọi $I = NG \cap AM$, $AM \subset (ABC) \Rightarrow I = NG \cap (ABC)$.

Vậy khẳng định đúng là $I \in AM$.

Câu 39. Chọn A

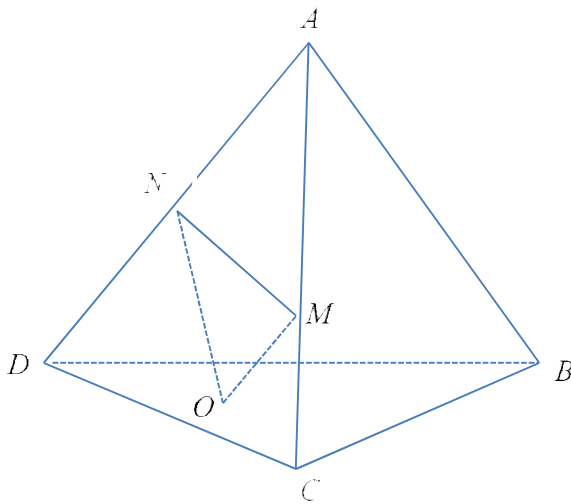


a) Xét trong mặt phẳng (SAI) ta có $MG \cap AI = \{J\}$.

Do đó: $\begin{cases} J \in AI \subset (ABCD) \\ J \in MG \end{cases}$

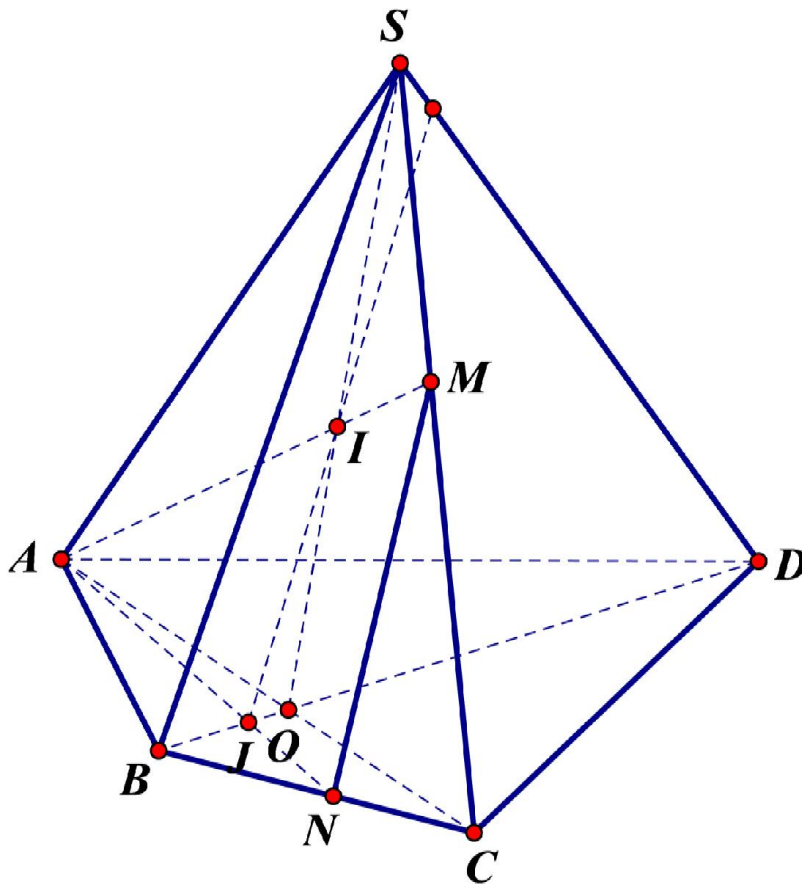
Suy ra: Giao điểm của đường thẳng MG với mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm J .

Câu 40. Chọn B.



Dễ thấy OM không đồng phẳng với BC và MN cũng không đồng phẳng với BC . Vậy cả A và B đều sai.

Câu 41. **Chọn C**



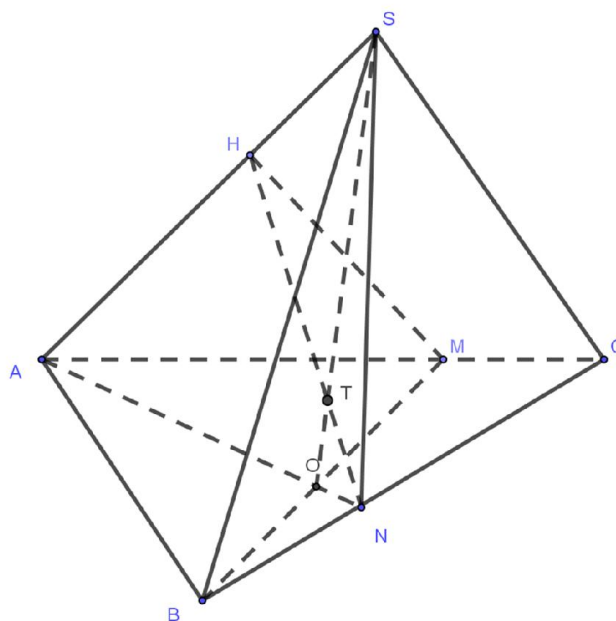
$$I = SO \cap AM \Rightarrow I \in AM \Rightarrow I \in (AMN)$$

$$J = AN \cap BD \Rightarrow J \in AN \Rightarrow J \in (AMN)$$

$$\Rightarrow IJ \subset (AMN)$$

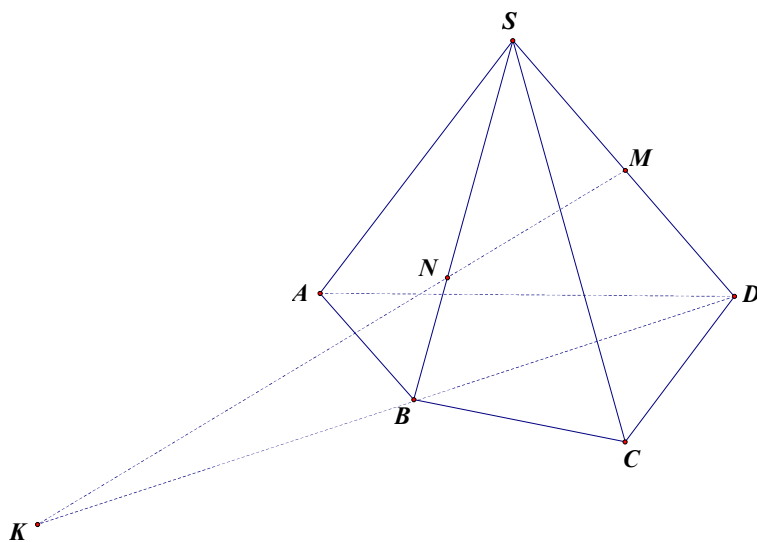
Khi đó giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (AMN) là giao điểm của SD và IJ

Câu 42. **Chọn D.**



Ta có: $T = NH \cap (SBO) \Rightarrow \begin{cases} T \in NH \\ T \in (SBO) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T \in (SAN) \\ T \in (SBO) \end{cases} \Rightarrow T \in SO. \text{ Vậy } T = NH \cap SO.$

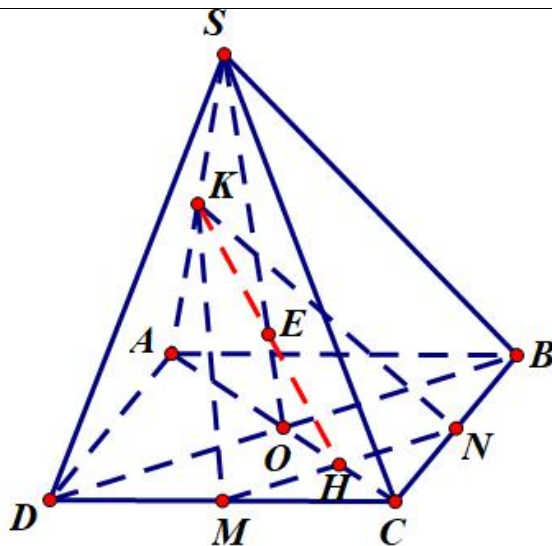
Câu 43. Chọn D



Xét $\triangle SBD$ có M là trung điểm của SD và N thuộc SB sao cho $SN = 2NB \Rightarrow SN = \frac{2}{3}SB$.

suy ra MN kéo dài cắt BD tại K.

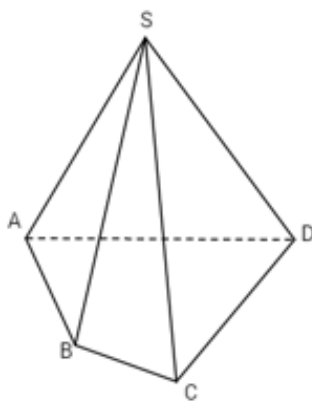
Câu 44. Chọn C



Vì $(KMN) \cap (SAC) = KH$. Do đó E là giao điểm của KH với SO .

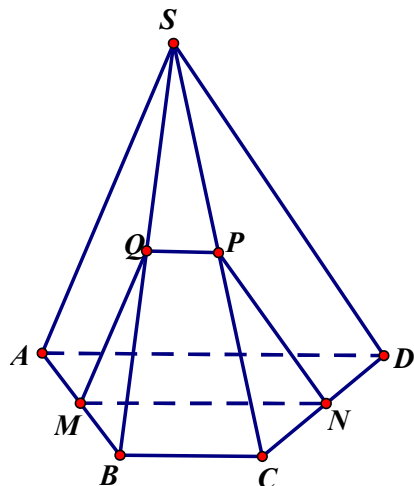
DẠNG 4. TÌM THIẾT DIỆN

Câu 45. Chọn D



Vì hình chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là tứ giác lồi thì có 4 mặt bên và một mặt đáy nên thiết diện của mặt phẳng (α) tùy ý với hình chóp chỉ có thể có tối đa là 5 cạnh. Do đó thiết diện không thể là lục giác.

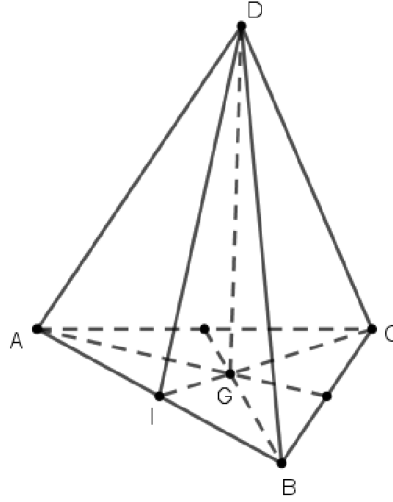
Câu 46. Chọn C



- Giả sử mặt phẳng (P) cắt (SBC) theo giao tuyến PQ .

Khi đó do $MN \parallel BC$ nên theo định lý ba giao tuyến song song hoặc đồng quy áp dụng cho ba mặt phẳng $(P); (SBC); (ABCD)$ thì ta được ba giao tuyến $MN; BC; PQ$ đôi một song song. Do đó thiết diện là một hình thang.

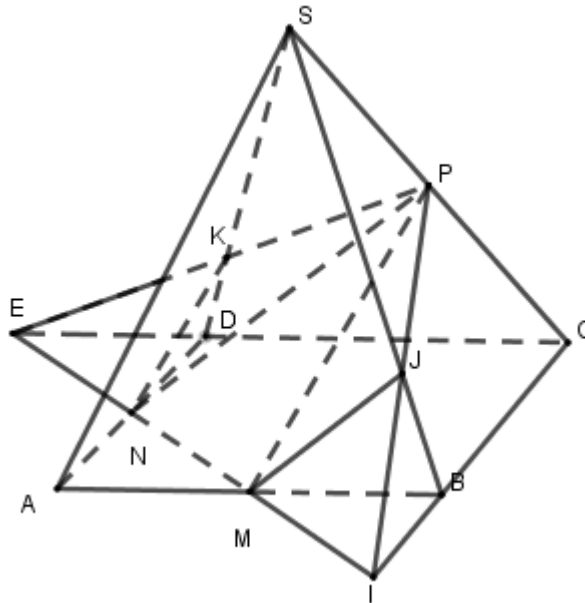
Câu 47. Chọn C



Gọi giao điểm của CG với AB là I . Thiết diện của mặt phẳng (CGD) với tứ diện $ABCD$ là tam giác DCI .

G là trọng tâm tam giác đều ABC nên ta có $CI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $CG = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. Áp dụng định lý Pytago nên $DG = \sqrt{DC^2 - CG^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. Vậy $S_{DCI} = \frac{1}{2} DG \cdot CI = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{2}}{4}$.

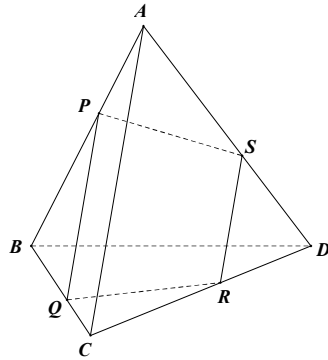
Câu 48. Chọn C



Trong $(ABCD)$: CD và BC cắt MN lần lượt tại I và E .

Trong (SBC) : PI cắt SB tại J . Trong (SDC) : PE cắt SD tại K .

Khi đó (MNP) giao với $(ABCD)$, (SDA) , (SBC) , (SAB) , (SDC) lần lượt theo các giao tuyến MN , NK , PJ , JM , KP . Nên thiết diện tạo thành là ngũ giác $MNKPJ$.



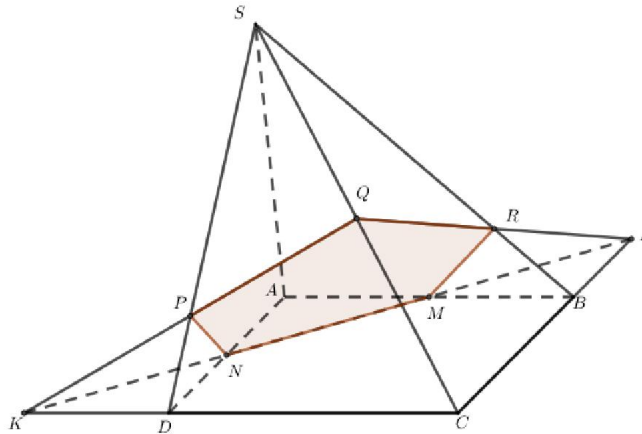
Do $\frac{AP}{AB} = \frac{CQ}{CB} = \frac{1}{3} \Rightarrow PQ \parallel AC$.

Giao tuyến của mặt phẳng (PQR) và (ACD) là đường thẳng đi qua R và song song với AC , cắt AD tại S .

Do đó $PQRS$ là thiết diện của mặt phẳng (PQR) với hình tứ diện $ABCD$.

Theo cách dựng thì $PQ \parallel RS$ mà R bất kỳ trên cạnh CD nên thiết diện là hình thang.

Câu 50. Chọn C



Trong mp $(ABCD)$, gọi $K = MN \cap CD$, $L = MN \cap BC$ suy ra $K \in (SCD)$, $L \in (SBC)$.

Trong mp (SCD) , gọi $P = KQ \cap SD$.

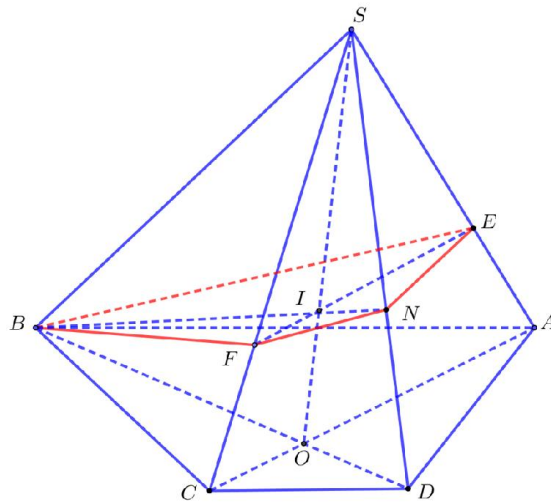
Trong mp (SBC) , gọi $R = LQ \cap SC$.

Khi đó ta có: $(MNQ) \cap (ABCD) = MN$; $(MNQ) \cap (SAD) = NP$; $(MNQ) \cap (SCD) = PQ$;

$(MNQ) \cap (SBC) = QR$; $(MNQ) \cap (SAB) = RM$.

Vậy thiết diện cần tìm là ngũ giác.

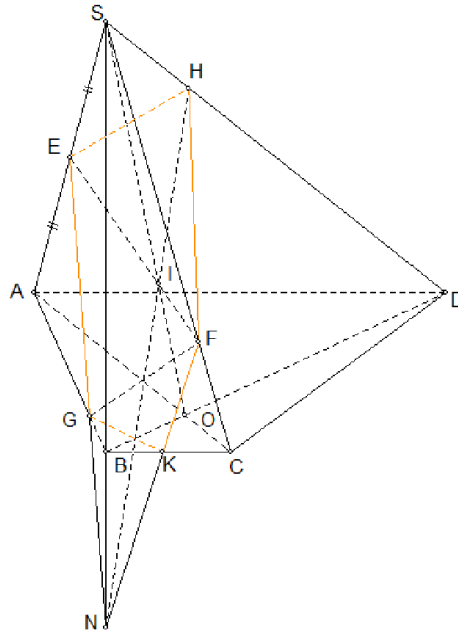
Câu 51. Chọn B



Trong (SAC) , gọi $I = SO \cap EF$, trong (SBD) , gọi $N = BI \cap SD$. Suy ra N là giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (BEF) .

Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (BEF) là tứ giác $BFNE$.

Câu 52. Chọn B



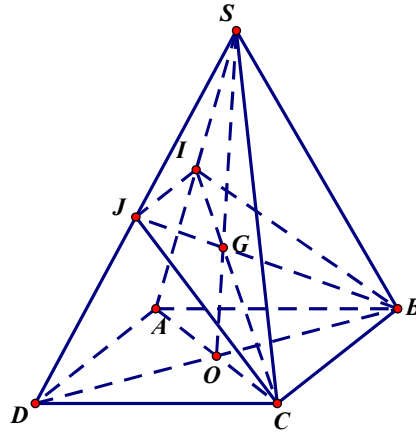
Gọi $N = EG \cap SB$; $K = NF \cap BC$; $O = AC \cap BD$; $FE \cap SO$; $H = NI \cap SD$.

Khi đó, ta có: $(SAB) \cap (EGF) = EG$; $(ABCD) \cap (EGF) = GK$;

$(EGF) \cap (SBC) = KF$; $(EGF) \cap (SCD) = FH$; $(EGF) \cap (SAD) = EH$.

Vậy thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (EGF) là ngũ giác $EGKFH$.

Câu 53. Chọn C



Gọi O là giao điểm AC và BD . Gọi G là giao điểm của SO , CI .

Trong (SBD) , gọi J là giao điểm của BG với SD .

Suy ra J là trung điểm của SD .

Vậy thiết diện là hình thang $IJCB$ (J là trung điểm SD).

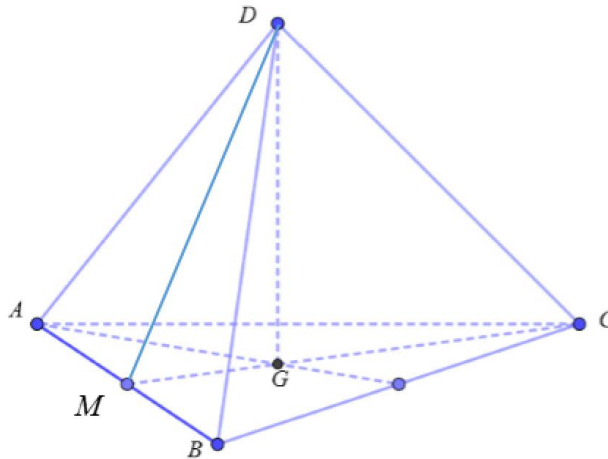
Cách khác:

$$\left. \begin{array}{l} BC \subset (IBC) \\ AD \subset (SAD) \\ BC \parallel AD \\ I \in (IBC) \cap (SAD) \end{array} \right\} \Rightarrow (IBC) \cap (SAD) = IJ \parallel AD \parallel BC \quad (J \in SB).$$

Do IJ là đường trung bình của tam giác SAD nên J là trung điểm SD .

Vậy thiết diện là hình thang $IJCB$ (J là trung điểm SD).

Câu 54. Chọn C



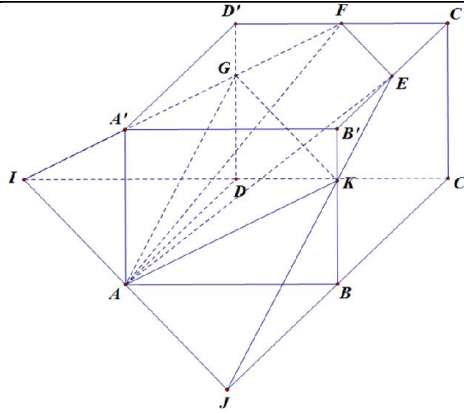
Gọi M là trung điểm AB . Khi đó cắt tứ diện bởi mặt phẳng (GCD) ta được thiết diện là $\triangle MCD$.

Ta có tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 2 $\Rightarrow MC = MD = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$; $CD = 2$.

Khi đó nửa chu vi $\triangle MCD$: $p = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{3} + 2}{2} = 1 + \sqrt{3}$.

Nên $S_{\triangle MCD} = \sqrt{p(p-MC)(p-MD)(p-CD)} = \sqrt{2}$.

Câu 55. Chọn A



Qua A dựng đường thẳng song song với EF cắt CD, CB lần lượt tại I, J . Khi đó, IF cắt DD' tại G và EJ cắt BB' tại K , ta có thiết diện của hình lập phương cắt bởi mặt phẳng (AEF) là ngũ giác $AKEFG$.

Ta có: $\frac{GD'}{GD} = \frac{D'F}{DA} = \frac{1}{2} \Rightarrow GD' = \frac{1}{3}DD' = \frac{a}{3} \Rightarrow GF = KE = \frac{a\sqrt{13}}{6}$, $GK = BD = a\sqrt{2}$ và

$EF = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Suy ra $S_{EFGK} = \frac{a^2\sqrt{17}}{8}$.

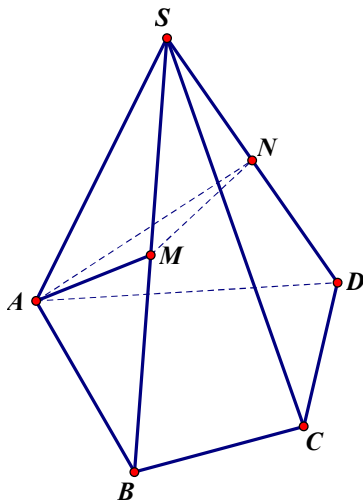
Tam giác AKG cân tại A và $AK = AG = \frac{a\sqrt{13}}{3}$. Suy ra $S_{AGK} = \frac{a^2\sqrt{17}}{6}$.

Vậy $S_{AKEFG} = S_{EFGK} + S_{AGK} = \frac{7a^2\sqrt{17}}{24}$.

Câu 56.

Hướng dẫn giải

Chọn **D.**



Gọi $SC \cap (AMN) = \{P\}$.

Khi đó, Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ và mặt phẳng (AMN) là tứ giác $AMPN$.

Câu 57. Chọn D

Trong mp(ABC) kéo dài MP, AC cắt nhau tại I .
 mp(ACD) kéo dài IN cắt AD tại Q .

ưc:

$$(ABC) \cap (MNP) = MP$$

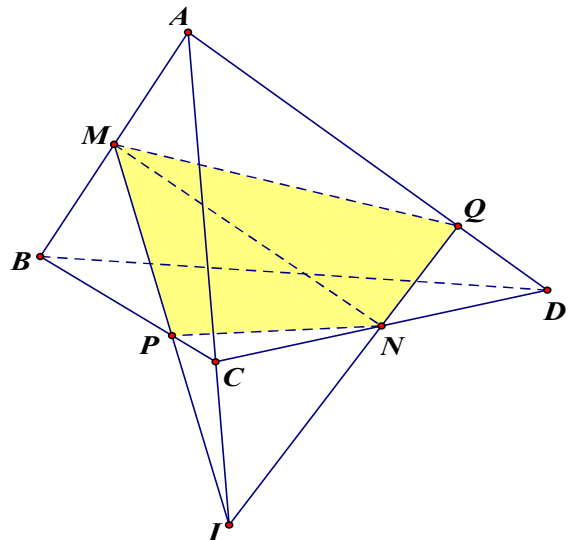
$$(BCD) \cap (MNP) = PN$$

$$(ACD) \cap (MNP) = NQ$$

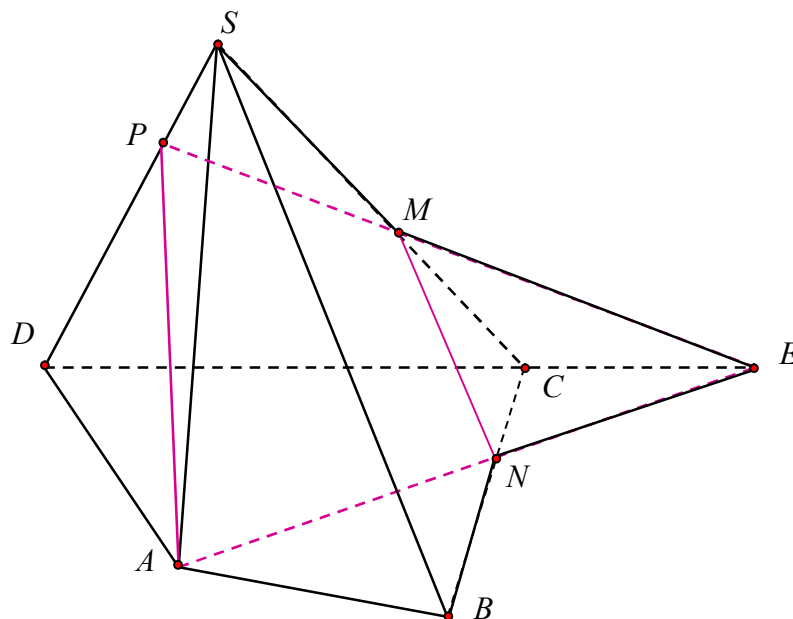
$$(ABD) \cap (MNP) = QM$$

Vậy thiết diện của tứ diện cắt bởi mặt phẳng

(MNP) là tứ giác $MPNQ$.



Câu 58. Chọn.

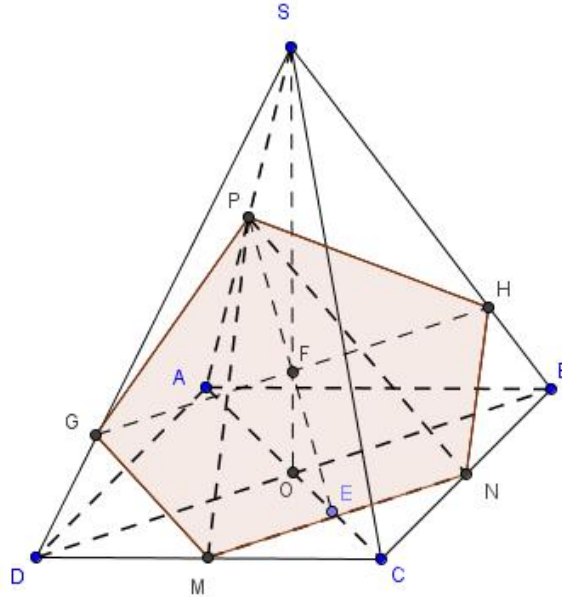


Kéo AN cắt CD tại E , kéo EM cắt SD tại P , ta có:

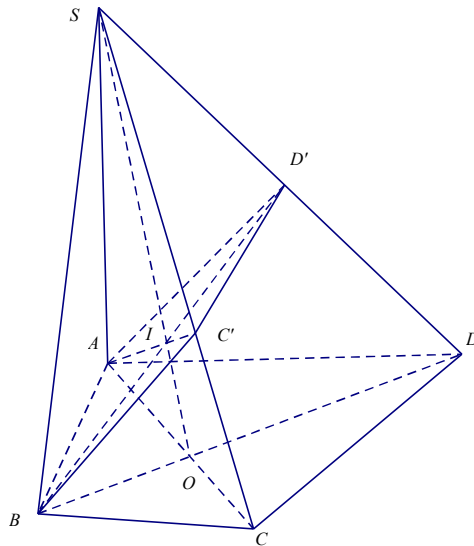
$$(AMN) \cap (ABCD) = AN; (AMN) \cap (SBC) = NM; (AMN) \cap (SCD) = MQ \text{ và}$$

$$(AMN) \cap (SAD) = QA. \text{ Vậy thiết diện cần tìm là tứ giác } ANMQ.$$

Câu 59. Sửa trên hình điểm P thành điểm K nhé

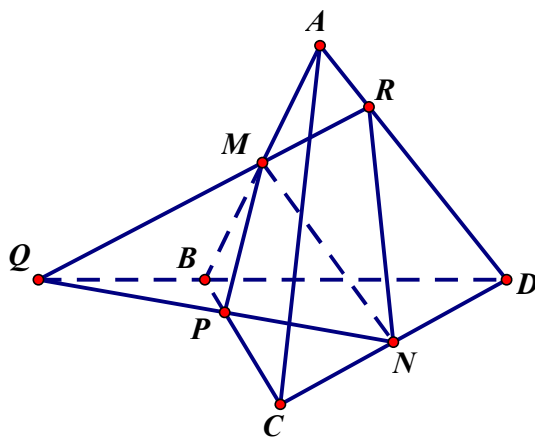


Gọi $E = MN \cap AC$ và $F = PE \cap SO$. Trong (SBD) qua F kẻ đường thẳng song song với sMN và lần lượt cắt SB, SD tại H, G . Khi đó ta thu được thiết diện là ngũ giác $MNHKG$.



Câu 60.

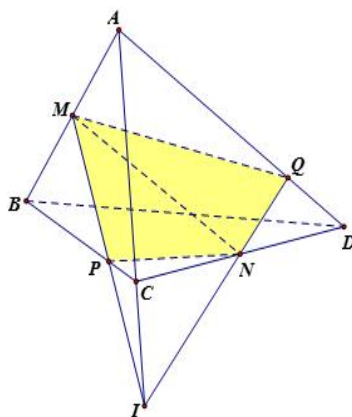
Gọi $O = AC \cap BD$ và $I = AC' \cap SO$; Kéo dài BI cắt SD tại D' . Khi đó
 $(ABC') \cap (ABCD) = AB$; $(ABC') \cap (SAB) = AB$; $(ABC') \cap (SBC) = BC'$ và
 $(ABC') \cap (SAD) = AD'$; $(ABC') \cap (SBD) = C'D'$.
 Suy ra thiết diện là tứ giác $ABC'D'$ nên $m = 4$.



Câu 61.

Gọi $Q = NP \cap BD$. Gọi $R = QM \cap AD$. Suy ra: $Q \in (MNP)$ và $R \in (MNP)$.
 Vậy thiết diện của tứ diện bị cắt bởi mặt phẳng (MNP) là tứ giác $MRNP$.

Câu 62. Chọn D



Trong mp (ABC) kéo dài MP, AC cắt nhau tại I.

Trong mp (ACD) kéo dài IN cắt AD tại Q.

$$(ABC) \cap (MNP) = MP$$

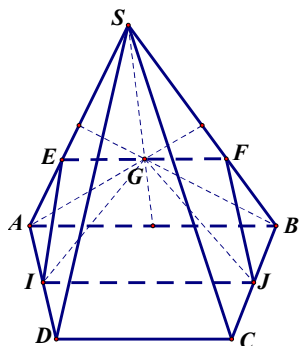
$$(BCD) \cap (MNP) = PN$$

$$(ACD) \cap (MNP) = NQ$$

$$(ABD) \cap (MNP) = QM$$

Vậy thiết diện của tứ diện cắt bởi mặt phẳng (MNP) là tứ giác $MPNQ$.

Câu 63. Chọn A



Từ giả thiết suy ra $IJ \parallel AB \parallel CD$, $IJ = \frac{AB+CD}{2}$.

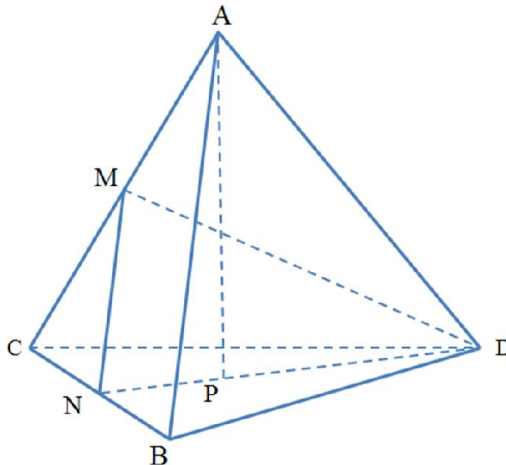
Xét 2 mặt phẳng (IJG) , (SAB) có G là điểm chung \Rightarrow giao tuyến của chúng là đường thẳng EF đi qua G , $EF \parallel AB \parallel CD \parallel IJ$ với $E \in SA$, $F \in SB$.

Nối các đoạn thẳng EI , FJ ta được thiết diện là tứ giác $EFJI$, là hình thang vì $EF \parallel IJ$.

Vì G là trọng tâm của tam giác SAB và $EF \parallel AB$ nên theo định lí Ta – lét ta có: $EF = \frac{2}{3} AB$

Nên để thiết diện là hình bình hành ta cần: $EF = IJ \Leftrightarrow \frac{AB+CD}{2} = \frac{2AB}{3} \Leftrightarrow AB = 3CD$

Câu 64. Chọn A



Mặt phẳng (MNP) cắt tứ diện $ABCD$ theo một thiết diện là một tam giác MND .

Do tứ diện $ABCD$ có các mặt là những tam giác đều có độ dài các cạnh bằng $2a$ nên

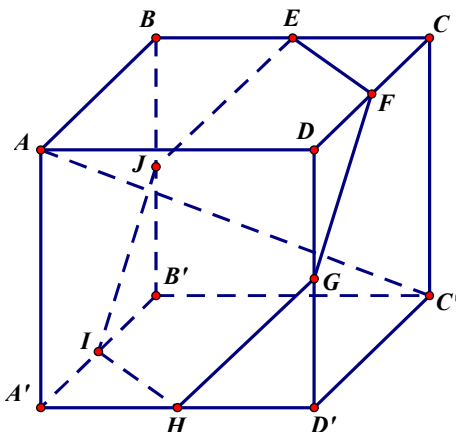
$$\begin{cases} MD \perp AC \\ DN \perp BC \end{cases} \Rightarrow MD = DN = a\sqrt{3}.$$

$$MN = \frac{1}{2} AB = a \text{ (tính chất đường trung bình).}$$

$$p = \frac{MN + MD + ND}{2} = \frac{a(2\sqrt{3} + 1)}{2}.$$

$$S_{MND} = \sqrt{p(p-MN)(p-MD)(p-ND)} = \sqrt{\frac{a^4}{2^4}(2\sqrt{3}+1)(2\sqrt{3}-1)} = \frac{a^2\sqrt{11}}{4}.$$

Câu 65. Chọn C



Gọi E, F, G, H, I, J lần lượt là trung điểm của $BC, CD, DD', A'D', A'B', BB'$.

Ta có $EA = EC' \Rightarrow E$ thuộc mặt phẳng trung trực của AC' .

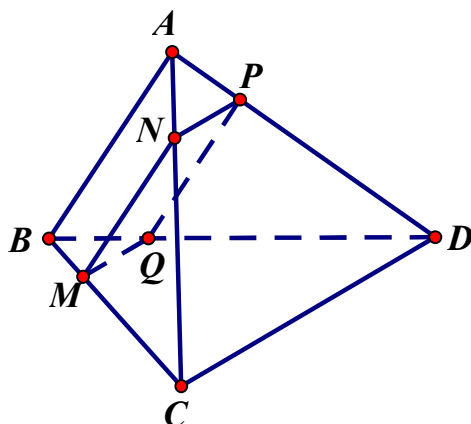
Tương tự F, G, H, I, J thuộc mặt phẳng trung trực của AC' .

Do đó thiết diện của hình lập phương đã cho cắt bởi mặt phẳng trung trực của AC' là lục giác đều

$EFGHIJ$ cạnh $EF = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy diện tích thiết diện là $S = 6 \cdot \left(\frac{a\sqrt{2}}{2} \right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{4} a^2$.

Câu 66. Chọn C



Trong (BCD) dựng $MQ \parallel CD, (Q \in BD)$

Trong (ABC) dựng $MN \parallel AB, (N \in AC)$

Trong (ACD) dựng $NP \parallel CD, (P \in AD)$

Thiết diện (H) là hình chữ nhật $MNPQ$ (do tứ diện $ABCD$ là tứ diện đều).

(1) Đúng.

(2) Đúng. Vì:

Đặt $BM = k, (0 < k < 1)$ thì $MQ = k; MN = 1 - k$

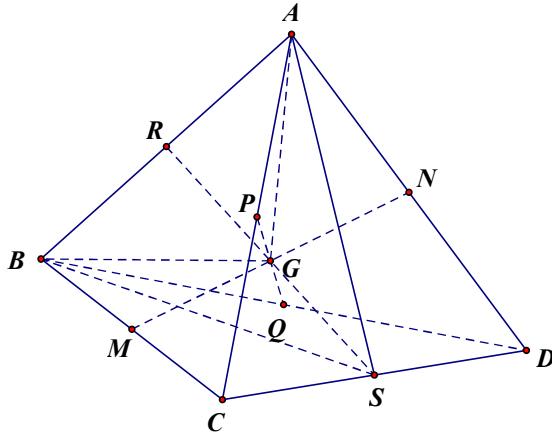
Do đó chu vi của hình chữ nhật $MNPQ$ là: $2(k + 1 - k) = 2$

(3) Sai. Vì: $S_{MNPQ} = k(1 - k)$.

(4) Sai. Vì trọng tâm hình chữ nhật $MNPQ$ nằm trên đoạn nối trung điểm cạnh AB và cạnh CD

.Đoạn đó dài $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 67. Chọn C



Gọi R, S lần lượt là trung điểm của AB và CD. Trong hình tứ diện đều ta chứng minh được RS đi qua G và vuông góc với AB

$$\text{Ta có: } AS = BS = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

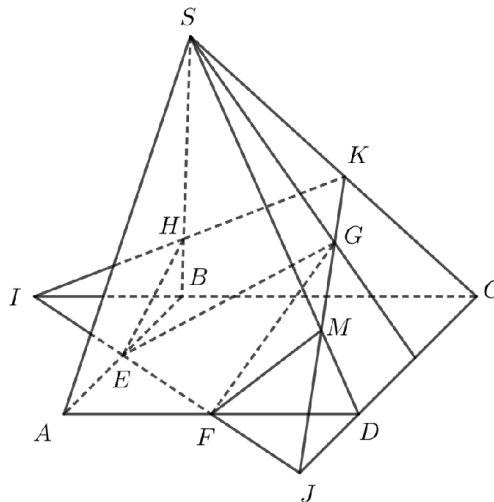
$$\text{Kí hiệu: } p = \frac{AB + BS + SA}{2} = \frac{a + a\sqrt{3}}{2}$$

$$dt(\triangle GAS) = \frac{1}{2} GR \cdot AB$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} SR \cdot AB \right) = \frac{1}{2} dt(\triangle SAB)$$

$$= \sqrt{p(p-a) \left(p - \frac{a\sqrt{3}}{2} \right) \left(p - \frac{a\sqrt{3}}{2} \right)}$$

$$= \frac{a^2\sqrt{2}}{8}$$



Câu 68.

Trong mặt phẳng $(ABCD)$: $EF \cap BC = I$; $EF \cap CD = J$

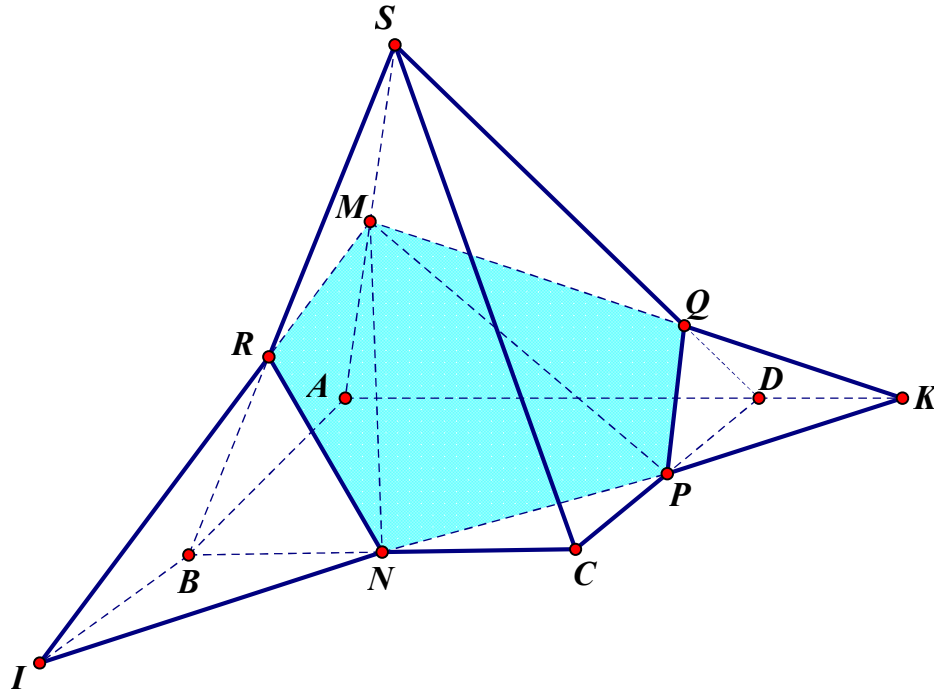
Trong mặt phẳng (SCD) : $GJ \cap SC = K$; $GJ \cap SD = M$

Trong mặt phẳng (SBC) : $KI \cap SB = H$

Ta có: $(GEF) \cap (ABCD) = EF$, $(GEF) \cap (SAD) = FM$, $(GEF) \cap (SCD) = MK$

$(GEF) \cap (SBC) = KH$, $(GEF) \cap (SAB) = HE$

Vậy thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (EFG) là ngũ giác $EFMKH$

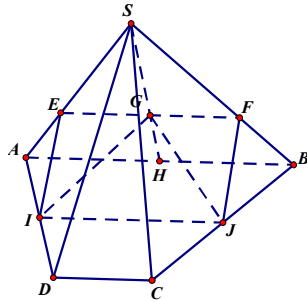


Câu 69.

Gọi $PN \cap AB = I$, $NP \cap AD = K$.

Kẻ IM cắt SB tại R , kẻ MK cắt SD tại Q .

Vậy thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (MNP) là ngũ giác $MPQMR$.



Câu 70.

Vì $(IJG) \cap (SAB) = \{G\}$ ta có $IJ \parallel AB$ vì IJ là đường trung bình của hình thang $ABCD$

$(IJG) \cap (SAB) = Gx \parallel AB \parallel IJ$. Gọi $E = Gx \cap SA$, $F = Gx \cap SB$

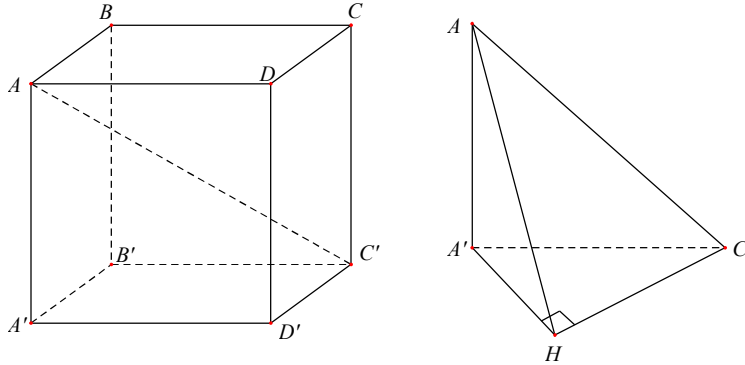
$(IJG) \cap (SAD) = EI$; $(IJG) \cap (ABCD) = IJ$; $(IJG) \cap (SBC) = JF$

Suy ra thiết diện (IJG) và hình chóp là hình bình hành $IJFE \Leftrightarrow IJ = EF$ (1)

vì G là trọng tâm tam giác $SAB \Leftrightarrow SG = \frac{2}{3} GH \Rightarrow EF = \frac{2}{3} AB$ (2)

và $IJ = \frac{AB+CD}{2}$ (3) vì IJ là đường trung bình của hình thang $ABCD$

$$(3) \quad \Rightarrow \frac{2}{3}AB = \frac{AB+CD}{2} \Leftrightarrow 4AB = 3AB + 3CD \Leftrightarrow AB = 3CD$$



Câu 71.

Gọi (H) là thiết diện của hình lập phương và mặt phẳng (α) chứa AC' .

+ Trường hợp (H) có một đỉnh thuộc cạnh BB' hoặc DD' .

Giao tuyến của (α) và $(A'B'C'D')$ là đường thẳng d , hình chiếu vuông góc của A' lên d là điểm H . Khi đó góc giữa (α) và $(A'B'C'D')$ là $\widehat{AHA'}$.

Vì $A'H \perp d$ nên $A'H \leq A'C'$, do đó $\sin \alpha = \frac{AA'}{AH} \geq \frac{AA'}{AC'} = \sin \widehat{AC'A'}$, do đó $\cos \alpha \leq \cos \widehat{A'C'A'}$

Hình chiếu vuông góc của hình (H) lên $(A'B'C'D')$ là hình vuông $A'B'C'D'$, do đó diện tích hình (H) : $S_{A'B'C'D'} = S_{(H)} \cdot \cos \alpha \Rightarrow S_{(H)} = \frac{S_{A'B'C'D'}}{\cos \alpha}$.

Diện tích thiết diện nhỏ nhất khi $\cos \alpha$ lớn nhất, tức là $\cos \alpha = \cos \widehat{A'C'A'} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$. Khi đó diện tích

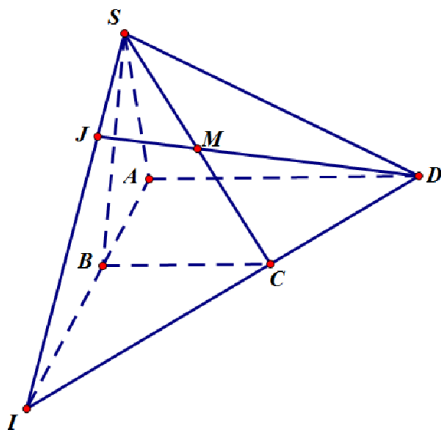
cần tìm là $S_{(H)} = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{6}$.

+ Trường hợp (H) có một đỉnh thuộc cạnh CD hoặc $A'B'$, chọn mặt phẳng chiếu là $(BCC'B')$, chứng minh tương tự ta cũng có $S_{(H)} = \frac{S_{BB'C'C}}{\cos \alpha}$, $\min S_{(H)} = 2\sqrt{6}$.

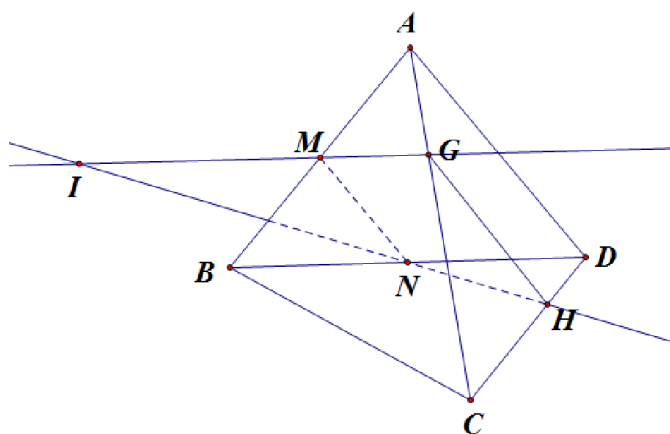
+ Trường hợp (H) có một đỉnh thuộc cạnh BC hoặc $A'D'$, chọn mặt phẳng chiếu là $(BAA'B')$, chứng minh tương tự ta cũng có, $\min S_{(H)} = 2\sqrt{6}$.

DẠNG 5. ĐỒNG QUY, THẺ HẰNG

Câu 72. Chọn B



Trong (SCD) , $DM \cap SI = J$. Khi đó $J = DM \cap (SAB)$.

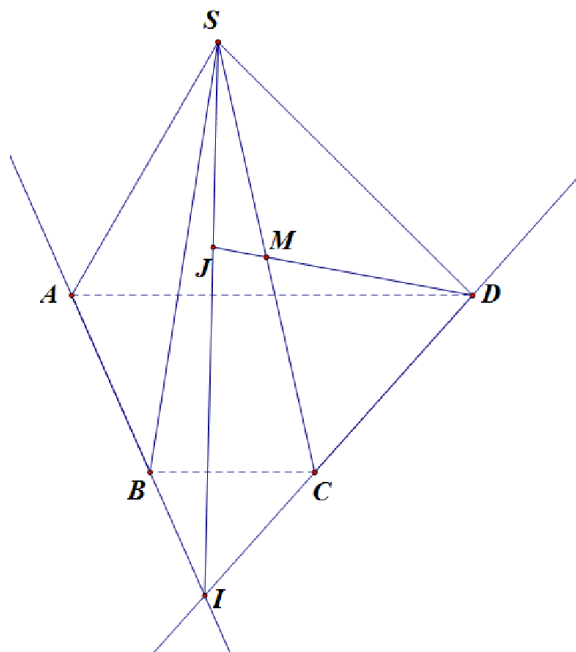


Câu 73.

Do NH cắt MG tại I nên bốn điểm M, N, H, G cùng thuộc mặt phẳng (α) . Xét ba mặt phẳng

$$(ABC), (BCD), (\alpha) \text{ phân biệt, đồng thời } \begin{cases} (\alpha) \cap (ABC) = MG \\ (\alpha) \cap (BCD) = NH \\ (ABC) \cap (BCD) = BC \end{cases} \quad \text{mà } MG \cap NH = I$$

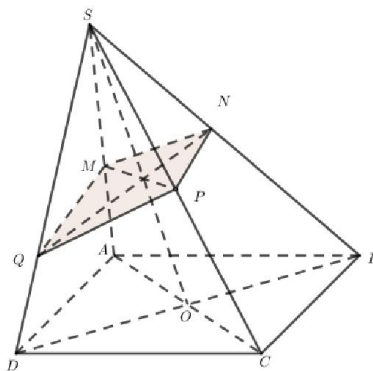
Suy ra MG, NH, BC đồng quy tại I nên B, C, I thẳng hàng.



Câu 74.

Ta có $M \notin (SAB)$ nên đường thẳng JM không thuộc mặt phẳng (SAB) .

Câu 75. Chọn A

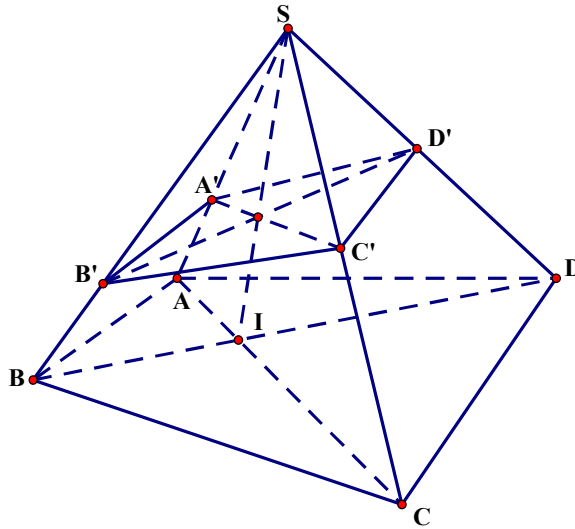


Ta có M, N, P, Q đồng phẳng và tạo thành tứ giác $MNPQ$ nên hai đường MP và NQ cắt nhau.
(1)

$$\text{Mặt khác: } \begin{cases} (MNPQ) \cap (SAC) = MP \\ (MNPQ) \cap (SBD) = NQ \\ (SAC) \cap (SBD) = SO \end{cases} \quad (2)$$

Từ (1), (2) suy ra các đường thẳng MP, NQ, SO đồng qui.

Câu 76. Chọn C

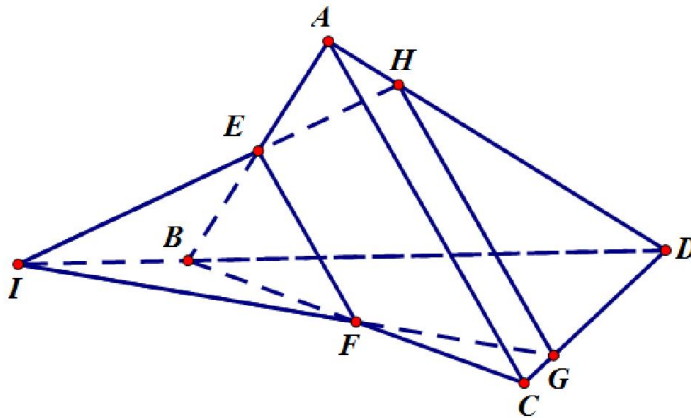


Hai mặt phẳng (P) và (SAC) cắt nhau theo giao tuyến $A'C'$.

Hai mặt phẳng (P) và (SBD) cắt nhau theo giao tuyến $B'D'$.

Hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) cắt nhau theo giao tuyến SI .

Vậy ba đường thẳng $A'C', B'D', SI$ đồng quy.



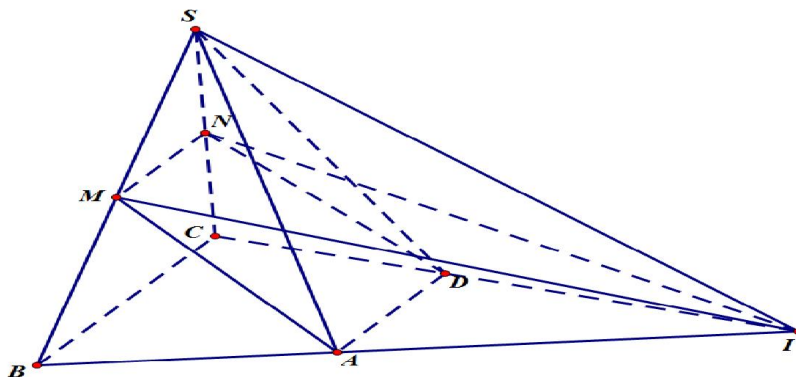
Câu 77.

Chọn C

$$I = EH \cap FG \Rightarrow \left. \begin{array}{l} I \in EH \subset (ABD) \\ I \in FG \subset (ABC) \end{array} \right\} \Rightarrow I \in (ABD) \cap (ABC) = BD.$$

Vậy I, D, B thẳng hàng.

Câu 78. Chọn D



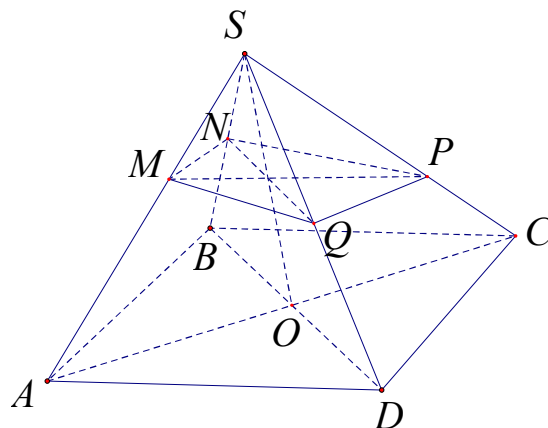
Tam giác SBC có MN là đường trung bình nên MN song song BC , lại có BC song song AD nên suy ra MN song song AD , do đó M, N, A, D đồng phẳng.

Xét ba mặt phẳng: (SAB) , (SCD) , $(MNDA)$ có:

$$(SAB) \cap (SCD) = SI; (SAB) \cap (MNDA) = AM; (SCD) \cap (MNDA) = DN$$

Suy ra AM, DN, SI đôi một song song hoặc đồng quy (định lý về giao tuyến 3 mặt phẳng)
Nên **D** đúng.

Câu 79. Chọn B



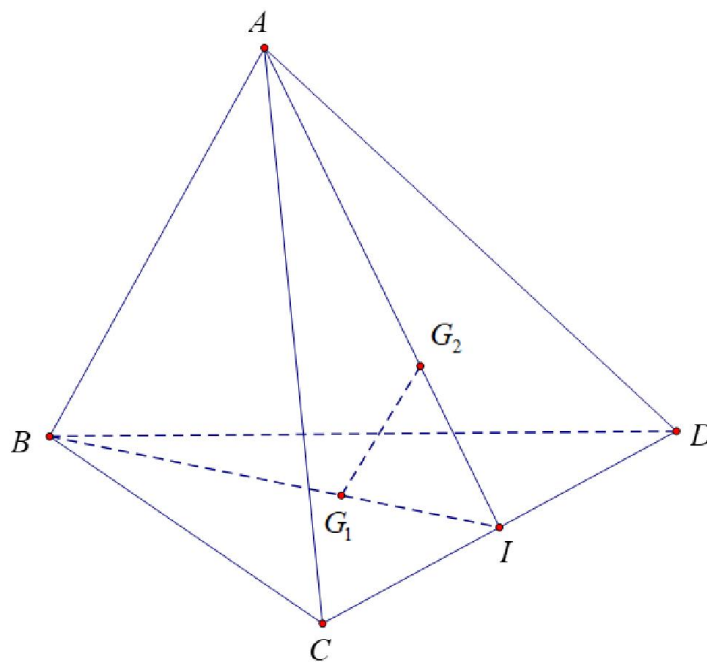
Ta có: $MP \subset mp(SAC)$; $NQ \subset mp(SBD)$

Và $(SAC) \cap (SBD) = SO$

Gọi $I = MP \cap NQ$

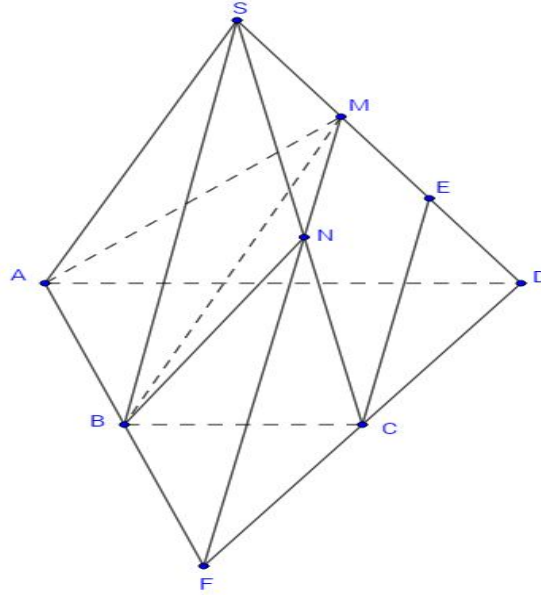
Thì $I \in SO$ nên MP, NQ, SO đồng quy.

DẠNG 6. TỈ SỐ



Câu 80.

$$\text{Ta có: } \frac{IG_1}{IB} = \frac{IG_2}{IA} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{G_1G_2}{AB} = \frac{1}{3} \Rightarrow G_1G_2 = \frac{1}{3} AB.$$



Câu 81.

Gọi F là giao điểm của AB và CD . Nối F với M , FM cắt SC tại điểm N . Khi đó N là giao điểm của (ABM) và SC .

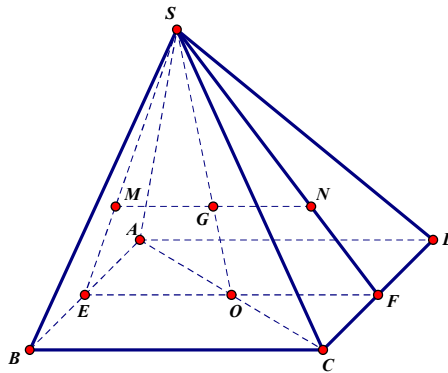
Theo giả thiết, ta chứng minh được C là trung điểm DF .

Trong mặt phẳng (SCD) kẻ CE song song NM (E thuộc SD). Do C là trung điểm DF nên suy ra E là trung điểm MD . Khi đó, ta có $SM = ME = ED$ và M là trung điểm SE .

Do $MN \parallel CE$ và M là trung điểm SE nên MN là đường trung bình của tam giác SCE . Từ đó

suy ra N là trung điểm SC và $\frac{SN}{SC} = \frac{1}{2}$.

Câu 82. Chọn B



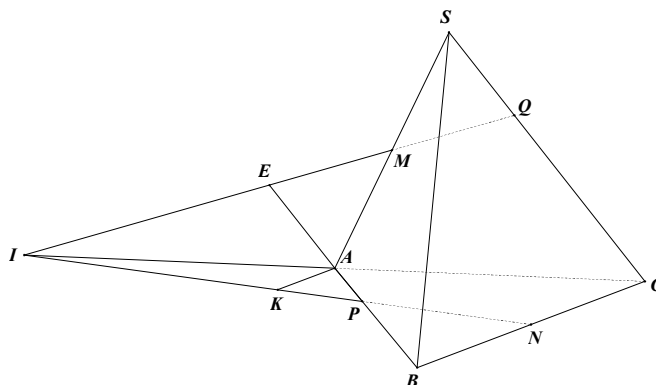
Ta có: $O \in FE$. Xét hai mặt phẳng (SEF) và (SCD) có:

$$\left. \begin{array}{l} O \in EF \subset (SEF) \\ O \in AC \subset (SAC) \end{array} \right\} \Rightarrow O \in (SEF) \cap (SAC). \text{ Mà } S \in (SEF) \cap (SAC) \text{ nên } (SEF) \cap (SAC) = SO.$$

Trong mặt phẳng (SEF) ta có: $SO \cap MN = G \Rightarrow \begin{cases} G \in MN \\ G \in SO \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow MN \cap (SAC) = \{G\}.$

Xét tam giác SFE có: $MG \parallel EF$ (do $MN \parallel EF$) $\Rightarrow \frac{SG}{SO} = \frac{SM}{SE} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{SG}{GO} = 2.$

Câu 83. Chọn C



Gọi I là giao điểm của NP và AC . Khi đó Q là giao điểm của MI và SC .

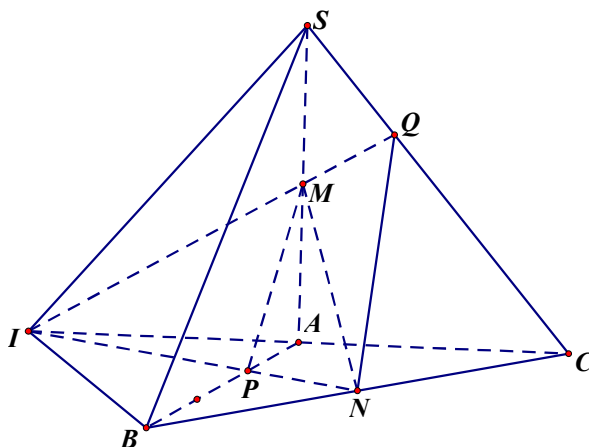
Từ A kẻ đường thẳng song song với BC , cắt IN tại K .

$$\text{Khi đó } \frac{AK}{BN} = \frac{AP}{BP} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{IA}{IC} = \frac{AK}{CN} = \frac{1}{2}.$$

Từ A kẻ đường thẳng song song với SC , cắt IQ tại E .

$$\text{Khi đó } \frac{AE}{SQ} = \frac{AM}{SM} = 1 \Rightarrow AE = SQ, \frac{AE}{CQ} = \frac{IA}{IC} = \frac{1}{2} \Rightarrow AE = \frac{1}{2}CQ. \text{ Do đó } \frac{SQ}{SC} = \frac{1}{3}.$$

Câu 84. Chọn B



+) Gọi $I = PN \cap AC$; gọi $Q = IM \cap SC$

$$\text{+) Áp dụng định lý Menelaus trong tam giác } SAC \text{ ta có } \frac{QS}{QC} \cdot \frac{IC}{IA} \cdot \frac{MA}{MS} = 1 \Rightarrow \frac{QS}{QC} = \frac{IA}{IC} \quad (1)$$

$$\text{+) Áp dụng định lý Menelaus trong tam giác } ABC \text{ ta có } \frac{IA}{IC} \cdot \frac{NC}{NB} \cdot \frac{PB}{PA} = 1 \Rightarrow \frac{IA}{IC} = \frac{PA}{PB} = \frac{1}{2} \quad (2)$$

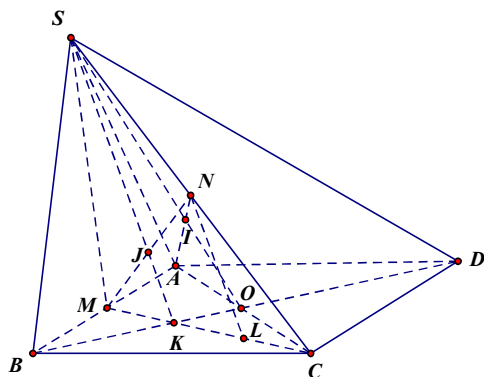
$$\text{+) Từ (1) và (2) suy ra } \frac{QS}{QC} = \frac{1}{2} \text{ hay } \frac{SQ}{SC} = \frac{1}{3}.$$

Câu 85. Chọn A

Áp dụng định lý Menelaus đối với tam giác AND và cát tuyến IGM ta có:

$$\frac{MA}{MD} \cdot \frac{GD}{GN} \cdot \frac{IN}{IA} = 1 \Leftrightarrow 1.2 \cdot \frac{IN}{IA} = 1 \Leftrightarrow \frac{IN}{IA} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{AN}{NI} = 1$$

Câu 86. Chọn B



Gọi $O = AC \cap BD$, $BD \cap MC = K$. Trong (SAC) : $SO \cap AN = I$.

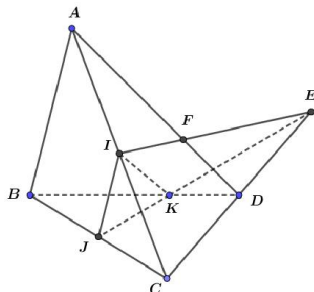
Trong (SMC) : $SK \cap MN = J$.

Ta thấy I là trọng tâm tam giác SAC nên $\frac{IN}{IA} = \frac{1}{2}$.

K là trọng tâm tam giác ABC , lấy L là trung điểm KC . Ta có $MK = KL = LC$.

NL là đường trung bình của tam giác SKC nên $NL \parallel SK$, mà K là trung điểm ML nên KJ là đường trung bình của tam giác MNL . Khi đó $\frac{JN}{JM} = 1 \Rightarrow \frac{IN}{IA} + \frac{JN}{JM} = \frac{3}{2}$.

Câu 87. Chọn B

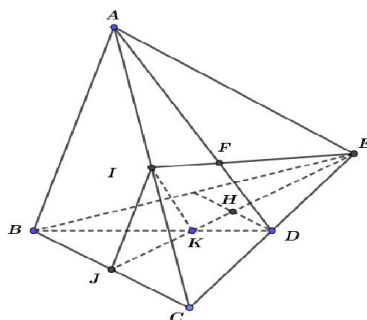


Trong mặt phẳng (BCD) hai đường thẳng JK và CD không song song nên gọi $E = JK \cap CD$. Khi đó $E \in (ACD)$.

Suy ra: $(ACD) \cap (IJK) = EJ$.

Trong (ACD) gọi $F = EI \cap AD$. Khi đó $(IJK) \cap AD = F$.

Cách 1 :



Vẽ $DH \parallel BC$ và $H \in IE$. Ta có: $\frac{BJ}{HD} = \frac{BK}{KD} = 2 \Rightarrow HD = \frac{BJ}{2} \Rightarrow HD = \frac{1}{2} JC$.

Suy ra D là trung điểm của CE .

Xét $\triangle ACE$ có EI và AD là hai đường trung tuyến nên F là trọng tâm của $\triangle ACE$.

Vậy $\frac{AF}{FD} = 2$.

Cách 2 :

Xét $\triangle BCD$, áp dụng định lí Menelaus có : $\frac{JB}{JC} \cdot \frac{EC}{ED} \cdot \frac{KD}{KB} = 1 \Rightarrow 1 \cdot \frac{EC}{ED} \cdot \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow \frac{EC}{ED} = 2$.

Xét $\triangle ACD$, áp dụng định lí Menelaus có : $\frac{EC}{ED} \cdot \frac{FD}{FA} \cdot \frac{IA}{IC} = 1 \Rightarrow 2 \cdot \frac{FD}{FA} \cdot 1 = 1 \Rightarrow \frac{FD}{FA} = \frac{1}{2}$.

Vậy $\frac{FA}{FD} = 2$.

Câu 88. Chọn D.

Vì M là trung điểm AC nên IM là trung tuyến tam giác IAC Mặt khác AN=2 ND nên ta có D là trung điểm của IC (Áp dụng định lí Ptoleme trong tam giác ACD có cát tuyến MI)

Áp dụng định lí Ptoleme trong tam giác BCD có đường thẳng QI cắt BD,DC,CB lần lượt tại J,I,Q

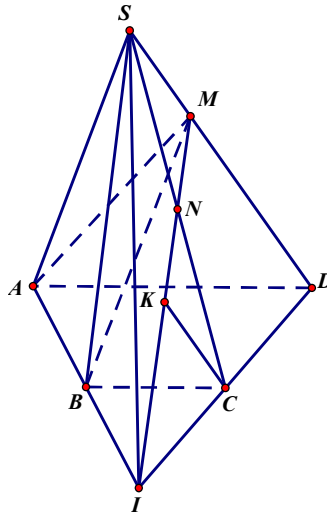
nên: $\frac{BJ}{JD} \cdot \frac{DI}{IC} \cdot \frac{CQ}{QB} = 1 \Rightarrow \frac{BJ}{JD} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{1} = 1 \Rightarrow \frac{JB}{JD} = \frac{2}{3}$

Áp dụng định lí Ptoleme trong tam giác QIC có đường thẳng BD cắt QI,DC,CQ lần lượt tại B,I,D

nên: $\frac{QJ}{JI} \cdot \frac{ID}{DC} \cdot \frac{CB}{BQ} = 1 \Rightarrow \frac{QJ}{JI} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{4}{1} = 1 \Rightarrow \frac{JB}{JD} = \frac{1}{4}$

$\Rightarrow \frac{JB}{JD} + \frac{JQ}{JI} = \frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{11}{12}$

Câu 89. Chọn A



Trong mặt phẳng $(ABCD)$:

Gọi $I = AB \cap CD \Rightarrow I \in AB \subset (ABM)$

Trong mặt phẳng (SCD) :

Gọi $N = IM \cap SC$ và K là trung điểm IM .

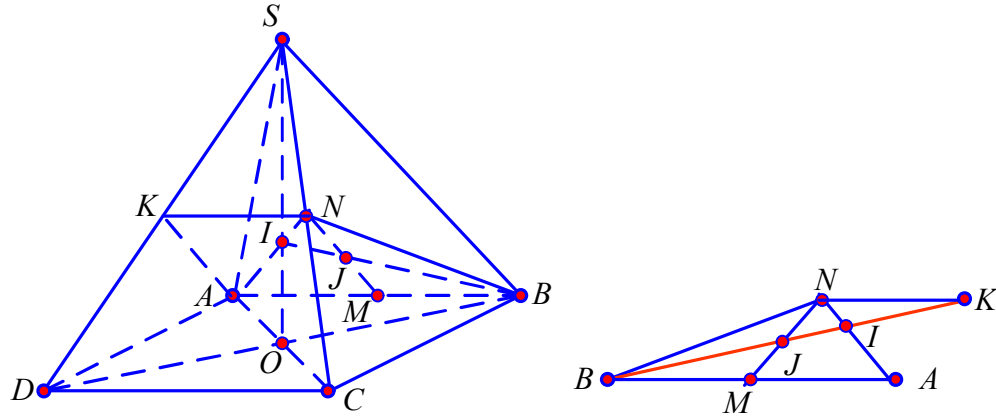
Ta có: $\frac{IC}{ID} = \frac{BC}{AD} = \frac{1}{2}$ (do $BC \parallel AD$)

Trong tam giác IMD có KC là đường trung bình nên $KC \parallel MD$ và $KC = \frac{1}{2}MD$

Mà $SM = \frac{1}{2}MD \Rightarrow SM = KC$.

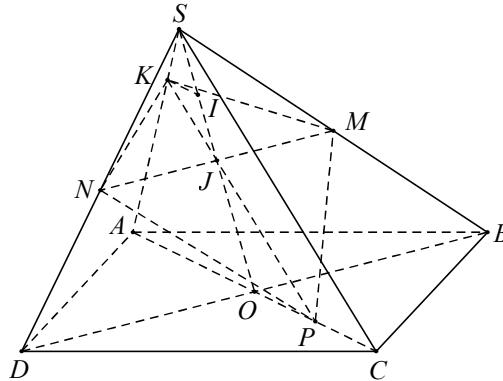
Lại có $KC \parallel SM$ (do $M \in SD$)

$$\Rightarrow \frac{SN}{NC} = \frac{SM}{KC} = 1. \text{ Vậy } \frac{SN}{SC} = \frac{1}{2}.$$



Câu 90.

Gọi O là trung điểm của AC nên $O = AC \cap BD$. Trong mặt phẳng (SAC) : $AN \cap SO = I$ nên I là giao điểm của AN và (SBD) . Trong (ABN) ta có $MN \cap BI = J$ nên J là giao điểm của MN với (SBD) . Gọi K là trung điểm của SD . Suy ra $NK \parallel DC \parallel AB$ và $BI \cap SD = K$ hay B, I, J, K thẳng hàng. Khi đó $NK \parallel BM$ và $NK = MA = BM$ và tứ giác $AKMN$ là hình bình hành. Xét hai tam giác đồng dạng $\triangle KJN$ và $\triangle BJM$ có $\frac{NK}{BM} = \frac{MJ}{NJ} = \frac{BJ}{JK} = 1$ suy ra J là trung điểm của MN và J là trung điểm của BK hay $BJ = JK$. Trong tam giác $\triangle SAC$ có I là trọng tâm của tam giác nên $\frac{NI}{IA} = \frac{1}{2}$. Do $AK \parallel MN$ nên $\frac{IJ}{IK} = \frac{NI}{IA} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{IJ}{JK} = \frac{1}{3} = \frac{IJ}{BJ} \Rightarrow \frac{IJ}{BI} = \frac{1}{4}$ hay $\frac{IB}{IJ} = 4$.



Câu 91.

Gọi $J = SO \cap MN$, $K = SA \cap (MNP)$.

Vì M, N lần lượt là trung điểm của SB, SD nên J là trung điểm của SO .

Áp dụng định lý Menelaus vào tam giác SAO với cát tuyến là KP , ta có:

$$\frac{SK}{KA} \cdot \frac{AP}{PO} \cdot \frac{OJ}{JS} = 1 \Leftrightarrow \frac{SK}{KA} \cdot 3 \cdot 1 = 1 \Leftrightarrow \frac{KS}{KA} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Vậy } \frac{KS}{KA} = \frac{1}{3}.$$

Trong mặt phẳng (ABC) : NP cắt AC tại E .

Ta có $Q \in EM \Rightarrow Q \in (MNP)$ mà $Q \in SC \Rightarrow Q$ là giao điểm của SC và (MNP) .

Trong mặt phẳng (ABC) từ A kẻ đường thẳng song song với BC cắt EN tại K .

Theo Talet ta có $\frac{AK}{BN} = \frac{AP}{PB} = \frac{1}{2}$ mà $BN = NC \Rightarrow \frac{AK}{CN} = \frac{1}{2}$.

Theo Talet ta có $\frac{AK}{CN} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow \frac{AE}{EC} = \frac{1}{2}$.

Trong mặt phẳng (SAC) từ A kẻ đường thẳng song song với SC cắt EQ tại I .

Theo Talet ta có $\frac{AI}{QC} = \frac{AE}{EC}$ mà $\frac{AE}{EC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{AI}{QC} = \frac{1}{2} \Rightarrow AI = \frac{1}{2}QC$ (*).

Theo Talet ta có $\frac{AI}{SQ} = \frac{AM}{SM}$ mà $AM = SM \Rightarrow \frac{AI}{SQ} = 1 \Rightarrow AI = SQ$ (**).

Từ (*) và (**) ta có $SQ = \frac{1}{2}QC \Rightarrow \frac{SQ}{SC} = \frac{1}{3}$.

MỤC LỤC

PHẦN A. CÂU HỎI.....	1
DẠNG 1. CÂU HỎI LÝ THUYẾT.....	1
DẠNG 2. MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG	2
DẠNG 3. SỬ DỤNG YẾU TỐ SONG SONG ĐỂ TÌM GIAO TUYẾN	4
DẠNG 4. SỬ DỤNG YẾU TỐ SONG SONG TÌM THIẾT DIỆN	6
PHẦN B. LỜI GIẢI THAM KHẢO	8
DẠNG 1. CÂU HỎI LÝ THUYẾT.....	8
DẠNG 2. MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG	9
DẠNG 3. SỬ DỤNG YẾU TỐ SONG SONG ĐỂ TÌM GIAO TUYẾN	16
DẠNG 4. SỬ DỤNG YẾU TỐ SONG SONG TÌM THIẾT DIỆN	20

PHẦN A. CÂU HỎI

DẠNG 1. CÂU HỎI LÝ THUYẾT

- Câu 1.** (Gia Bình I Bắc Ninh - L3 - 2018) Cho ba mặt phẳng phân biệt cắt nhau từng đôi một theo ba giao tuyến d_1, d_2, d_3 trong đó d_1 song song với d_2 . Khi đó vị trí tương đối của d_2 và d_3 là?
- A. Chéo nhau. B. Cắt nhau. C. Song song. D. trùng nhau.
- Câu 2.** (Độ Cần Vĩnh Phúc-lần 1-2018-2019) Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?
- A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
 B. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
 C. Hai đường thẳng không song song thì chéo nhau.
 D. Hai đường thẳng không cắt nhau và không song song thì chéo nhau.
- Câu 3.** Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (α) . Nếu (β) chứa a và cắt (α) theo giao tuyến là b thì a và b là hai đường thẳng
- A. cắt nhau. B. trùng nhau. C. chéo nhau. D. song song với nhau.
- Câu 4.** Cho hình tứ diện $ABCD$. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. AB và CD cắt nhau. B. AB và CD chéo nhau.
 C. AB và CD song song. D. Tồn tại một mặt phẳng chứa AB và CD .
- Câu 5.** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?
- A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau
 B. Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì song song
 C. Hai đường thẳng không cùng nằm trên một mặt phẳng thì chéo nhau
 D. Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau

Câu 6. (Lương Thế Vinh - Kiểm tra giữa HK1 lớp 11 năm 2018 - 2019) Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b . Lấy A, B thuộc a và C, D thuộc b . Khẳng định nào sau đây đúng khi nói về hai đường thẳng AD và BC ?

- A. Cắt nhau. B. Song song nhau.
C. Có thể song song hoặc cắt nhau. D. Chéo nhau.

Câu 7. (THPT CHU VĂN AN - HKI - 2018) Trong không gian cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c trong đó a song song với b . Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Tồn tại duy nhất một mặt phẳng chứa cả hai đường thẳng a và b .
B. Nếu b song song với c thì a song song với c .
C. Nếu điểm A thuộc a và điểm B thuộc b thì ba đường thẳng a, b và AB cùng ở trên một mặt phẳng.
D. Nếu c cắt a thì c cắt b .

Câu 8. (HKI – TRIỆU QUANG PHÚC 2018-2019) Cho đường thẳng a nằm trên $mp(P)$, đường thẳng b cắt (P) tại O và O không thuộc a . Vị trí tương đối của a và b là

- A. chéo nhau. B. cắt nhau. C. song song với nhau. D. trùng nhau.

Câu 9. Cho hai đường thẳng a, b chéo nhau. Một đường thẳng c song song với a . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. b và c song song. B. b và c chéo nhau hoặc cắt nhau
C. b và c cắt nhau. D. b và c chéo nhau.

Câu 10. Cho hai đường thẳng chéo nhau a, b và điểm M không thuộc a cũng không thuộc b . Có nhiều nhất bao nhiêu đường thẳng đi qua M và đồng thời cắt cả a và b ?

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 11. (THPT NGUYỄN HUỆ - NINH BÌNH - 2018) Trong không gian cho đường thẳng a chứa trong mặt phẳng (P) và đường thẳng b song song với mặt phẳng (P) . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $a // b$. B. a, b không có điểm chung.
C. a, b cắt nhau. D. a, b chéo nhau.

Câu 12. (THPT THUẬN THÀNH - BẮC NINH - 2018) Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Trong không gian hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
B. Trong không gian hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.
C. Trong không gian hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.
D. Trong không gian hai đường chéo nhau thì không có điểm chung.

DẠNG 2. MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

Câu 13. Cho tứ diện $ABCD$ và M, N lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC, ABD . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $MN // CD$. B. $MN // AD$. C. $MN // BD$. D. $MN // CA$.

Câu 14. (HỌC KÌ 1- LỚP 11- KIM LIÊN HÀ NỘI 18-19) Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành tâm O, I là trung điểm của SC , xét các mệnh đề:

(I) Đường thẳng IO song song với SA .

(II) Mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là một tứ giác.

(III) Giao điểm của đường thẳng AI với mặt phẳng (SBD) là trọng tâm của tam giác (SBD) .

(IV) Giao tuyến của hai mặt phẳng (IBD) và (SAC) là IO .

Số mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên là

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 1.

Câu 15. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I và J lần lượt là trọng tâm $\triangle ABC$ và $\triangle ABD$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. IJ song song với CD .

B. IJ song song với AB .

C. IJ chéo nhau với CD .

D. IJ cắt AB .

Câu 16. (HKI_L11-NGUYỄN GIA THIỀU - HÀ NỘI 1718) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn AD , $AD = 2BC$. Gọi G và G' lần lượt là trọng tâm tam giác SAB và SAD . GG' song song với đường thẳng

A. AB .

B. AC .

C. BD .

D. SC .

Câu 17. (THPT XUÂN HÒA - VP - LẦN 1 - 2018) Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G và E lần lượt là trọng tâm của tam giác ABD và ABC . Mệnh đề nào dưới đây đúng

A. GE và CD chéo nhau.

B. $GE \parallel CD$.

C. GE cắt AD .

D. GE cắt CD .

Câu 18. (THPT GANG THẾP - LẦN 3 - 2018) Cho hình tứ diện $ABCD$, lấy điểm M tùy ý trên cạnh AD ($M \neq A, D$). Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M song song với mặt phẳng (ABC) lần lượt cắt BD , DC tại N , P . Khẳng định nào sau đây sai?

A. $MN \parallel AC$.

B. $MP \parallel AC$.

C. $MP \parallel (ABC)$.

D. $NP \parallel BC$.

Câu 19. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ABD . Đường thẳng IJ song song với đường thẳng:

A. CM trong đó M là trung điểm BD .

B. AC .

C. DB .

D. CD .

Câu 20. (HKI-Chuyên Hà Nội - Amsterdam 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi M, N theo thứ tự là trọng tâm $\triangle SAB; \triangle SCD$. Gọi I là giao điểm của các đường thẳng $BM; CN$. Khi đó tỉ số $\frac{SI}{CD}$ bằng

A. 1

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{2}{3}$

D. $\frac{3}{2}$.

Câu 21. Cho tứ diện $ABCD$. P, Q lần lượt là trung điểm của AB, CD . Điểm R nằm trên cạnh BC sao cho $BR = 2RC$. Gọi S là giao điểm của mặt phẳng (PQR) và AD . Khi đó

A. $SA = 3SD$.

B. $SA = 2SD$.

C. $SA = SD$.

D. $2SA = 3SD$.

Câu 22. (DHSP HÀ NỘI HKI 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi N là trung điểm của cạnh SC . Lấy điểm M đối xứng với B qua A . Gọi giao điểm G của đường thẳng MN với mặt phẳng (SAD) . Tính tỉ số $\frac{GM}{GN}$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. 2.

D. 3.

Câu 23. (Chuyên Nguyễn Huệ - Hà Nội - HK1 2018 - 2019) Cho tứ diện $ABCD$. Các điểm P, Q lần lượt là trung điểm của AB và CD ; điểm R nằm trên cạnh BC sao cho $BR = 2RC$. Gọi S là giao điểm của $mp(PQR)$ và cạnh AD . Tính tỉ số $\frac{SA}{SD}$.

A. $\frac{7}{3}$.

B. 2.

C. $\frac{5}{3}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Câu 24. Cho tứ diện $ABCD$. Lấy ba điểm P, Q, R lần lượt trên ba cạnh AB, CD, BC sao cho $PR \parallel AC$ và $CQ = 2QD$. Gọi giao điểm của đường thẳng AD và mặt phẳng (PQR) là S . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $AS = 3DS$. B. $AD = 3DS$. C. $AD = 2DS$. D. $AS = DS$.

Câu 25. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi K, L lần lượt là trung điểm của AB và BC . N là điểm thuộc đoạn CD sao cho $CN = 2ND$. Gọi P là giao điểm của AD với mặt phẳng (KLN) . Tính tỉ số $\frac{PA}{PD}$

- A. $\frac{PA}{PD} = \frac{1}{2}$. B. $\frac{PA}{PD} = \frac{2}{3}$. C. $\frac{PA}{PD} = \frac{3}{2}$. D. $\frac{PA}{PD} = 2$.

Câu 26. (THPT NGHEN - HÀ TĨNH - LẦN 1 - 2018) Cho tứ diện $ABCD$, M là điểm thuộc BC sao cho $MC = 2MB$. Gọi N, P lần lượt là trung điểm của BD và AD . Điểm Q là giao điểm của AC với (MNP) . Tính $\frac{QC}{QA}$.

- A. $\frac{QC}{QA} = \frac{3}{2}$. B. $\frac{QC}{QA} = \frac{5}{2}$. C. $\frac{QC}{QA} = 2$. D. $\frac{QC}{QA} = \frac{1}{2}$.

Câu 27. (CHUYÊN LONG AN - LẦN 1 - 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AD và G là trọng tâm tam giác SBD . Mặt phẳng (MNG) cắt SC tại điểm H . Tính $\frac{SH}{SC}$

- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 28. (THPT CHUYÊN HÙNG VƯƠNG - BÌNH DƯƠNG - 2018) Cho hình chóp $S.ABC$. Bên trong tam giác ABC ta lấy một điểm O bất kỳ. Từ O ta dựng các đường thẳng lần lượt song song với SA, SB, SC và cắt các mặt phẳng $(SBC), (SCA), (SAB)$ theo thứ tự tại A', B', C' . Khi đó tổng tỉ số

$T = \frac{OA'}{SA} + \frac{OB'}{SB} + \frac{OC'}{SC}$ bằng bao nhiêu?

- A. $T = 3$. B. $T = \frac{3}{4}$. C. $T = 1$. D. $T = \frac{1}{3}$.

DẠNG 3. SỬ DỤNG YẾU TỐ SONG SONG ĐỂ TÌM GIAO TUYẾN

Câu 29. (THPT XUÂN HÒA - VP - LẦN 1 - 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là

- A. Đường thẳng qua S và song song với AD . B. Đường thẳng qua S và song song với CD .
C. Đường SO với O là tâm hình bình hành. D. Đường thẳng qua S và cắt AB .

Câu 30. (HỌC KỲ I ĐAN PHƯỢNG HÀ NỘI 2017 - 2018) Cho $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $(SAD) \cap (SBC)$ là đường thẳng qua S và song song với AC .
B. $(SAB) \cap (SAD) = SA$.
C. $(SBC) \parallel AD$.
D. SA và CD chéo nhau.

Câu 31. (HKI – TRIỆU QUANG PHÚC 2018-2019) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CB . Khi đó giao tuyến của 2 mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng song song với

- A. AD . B. IJ . C. BJ . D. BI .

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có mặt đáy $(ABCD)$ là hình bình hành. Gọi đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Đường thẳng d đi qua S và song song với AB .
B. Đường thẳng d đi qua S và song song với DC .
C. Đường thẳng d đi qua S và song song với BC .
D. Đường thẳng d đi qua S và song song với BD .

Câu 33. (HỌC KỲ I ĐAN PHƯỢNG HÀ NỘI 2017 - 2018) Cho chóp $S.ABCD$ đáy là hình thang (đáy lớn AB , đáy nhỏ CD). Gọi I, K lần lượt là trung điểm của AD, BC . G là trọng tâm tam giác SAB . Khi đó giao tuyến của 2 mặt phẳng (IKG) và (SAB) là?

- A. Giao tuyến của 2 mặt phẳng (IKG) và (SAB) là đường thẳng đi qua S và song song AB, IK
B. Giao tuyến của 2 mặt phẳng (IKG) và (SAB) là đường thẳng đi qua S và song song AD .
C. Giao tuyến của 2 mặt phẳng (IKG) và (SAB) là đường thẳng đi qua G và song song CB .
D. Giao tuyến của 2 mặt phẳng (IKG) và (SAB) là đường thẳng đi qua G và song song AB, IK .

Câu 34. (HKI-Chu Văn An-2017) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$). Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AD và BC . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là

- A. Đường thẳng đi qua S và qua giao điểm của cặp đường thẳng AB và SC .
B. Đường thẳng đi qua S và song song với AD .
C. Đường thẳng đi qua S và song song với AF .
D. Đường thẳng đi qua S và song song với EF .

Câu 35. Cho tứ diện $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang ($AB \parallel CD$). Gọi M, N và P lần lượt là trung điểm của BC, AD và SA . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (MNP) là

- A. đường thẳng qua M và song song với SC .
B. đường thẳng qua P và song song với AB .
C. đường thẳng PM .
D. đường thẳng qua S và song song với AB .

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang ($AB \parallel CD$). Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD và BC , G là trọng tâm ΔSAB . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (IJG) là

- A. đường thẳng qua S và song song với AB . B. đường thẳng qua G và song song với DC .
C. SC . D. đường thẳng qua G và cắt BC .

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, $AD \parallel BC$. Giao tuyến của (SAD) và (SBC) là

- A. Đường thẳng đi qua S và song song với AB .
B. Đường thẳng đi qua S và song song với CD .
C. Đường thẳng đi qua S và song song với AC .
D. Đường thẳng đi qua S và song song với AD .

Câu 38. (CHUYÊN VĨNH PHÚC - LẦN 1 - 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng song song với đường thẳng nào sau đây?

- A. AD . B. AC . C. DC . D. BD .

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SA . Thiết diện của mặt phẳng (MCD) với hình chóp $S.ABCD$ là hình gì?

- A. Tam giác. B. Hình bình hành.
C. Hình thang. D. Hình thoi.

Câu 40. (THPT NGHEN - HÀ TĨNH - LẦN 1 - 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, $AD \parallel BC$, $AD = 2BC$. M là trung điểm của SA . Mặt phẳng (MBC) cắt hình chóp theo thiết diện là

- A. Hình bình hành. B. Tam giác. C. Hình chữ nhật. D. Hình thang.

Câu 41. (SỞ GD&ĐT YÊN BÁI - 2018) Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AB , AD lần lượt lấy các điểm M , N sao cho $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD} = \frac{1}{3}$. Gọi P , Q lần lượt là trung điểm các cạnh CD , CB . Khẳng định nào sau đây là đúng

- A. Tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành.
B. Tứ giác $MNPQ$ là một hình thang nhưng không phải hình bình hành.
C. Bốn điểm M , N , P , Q đồng phẳng.
D. Tứ giác $MNPQ$ không có cặp cạnh đối nào song song.

Câu 42. (THPT NGUYỄN HUỆ - NINH BÌNH - 2018) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, $AC \cap BD = O$, $A'C' \cap B'D' = O'$. Gọi M , N , P lần lượt là trung điểm các cạnh AB , BC , CC' . Khi đó thiết diện do mặt phẳng (MNP) cắt hình lập phương là hình:

- A. Tam giác. B. Tứ giác. C. Ngũ giác. D. Lục giác.

Câu 43. (THPT CHU VĂN AN - HKI - 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SD , điểm N nằm trên cạnh SB sao cho $SN = 2NB$ và O là giao điểm của AC và BD . Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ với mặt phẳng (AMN) là một hình thang.
B. Đường thẳng MN cắt mặt phẳng $(ABCD)$.
C. Hai đường thẳng MN và SC chéo nhau.
D. Hai đường thẳng MN và SO cắt nhau.

Câu 44. (THPT HẠ LỘC 2 - TH - 2018) Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là trung điểm của AB . Cắt tứ diện $ABCD$ bởi mặt phẳng đi qua M và song song với BC và AD , thiết diện thu được là hình gì?

- A. Tam giác đều. B. Tam giác vuông. C. Hình bình hành. D. Ngũ giác.

Câu 45. (HKI-Chu Văn An-2017) Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SD , N là điểm trên cạnh SB sao cho $SN = 2SB$, O là giao điểm của AC và BD . Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Đường thẳng MN cắt mặt phẳng $(ABCD)$.
B. Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ với mặt phẳng (AMN) là một hình thang.
C. Hai đường thẳng MN và SO cắt nhau.
D. Hai đường thẳng MN và SC chéo nhau.

Câu 46. (Độ Cần Vĩnh Phúc-lần 1-2018-2019) Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB và BC . Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNP) và hình chóp $S.ABCD$ là

- A. Tứ giác $MNPK$ với K là điểm tùy ý trên cạnh AD .
- B. Tam giác MNP .
- C. Hình bình hành $MNPK$ với K là điểm trên cạnh AD mà $PK \parallel AB$.
- D. Hình thang $MNPK$ với K là điểm trên cạnh AD mà $PK \parallel AB$.

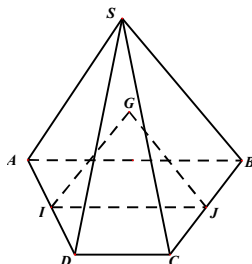
Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M là trung điểm của OB , (α) là mặt phẳng đi qua M , song song với AC và song song với SB . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ khi cắt bởi mặt phẳng (α) là hình gì?

- A. Lục giác.
- B. Ngũ giác.
- C. Tam giác.
- D. Tứ giác.

Câu 48. (DHSP HÀ NỘI HKI 2017-2018) Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC . E là điểm trên cạnh CD với $ED = 3EC$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là

- A. Tam giác MNE .
- B. Tứ giác $MNEF$ với F là điểm bất kì trên cạnh BD .
- C. Hình bình hành $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà $EF \parallel BC$.
- D. Hình thang $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà $EF \parallel BC$.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ với các cạnh đáy là AB, CD . Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC và G là trọng tâm tam giác SAB . Tìm k với $AB = kCD$ để thiết diện của mặt phẳng (GIJ) với hình chóp $S.ABCD$ là hình bình hành.



- A. $k = 4$.
- B. $k = 2$.
- C. $k = 1$.
- D. $k = 3$.

Câu 50. (LIÊN TRƯỜNG - NGHỆ AN - LẦN 2 - 2018) Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và AC . E là điểm trên cạnh CD với $ED = 3EC$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là:

- A. Tam giác MNE .
- B. Tứ giác $MNEF$ với F là điểm bất kì trên cạnh BD .
- C. Hình bình hành $MNEF$ với F là điểm bất kì trên cạnh BD mà EF song song với BC .
- D. Hình thang $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà EF song song với BC .

Câu 51. (HỌC KÌ 1- LỚP 11- KIM LIÊN HÀ NỘI 18-19) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N, I lần lượt là trung điểm của SA, SB, BC điểm G nằm giữa S và I sao cho $\frac{SG}{SI} = \frac{3}{5}$. Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ với mặt phẳng (MNG) là

- A. hình thang.
- B. hình tam giác.
- C. hình bình hành.
- D. hình ngũ giác.

DẠNG 1. CÂU HỎI LÝ THUYẾT

Câu 1. Chọn C

Ba mặt phẳng cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến đó hoặc đôi một song song hoặc đồng quy.

Câu 2. Chọn B

Đáp án A sai do hai đường thẳng không có điểm chung có thể song song với nhau.

Đáp án C sai do hai đường thẳng không song song thì có thể trùng nhau hoặc cắt nhau.

Đáp án D sai do hai đường thẳng không cắt nhau và không song song với nhau thì có thể trùng nhau.

Đáp án B đúng.

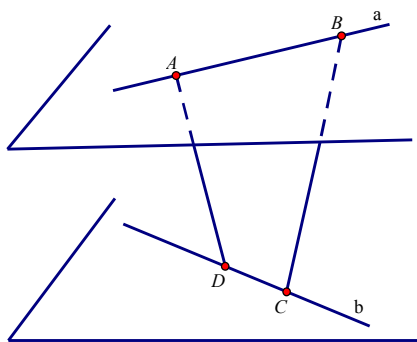
Câu 3. Chọn D

Câu 4. Chọn B

Do $ABCD$ là hình tứ diện nên bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng (loại đáp án A, C, D).

Câu 5. Chọn C

Câu 6. Chọn D



Ta có: a và b là hai đường thẳng chéo nhau nên a và b không đồng phẳng.

Giả sử AD và BC đồng phẳng.

+ Nếu $AD \cap BC = M \Rightarrow M \in (ABCD) \Rightarrow M \in (a; b)$

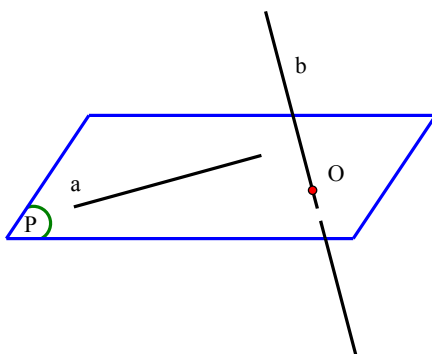
Mà a và b không đồng phẳng, do đó không tồn tại điểm M .

+ Nếu $AD \parallel BC \Rightarrow a$ và b đồng phẳng (mâu thuẫn giả thiết).

Vậy điều giả sử là sai. Do đó AD và BC chéo nhau.

Câu 7. Mệnh đề “nếu c cắt a thì c cắt b ” là mệnh đề sai, vì c và b có thể chéo nhau.

Câu 8. Chọn A



Do đường thẳng a nằm trên $mp(P)$, đường thẳng b cắt (P) tại O và O không thuộc a nên đường thẳng a và đường thẳng b không đồng phẳng nên vị trí tương đối của a và b là chéo nhau.

Câu 9. Chọn B

Khi c và b cùng nằm trong một mặt phẳng thì chúng cắt nhau. Còn b và c không cùng nằm trong một mặt phẳng thì chúng chéo nhau.

Do c song song với a nên nếu b và c song song với nhau thì b cũng song song hoặc trùng với a , điều này trái với giả thiết là a và b chéo nhau.

Câu 10. Chọn D.

Gọi (P) là mặt phẳng qua M và chứa a ; (Q) là mặt phẳng qua M và chứa b .

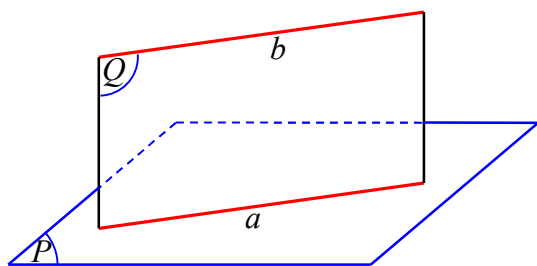
Giả sử tồn tại đường thẳng c đi qua M và đồng thời cắt cả a và b suy ra

$$\begin{cases} c \in (P) \\ c \in (Q) \end{cases} \Rightarrow c = (P) \cap (Q).$$

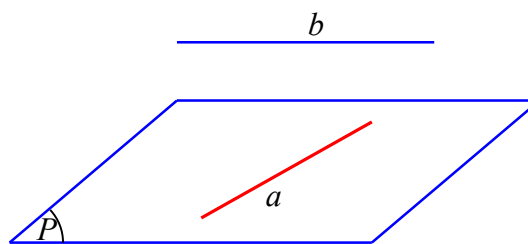
Mặt khác nếu có một đường thẳng c' đi qua M và đồng thời cắt cả a và b thì a và b đồng phẳng (vô lí).

Do đó có duy nhất một đường thẳng đi qua M và đồng thời cắt cả a và b .

Câu 11. $\bigcirc b \parallel (P)$ thì b có thể song song với a (hình 1) mà b cũng có thể chéo a (hình 2).



Hình 1



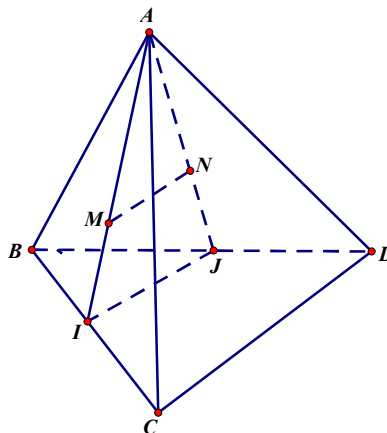
Hình 2

$\bigcirc b \parallel (P) \Rightarrow b \cap (P) = \emptyset \Rightarrow b \cap a = \emptyset$. Vậy a, b không có điểm chung.

Câu 12. Áp dụng định nghĩa hai đường thẳng được gọi là chéo nhau nếu chúng không đồng phẳng.

DẠNG 2. MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

Câu 13. Chọn A



Dễ thấy MN, AD là hai đường thẳng chéo nhau nên loại **B**.

Dễ thấy MN, BD là hai đường thẳng chéo nhau nên loại **C**.

Dễ thấy MN, CA là hai đường thẳng chéo nhau nên loại **D**.

Suy ra chọn **A**.

Câu 14. Chọn C

Mệnh đề (I) đúng vì IO là đường trung bình của tam giác SAC .

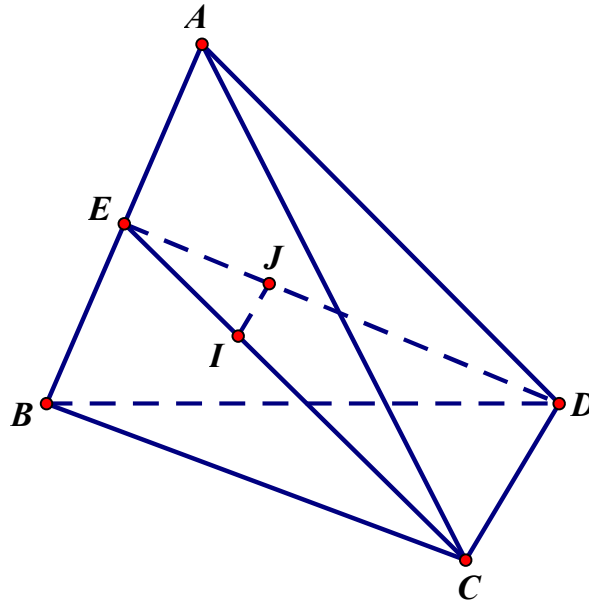
Mệnh đề (II) sai vì tam giác IBD chính là thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (IBD) .

Mệnh đề (III) đúng vì giao điểm của đường thẳng AI với mặt phẳng (SBD) là giao điểm của AI với SO .

Mệnh đề (IV) đúng vì I, O là hai điểm chung của 2 mặt phẳng (IBD) và (SAC) .

Vậy số mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên là: 3.

Câu 15. Chọn A

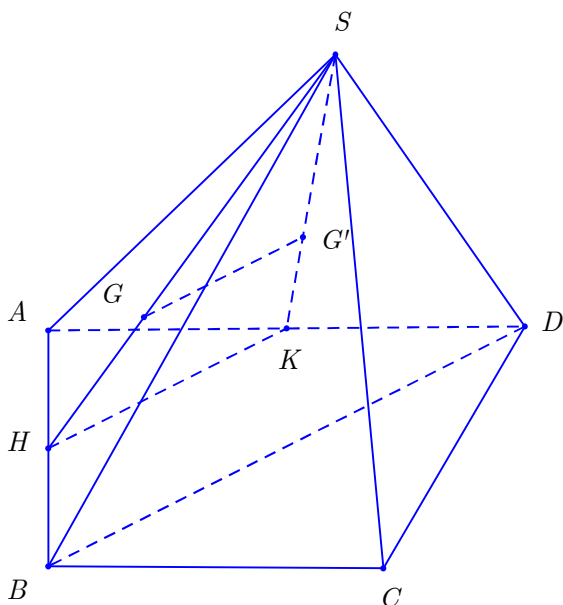


Gọi E là trung điểm AB .

Vì I và J lần lượt là trọng tâm tam giác ABC và ABD nên: $\frac{EI}{EC} = \frac{EJ}{ED} = \frac{1}{3}$

Suy ra: $IJ \parallel CD$.

Câu 16. Chọn C

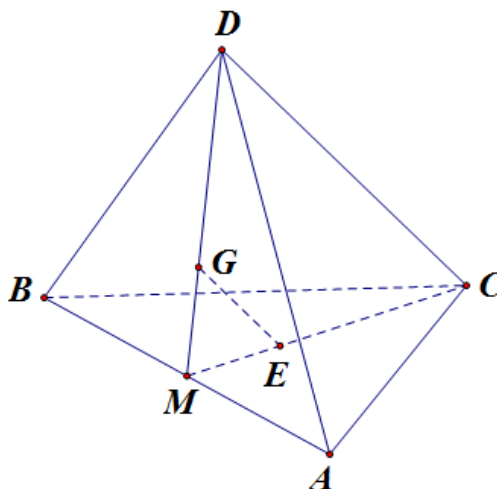


Gọi H và K lần lượt là trung điểm cạnh $AB; AD$. Với G và G' lần lượt là trọng tâm tam giác

SAB và SAD ta có: $\frac{SG}{SH} = \frac{SG'}{SK} = \frac{2}{3} \Rightarrow GG' \parallel HK$ (1).

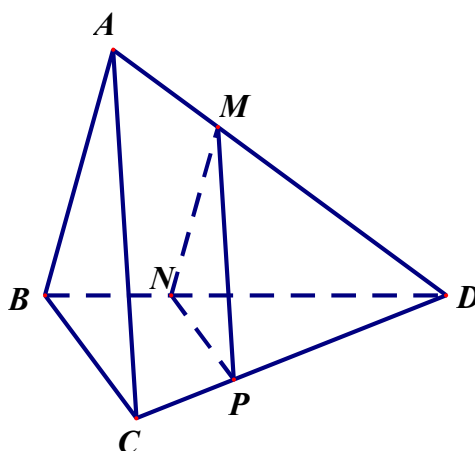
Mà $HK \parallel BD$ (HK là đường trung bình tam giác ABD) (2).

Từ (1) và (2) suy ra GG' song song với BD .



Câu 17.

Gọi M là trung điểm của AB . Trong tam giác MCD có $\frac{MG}{MD} = \frac{ME}{MC} = \frac{1}{3}$ suy ra $GE \parallel CD$



Câu 18.

Do $(P) \parallel (ABC) \Rightarrow AB \parallel (P)$

Có $\begin{cases} MN = (P) \cap (ABD) \\ AB \subset (ABD), AB \parallel (P) \end{cases} \Rightarrow MN \parallel AB$, mà AB cắt AC nên $MN \parallel AC$ là sai.

Câu 19. Đáp án D.

Cách 1: (Đưa về cùng mặt phẳng và vận dụng kiến thức hình học phẳng)

Gọi E là trung điểm của AB . Ta có $\begin{cases} I \in CE \\ J \in DE \end{cases}$ nên suy ra IJ và CD đồng phẳng.

Do I, J lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ABD nên ta có: $\frac{EI}{EC} = \frac{EJ}{ED} = \frac{1}{3}$. Suy ra

$IJ \parallel CD$.

Cách 2: (Sử dụng tính chất bắc cầu)

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BD và BC . Suy ra $MN \parallel CD$ (1).

Do I, J lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ABD nên ta có: $\frac{AI}{AN} = \frac{AJ}{AM} = \frac{2}{3}$. Suy ra

$IJ \parallel MN$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $IJ \parallel CD$.

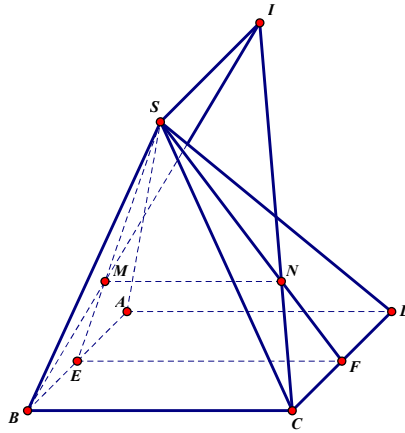
Cách 3: (Sử dụng định lý giao tuyến của 3 mặt phẳng).

Có lẽ trong ví dụ này cách này hơi dài, song chúng tôi vẫn sẽ trình bày ở đây, để các bạn có thể hiểu và vận dụng cách 3 hợp lý trong các ví dụ khác.

Dễ thấy, bốn điểm D, C, I, J đồng phẳng.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} (DCIJ) \cap (AMN) = IJ \\ (DCIJ) \cap (BCD) = CD \\ (AMN) \cap (BCD) = MN \\ MN \parallel CD \end{cases} \Rightarrow IJ \parallel CD \parallel MN.$$

Câu 20. Chọn A



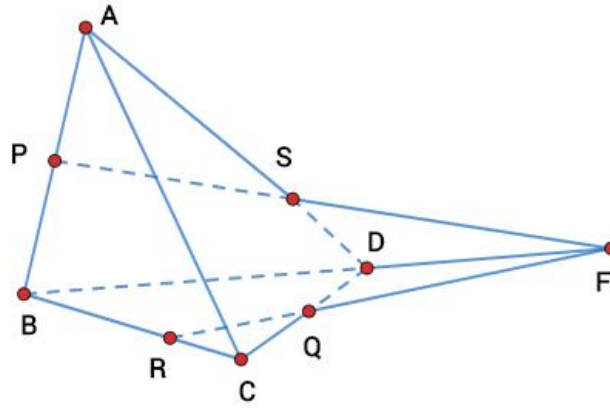
Gọi E và F lần lượt là trung điểm AB và CD .

$$\text{Ta có } I = BM \cap CN \Rightarrow \begin{cases} I \in BM \subset (SAB) \\ I \in CN \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow I \in (SAB) \cap (SCD).$$

Mà $S \in (SAB) \cap (SCD)$. Do đó $(SAB) \cap (SCD) = SI$.

$$\text{Ta có: } \left. \begin{array}{l} AB \parallel CD \\ AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \\ (SAB) \cap (SCD) = SI \end{array} \right\} \Rightarrow SI \parallel AB \parallel CD. \text{ Vì } SI \parallel CD \text{ nên } SI \parallel CF.$$

$$\text{Theo định lý Ta - let ta có: } \frac{SI}{CF} = \frac{SN}{NF} = 2 \Rightarrow SI = 2CF = CD \Rightarrow \frac{SI}{CD} = 1.$$



Câu 21.

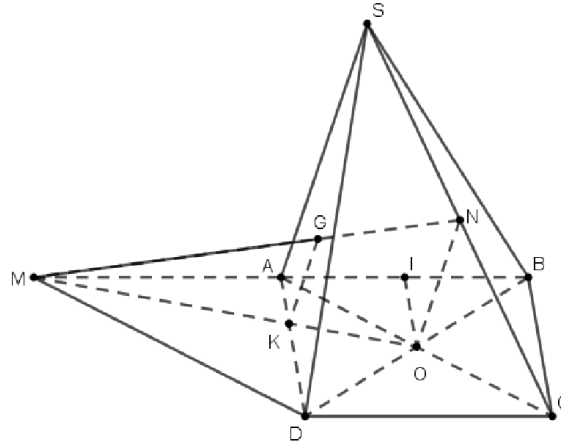
Chọn B

Gọi $F = BD \cap RQ$. Nối P với F cắt AD tại S .

$$\text{Ta có } \frac{DF}{FB} \cdot \frac{BR}{RC} \cdot \frac{CQ}{QD} = 1 \Rightarrow \frac{DF}{FB} = \frac{RC}{BR} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Tương tự ta có } \frac{DF}{FB} \cdot \frac{BP}{PA} \cdot \frac{AS}{SD} = 1 \Rightarrow \frac{SA}{SD} = \frac{FB}{DF} = 2 \Rightarrow SA = 2SD.$$

Câu 22. Chọn C



Gọi giao điểm của AC và BD là O và kẻ OM cắt AD tại K . Vì O là trung điểm AC , N là trung điểm SC nên $ON \parallel SA$ (tính chất đường trung bình). Vậy hai mặt phẳng (MON) và (SAD) cắt nhau tại giao tuyến GK song song với NO . Áp dụng định lý Talet cho $GK \parallel ON$, ta có:

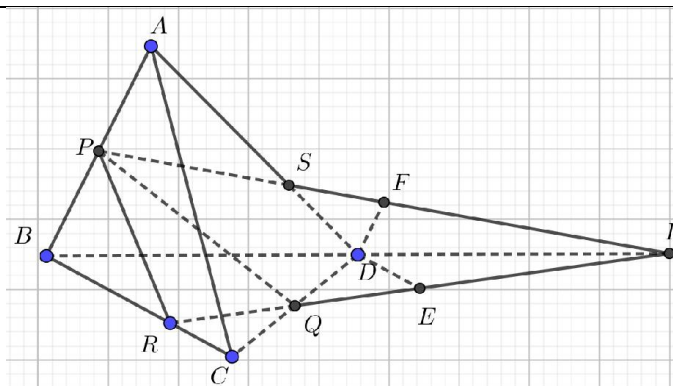
$$\frac{GM}{GN} = \frac{KM}{KO} \quad (1)$$

Gọi I là trung điểm của AB , vì O là trung điểm của BD nên theo tính chất đường trung bình, $OI \parallel AD$, vậy theo định lý Talet:

$$\frac{KM}{KO} = \frac{AM}{AI} = \frac{AB}{AI} = 2. \quad (2)$$

Từ (1) và (2), ta có $\frac{GM}{GN} = 2$.

Câu 23. Chọn B



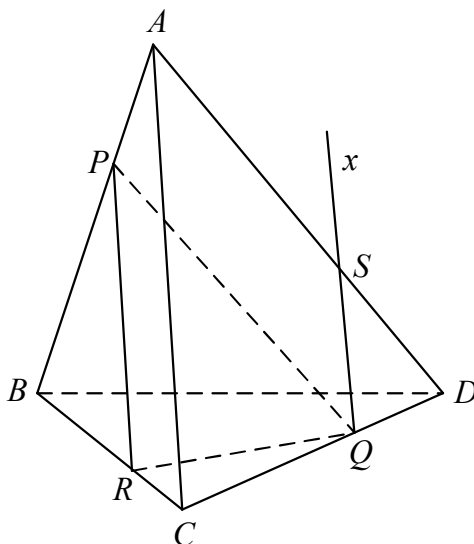
Trong mặt phẳng (BCD) , gọi $I = RQ \cap BD$.

Trong (ABD) , gọi $S = PI \cap AD \Rightarrow S = AD \cap (PQR)$.

Trong mặt phẳng (BCD) , dựng $DE \parallel BC \Rightarrow DE$ là đường trung bình của tam giác IBR .
 $\Rightarrow D$ là trung điểm của BI .

Trong (ABD) , dựng $DF \parallel AB \Rightarrow \frac{DF}{BP} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{DF}{PA} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{SA}{SD} = 2$.

Câu 24. Chọn B



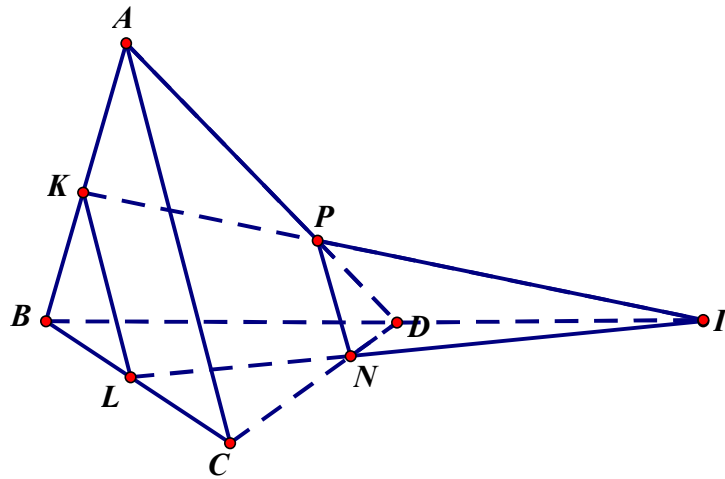
Ta có: $\begin{cases} Q \in (PQR) \cap (ACD) \\ PR \subset (PQR); AC \subset (ACD) \Rightarrow (PQR) \cap (ACD) = Qx \text{ với } Qx \parallel PR \parallel AC \\ PR \parallel AC \end{cases}$

Gọi $S = Qx \cap AD \Rightarrow S = (PQR) \cap AD$

Xét tam giác ACD có $QS \parallel AC$

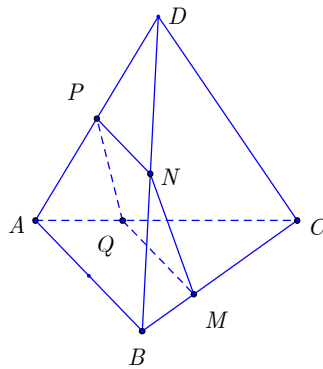
Ta có: $\frac{SD}{AD} = \frac{QD}{CD} = \frac{1}{3} \Rightarrow AD = 3SD$.

Câu 25. Chọn D



Giả sử $LN \cap BD = I$. Nối K với I cắt AD tại P Suy ra $(KLN) \cap AD = P$

Ta có: $KL \parallel AC \Rightarrow PN \parallel AC$ Suy ra: $\frac{PA}{PD} = \frac{NC}{ND} = 2$

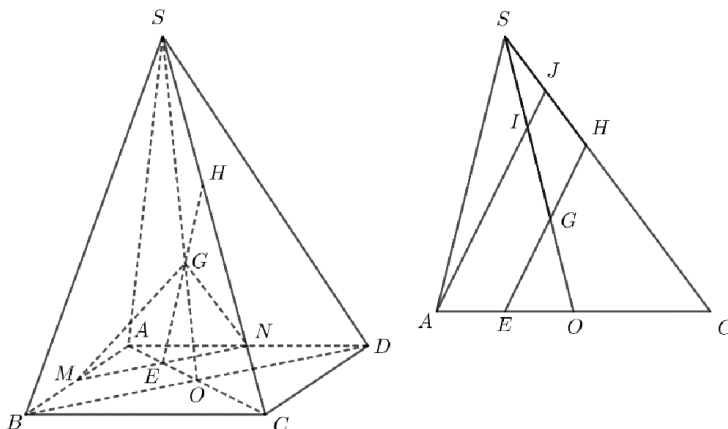


Câu 26.

Ta có $NP \parallel AB \Rightarrow AB \parallel (MNP)$.

Mặt khác $AB \subset (ABC)$, (ABC) và (MNP) có điểm M chung nên giao tuyến của (ABC) và (MNP) là đường thẳng $MQ \parallel AB$ ($Q \in AC$).

Ta có: $\frac{QC}{QA} = \frac{MC}{MB} = 2$. Vậy



Câu 27.

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $E = MN \cap AC$.

Trong mặt phẳng (SAC) , gọi $H = EG \cap SC$.

Ta có: $\begin{cases} H \in EG; EG \subset (MNG) \\ H \in SC \end{cases} \Rightarrow H = SC \cap (MNG).$

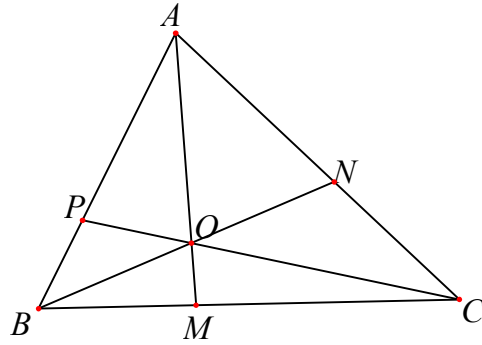
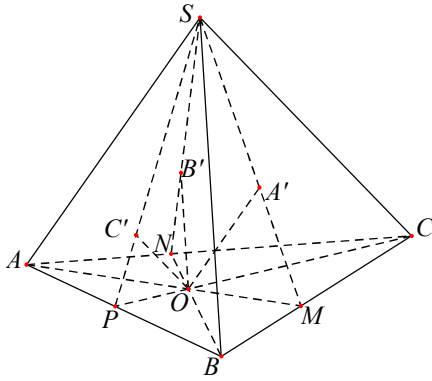
Gọi I, J lần lượt là trung điểm của SG và SH .

Ta có $\begin{cases} IJ \parallel HG \\ IA \parallel GE \end{cases} \Rightarrow A, I, J$ thẳng hàng

Xét $\triangle ACJ$ có $EH \parallel AJ \Rightarrow \frac{CH}{HJ} = \frac{CE}{EA} = 3 \Rightarrow CH = 3HJ$.

Lại có $SH = 2HJ$ nên $SC = 5HJ$.

Vậy $\frac{SH}{SC} = \frac{2}{5}$.



Câu 28.

Gọi M, N, P lần lượt là giao điểm của AO và BC , BO và AC , CO và AB .

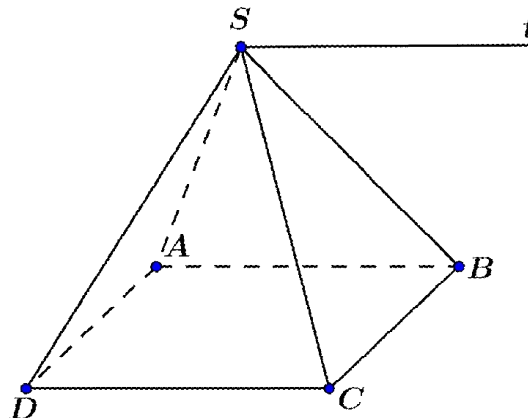
Ta có $\frac{OA'}{SA} = \frac{MO}{MA} = \frac{S_{CMO}}{S_{CMA}} = \frac{S_{BMO}}{S_{BMA}} = \frac{S_{CMO} + S_{BMO}}{S_{CMA} + S_{BMA}} = \frac{S_{OBC}}{S_{ABC}}$

$\frac{OB'}{SB} = \frac{NO}{NB} = \frac{S_{ANO}}{S_{ANB}} = \frac{S_{CNO}}{S_{CNB}} = \frac{S_{ANO} + S_{CNO}}{S_{ANB} + S_{CNB}} = \frac{S_{OAC}}{S_{ABC}}$

$\frac{OC'}{SC} = \frac{PO}{PC} = \frac{S_{APO}}{S_{APC}} = \frac{S_{BPO}}{S_{BPC}} = \frac{S_{APO} + S_{BPO}}{S_{APC} + S_{BPC}} = \frac{S_{OAB}}{S_{ABC}}$

Từ đó $T = \frac{OA'}{SA} + \frac{OB'}{SB} + \frac{OC'}{SC} = \frac{S_{OBC}}{S_{ABC}} + \frac{S_{OAC}}{S_{ABC}} + \frac{S_{OAB}}{S_{ABC}} = \frac{S_{ABC}}{S_{ABC}} = 1$.

DẠNG 3. SỬ DỤNG YẾU TỐ SONG SONG ĐỂ TÌM GIAO TUYẾN



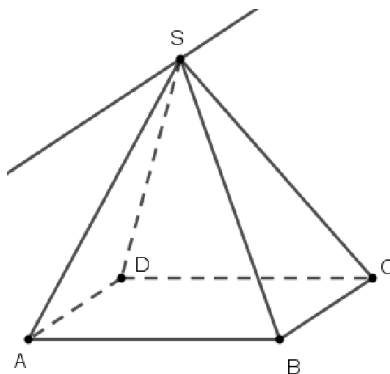
Câu 29.

✓ S là điểm chung của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .

✓ Mặt khác $\begin{cases} AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \\ AB \parallel CD \end{cases}$.

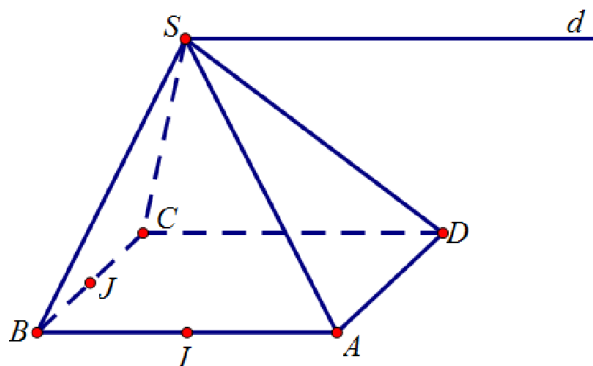
✓ Nên giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng St đi qua điểm S và song song với CD .

Câu 30. Chọn A



$(SAD) \cap (SBC)$ là đường thẳng qua S và song song với BC .

Câu 31. Chọn D

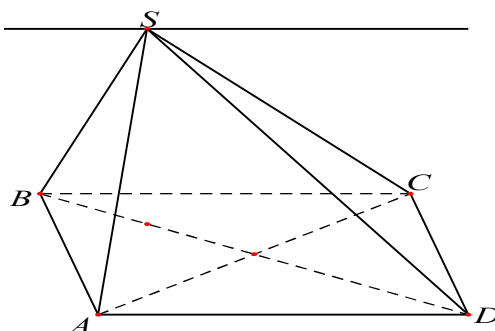


Gọi d là đường thẳng qua S và song song với $AB \Rightarrow d \parallel BI$

Ta có: $\begin{cases} AB \parallel CD \\ AB \subset (SAB) \Rightarrow (SAB) \cap (SCD) = d \\ CD \subset (SCD) \end{cases}$

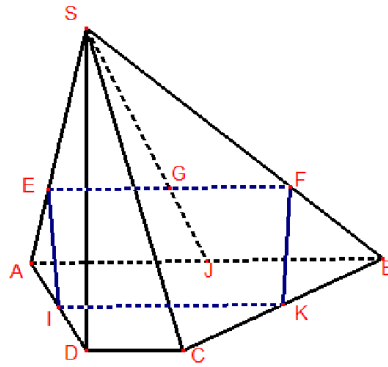
Vậy giao tuyến cần tìm song song với BI .

Câu 32. Chọn C



Ta có $\begin{cases} S \in (SAD) \cap (SBC) \\ AD \subset (SAD) \\ BC \subset (SBC) \\ AD \parallel BC \end{cases}$ do đó giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng d đi qua S và song song với BC, AD .

Câu 33. Chọn D



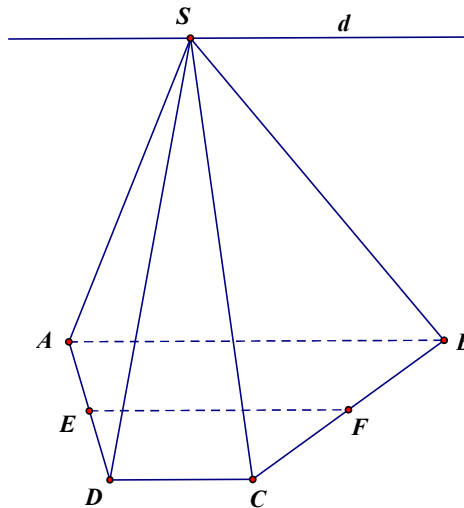
Xét hai mặt phẳng $(IKG), (SAB)$

Ta có $G \in (GIK); G \in (SAB)$ suy ra G là điểm chung thứ nhất.

$IK \parallel AB, IK \subset (GIK), AB \subset (SAB)$.

Suy ra $(IKG) \cap (SAB) = Gx \parallel IK \parallel AB$

Câu 34. Chọn D

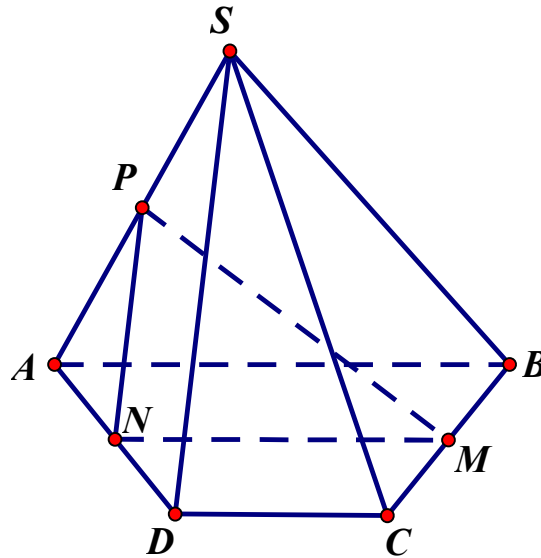


Ta có:

$\begin{cases} AB \parallel CD \\ AB \subset (SAB) \Rightarrow \text{giao tuyến của hai mặt phẳng } (SAB) \text{ và } (SCD) \text{ là đường thẳng đi qua } S \text{ và} \\ CD \subset (SCD) \end{cases}$

song song với AB . Lại có $AB \parallel EF$, nên giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng đi qua S và song song với EF .

Câu 35. Chọn B

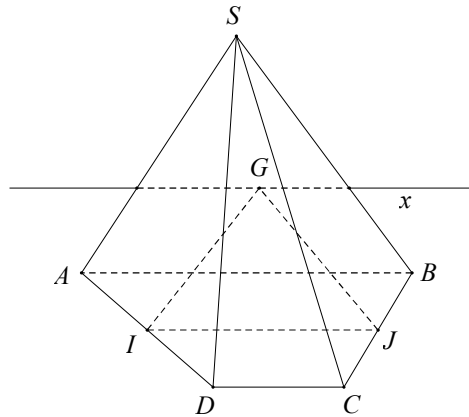


Ta có $P \in SA \subset (SAB)$; $P \in (MNP)$ nên P là điểm chung thứ nhất của mặt phẳng (SAB) và (MNP) .

Mặt khác: $MN \parallel AB$ (do MN là đường trung bình của hình thang $ABCD$).

Vậy giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (MNP) là đường thẳng qua P và song song với AB , SC .

Câu 36. Chọn B.



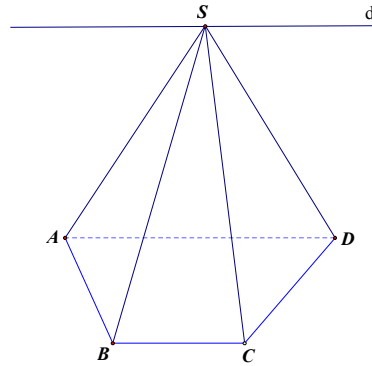
Ta có $IJ \parallel AB$ (1) (đường trung bình hình thang).

$G \in (GIJ) \cap (SAB)$ (2).

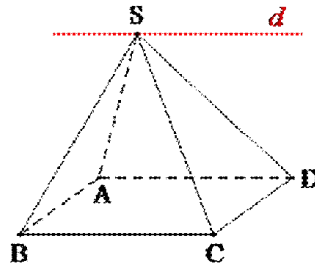
$IJ \subset (GIJ)$, $AB \subset (SAB)$ (3)

Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow Gx = (GIJ) \cap (SAB)$, $Gx \parallel AB$, $Gx \parallel CD$.

Câu 37. Chọn D



Ta có: hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) có 1 điểm chung là S và lần lượt chứa hai đường thẳng AD và BC song song nhau nên giao tuyến d của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) đi qua S và song song AD, BC .



Câu 38.

Ta có $AD \parallel BC \Rightarrow (SAD) \cap (SBC) = d$, với d là đường thẳng đi qua S và song song với AD

DẠNG 4. SỬ DỤNG YẾU TỐ SONG SONG TÌM THIẾT DIỆN

Câu 39. Đáp án C.

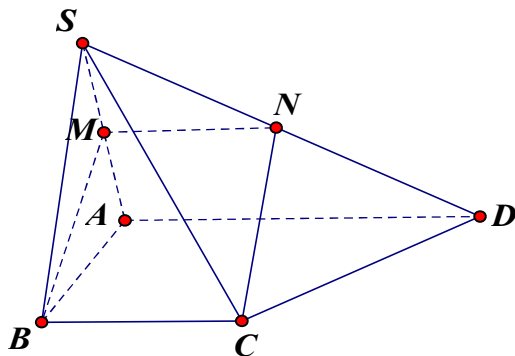
Gọi N là trung điểm của SB . Do $MN \parallel AB$, $AB \parallel CD \Rightarrow MN \parallel CD$.

Như vậy suy ra N thuộc mặt phẳng (MCD) .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} (MCD) \cap (SAD) = MD \\ (MCD) \cap (SAB) = MN \\ (MCD) \cap (SBC) = NC \\ (MCD) \cap (ABCD) = CD \end{cases}$$

Vậy tứ giác $MNCD$ là thiết diện của hình chóp bị cắt bởi mặt phẳng (MCD) .

Kết hợp với $MN \parallel CD$, suy ra $MNCD$ là hình thang.



Câu 40.

Ta có $(BMC) \cap (ABCD) = BC$,

$(BMC) \cap (SAB) = BM$ $(BMC) \cap (SAD) = M_x, M_x // AD // BC, M_x \cap SD = N$,

$(BMC) \cap (SCD) = NC$

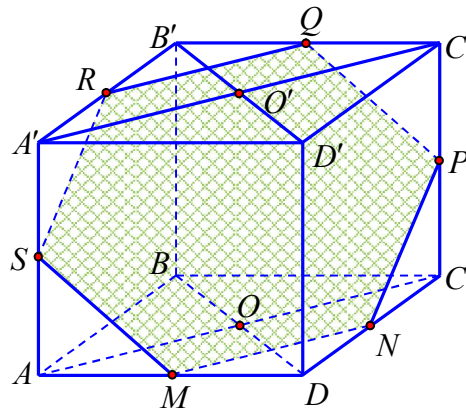
Suy ra thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (MBC) là tứ giác $BMNC$.

Ta có $\begin{cases} MN = \frac{1}{2} AD \\ MN // AD \end{cases}$ suy ra $\begin{cases} MN = BC \\ MN // BC \end{cases}$ nên thiết diện $BMNC$ là hình bình hành.

Câu 41. Ta có $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD} = \frac{1}{3} \Rightarrow MN // BD$ và $\frac{MN}{BD} = \frac{1}{3}$ (1)

Mặt khác vì PQ là đường trung bình của tam giác $BCD \Rightarrow PQ = \frac{1}{2} BD, PQ // BD$ (2)

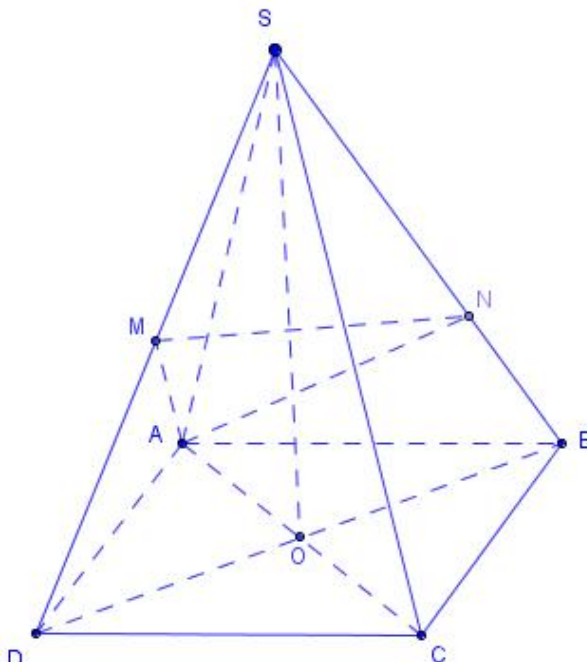
Từ (1) (2) suy ra tứ giác $MNPQ$ là hình thang, nhưng không là hình bình hành.



Câu 42.

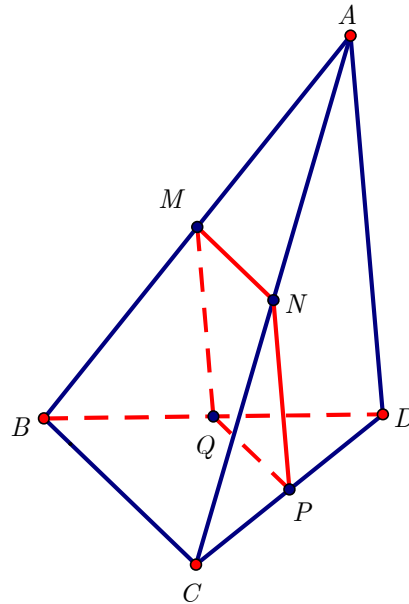
Ta có $\begin{cases} MN // AC \\ NP // AB' \end{cases} \Rightarrow (MNP) // (AB'C)$

$\Rightarrow (MNP)$ cắt hình lập phương theo thiết diện là lục giác.



Câu 43.

- a) MN không song song với BD . Suy ra trong (SBD) ta có MN cắt BD . Do đó đáp án B đúng.
- b) Hai đường thẳng MN và SC chéo nhau. Hiển nhiên đúng do $S.ABCD$ là hình chóp. Do đó đáp án C đúng.
- c) Hai đường thẳng MN và SO cắt nhau vì chúng cùng nằm trong mặt phẳng (SBD) . Do đó đáp án D đúng. Vậy đáp án A sai.



Câu 44.

Gọi α là mặt phẳng đi qua M và song song với BC và AD .

Xét (α) và (ABD) có $\begin{cases} M \in (\alpha) \cap (ABD) \\ (\alpha) \parallel AD \end{cases}$ nên $(\alpha) \cap (ABD) = MQ$ với Q là trung điểm BD .

Xét (α) và $(MNPQ)$ có $\begin{cases} Q \in (\alpha) \cap (BCD) \\ (\alpha) \parallel BC \end{cases}$ nên $(\alpha) \cap (BCD) = QP$ với P là trung điểm CD .

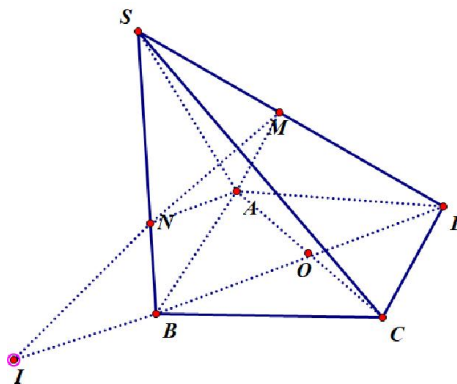
Xét (α) và (ACD) có $\begin{cases} P \in (\alpha) \cap (ACD) \\ (\alpha) \parallel AD \end{cases}$ nên $(\alpha) \cap (ACD) = NP$ với N là trung điểm AC .

Mà MN, PQ là hai đường trung bình của tam giác ABC và DBC .

Nên ta có $\begin{cases} MN \parallel PQ \\ MN = PQ \end{cases}$

Vậy thiết diện là hình bình hành $MNPQ$.

Câu 45. Chọn B

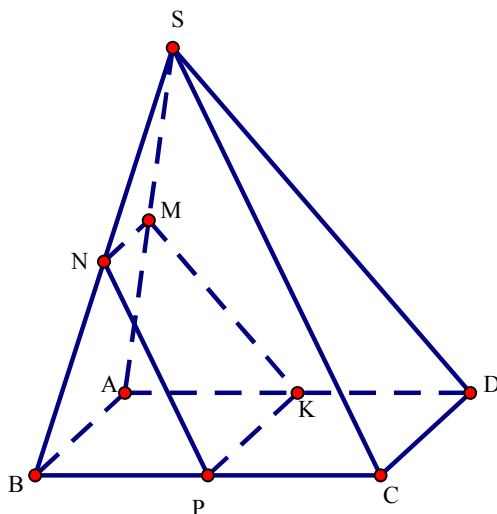


$MN \cap BD = I \Rightarrow MN \cap (ABCD) = I$. nên A đúng.

Hai đường thẳng MN và SO cắt nhau do cùng nằm trong mặt phẳng (SBD) và không song song nên C đúng.

Hai đường thẳng MN và SC chéo nhau vì không cùng nằm trong một mặt phẳng nên D đúng

Câu 46. Chọn D

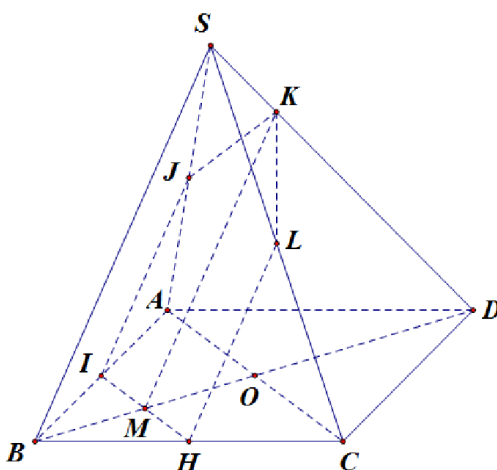


Vì $MN \parallel AB \Rightarrow AB \parallel (MNP)$ mà $AB \subset (ABCD)$ nên $mp(MNP)$ cắt $mp(ABCD)$ theo giao tuyến là đường thẳng qua P và song song với AB .

Trong $mp(ABCD)$, qua P kẻ đường thẳng song song với AB cắt AD tại $K \Rightarrow MN \parallel PK$.

Vậy thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNP) và hình chóp $S.ABCD$ là hình thang $MNPK$ với K là điểm trên cạnh AD mà $PK \parallel AB$.

Câu 47. Chọn B



Ta có:

$$\begin{cases} M \in (\alpha) \cap (ABCD) \\ (ABCD) \supset AC \parallel (\alpha) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (ABCD) = d_1 \text{ đi qua } M \text{ và song song với } AC.$$

Trong $(ABCD)$, gọi I, H lần lượt là giao điểm của d_1 với AB và BC . Khi đó, I và H lần lượt là trung điểm của AB và BC .

Ta lại có:

$$\begin{cases} I \in (\alpha) \cap (SAB) \\ (SAB) \supset SB // (\alpha) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (AB) = d_2 \text{ đi qua } I \text{ và song song với } SB.$$

Trong (SAB) , gọi J là giao điểm của d_2 với SA . Khi đó, J là trung điểm của SA .

Ta cũng có:

$$\begin{cases} H \in (\alpha) \cap (SBC) \\ (SBC) \supset SB // (\alpha) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (SBC) = d_3 \text{ đi qua } H \text{ và song song với } SB.$$

Trong (SBC) , gọi L là giao điểm của d_3 với SC . Khi đó, L là trung điểm của SC .

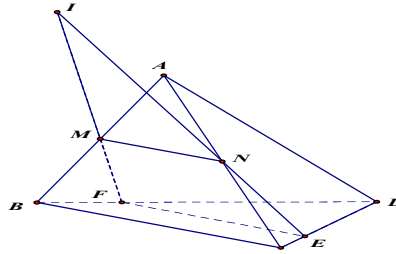
Mặt khác:

$$\begin{cases} M \in (\alpha) \cap (SBD) \\ (SBD) \supset SB // (\alpha) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (SBD) = d_4 \text{ đi qua } M \text{ và song song với } SB.$$

Trong (SBD) , gọi K là giao điểm của d_4 với SD .

Vậy thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ khi cắt bởi mặt phẳng (α) là ngũ giác $HIJKL$.

Câu 48. Chọn D



Do M, N lần lượt là trung điểm của $AB, AC \Rightarrow MN // BC$.

Ta có

$$\begin{cases} E \in (MNE) \cap (BCD) \\ MN \subset (MNE), BC \subset (BCD) \Rightarrow (MNE) \cap (BCD) = EF // MN // BC \quad (F \in BD). \\ MN // BC \end{cases}$$

Ta có: $(MNE) \cap (ABC) = MN$, $(MNE) \cap (ACD) = NE$, $(MNE) \cap (BCD) = EF$, $(MNE) \cap (ABD) = FM$.

Vậy thiết diện là hình thang $MNEF$ (vì $EF // MN$).

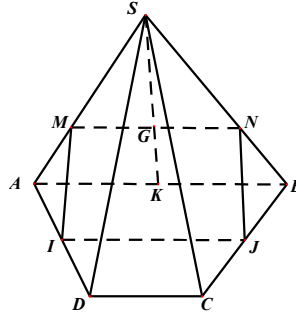
$$\text{Xét } \triangle CAD \text{ có } \frac{CN}{CA} = \frac{1}{2} \neq \frac{CE}{CD} = \frac{1}{4} \Rightarrow EN \cap AD = I.$$

Ta có

$$\left. \begin{aligned} (MNE) \cap (ABD) &= FM \\ (ABD) \cap (ACD) &= AD \\ (MNE) \cap (ACD) &= EN \\ EN \cap AD &= I \end{aligned} \right\} \Rightarrow MN, AD, FM \text{ đồng qui tại } I.$$

Do đó $MNEF$ không thể là hình bình hành.

Câu 49. Chọn D



Dễ thấy giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (SAB) là đường thẳng Gx đi qua G và song song với các đường thẳng AB , IJ . Giao tuyến Gx cắt SA tại M và cắt SB tại N .

Thiết diện của mặt phẳng (GIJ) với hình chóp $S.ABCD$ là hình thang $IJNM$ vì $IJ \parallel MN$.

IJ là đường trung bình của hình thang $ABCD$ nên ta có:

$$IJ = \frac{AB + CD}{2} = \frac{kCD + CD}{2} = \frac{k+1}{2}CD.$$

G là trọng tâm tam giác SAB nên $MN = \frac{2}{3}AB = \frac{2}{3}kCD$.

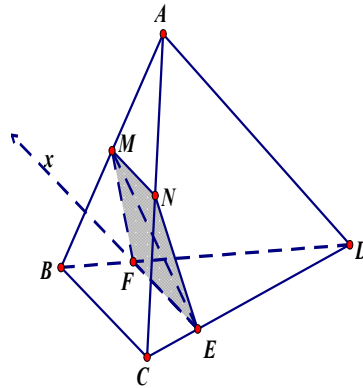
Để $IJNM$ là hình bình hành ta cần phải có $IJ = MN$

$$\Leftrightarrow \frac{k+1}{2}CD = \frac{2}{3}kCD \Leftrightarrow \frac{k+1}{2} = \frac{2k}{3} \Leftrightarrow k = 3.$$

Câu 50.

Lời giải

Chọn D



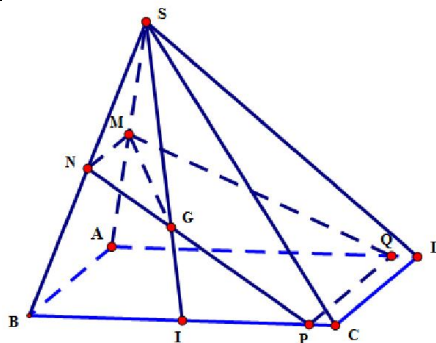
Ta có: $(MNE) \cap (ABC) = MN$, $(MNE) \cap (ACD) = NE$.

Vì hai mặt phẳng (MNE) và (BCD) lần lượt chứa hai đường thẳng song song là MN và BC nên $(MNE) \cap (BCD) = Ex$ (với Ex là đường thẳng qua E và song song với BC), Ex cắt BD tại F .

$(MNE) \cap (BCD) = EF$ và $(MNE) \cap (ADD) = FM$. Và $MN = \frac{1}{2}BC$; $EF = \frac{3}{4}BC$.

Vậy thiết diện là hình thang $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà EF song song với BC .

Câu 51. Chọn A



Xét trong mặt phẳng (SBC) ta có $NG \cap BC = \{P\}$.

Vì $MN \parallel AB$ nên $(MNG) \cap (ABCD)$ theo giao tuyến đi qua P song song với AB, CD và cắt AD tại Q .

$$\text{Do đó: } \begin{cases} (MNG) \cap (SAB) = MN \\ (MNG) \cap (SBC) = NP \\ (MNG) \cap (ABCD) = PQ \\ (MNG) \cap (SAD) = QM \end{cases}$$

Suy ra: Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ với mặt phẳng (MNG) là tứ giác $MNPQ$.

$$\text{Nhận xét: } \begin{cases} (MNG) \cap (SAB) = MN \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \\ (MNG) \cap (ABCD) = PQ \\ AB \parallel MN \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} PQ \parallel AB \\ PQ \parallel MN \end{cases}$$

Suy ra: Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ với mặt phẳng (MNG) là hình thang $MNPQ$.

PHẦN A. CÂU HỎI.....	1
DẠNG 1. CÂU HỎI LÝ THUYẾT.....	1
DẠNG 2. ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VỚI MẶT PHẪNG	3
DẠNG 3. XÁC ĐỊNH THIẾT DIỆN VÀ MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN.....	4
PHẦN B. LỜI GIẢI THAM KHẢO	8
DẠNG 1. CÂU HỎI LÝ THUYẾT.....	8
DẠNG 2. ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VỚI MẶT PHẪNG	9
DẠNG 3. XÁC ĐỊNH THIẾT DIỆN VÀ MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN.....	17

DẠNG 1. CÂU HỎI LÝ THUYẾT

A. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

C. Nếu $\begin{cases} a \parallel (P) \\ b \subset (P) \end{cases}$ thì $a \parallel b$.

A. Nếu $d \parallel (\alpha)$ thì trong (α) tồn tại đường thẳng Δ sao cho $\Delta \parallel d$.

C. Nếu $d \cap (\alpha) = A$ và $d' \subset (\alpha)$ thì d và d' hoặc cắt nhau hoặc chéo nhau.

(1). Nếu $a \parallel (P)$ thì a song song với mọi đường thẳng nằm trong (P) .

(2). Nếu $a \parallel (P)$ thì a song song với một đường thẳng nào đó nằm trong (P) .

(3). Nếu $a \parallel (P)$ thì có vô số đường thẳng nằm trong (P) song song với a .

(4). Nếu $a \parallel (P)$ thì có một đường thẳng d nào đó nằm trong (P) sao cho a và d đồng phẳng.

Số mệnh đề đúng là

D. 1.

Câu 4. (THPT YÊN LẠC - LẦN 3 - 2018) Trong các khẳng định sau khẳng định nào sai?

- A. Nếu một đường thẳng song song với một trong hai mặt phẳng song song thì nó song song với mặt phẳng còn lại.
- B. Nếu một đường thẳng cắt một trong hai mặt phẳng song song thì nó cắt mặt phẳng còn lại.
- C. Nếu hai đường thẳng song song thì chúng cùng nằm trên một mặt phẳng.
- D. Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì chúng song song với nhau.

Câu 5. (THPT CHUYÊN HÙNG VƯƠNG - BÌNH DƯƠNG - 2018) Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- A. Nếu một đường thẳng song song với một mặt phẳng thì nó song song với một đường thẳng nào đó nằm trong mặt phẳng đó.
- B. Nếu hai mặt phẳng cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.
- C. Nếu ba mặt phẳng phân biệt đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến thì ba giao tuyến đó phải đồng quy.
- D. Trong không gian, hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì hai đường thẳng đó song song với nhau.

Câu 6. (THPT CHUYÊN HÙNG VƯƠNG - BÌNH DƯƠNG - 2018) Tìm khẳng định sai trong các khẳng định sau đây

- A. Nếu hai mặt phẳng song song cùng cắt mặt phẳng thứ ba thì hai giao tuyến tạo thành song song với nhau.
- B. Ba mặt phẳng đôi một song song chắn trên hai đường thẳng chéo nhau những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.
- C. Nếu mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) thì mọi đường thẳng nằm trên mặt phẳng (P) đều song song với mặt phẳng (Q) .
- D. Nếu mặt phẳng (P) có chứa hai đường thẳng phân biệt và hai đường thẳng đó cùng song song với mặt phẳng (Q) thì mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) .

Câu 7. (SGD&ĐT BẮC NINH - 2018) Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.
- B. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì trùng nhau.
- C. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì chéo nhau.
- D. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng có thể chéo nhau, song song, cắt nhau hoặc trùng nhau.

Câu 8. (ĐẠNG THỨC HỨA - NGHỆ AN - LẦN 1 - 2018) Cho các giả thiết sau đây. Giả thiết nào kết luận đường thẳng a song song với mặt phẳng (α) ?

- A. $a \parallel b$ và $b \subset (\alpha)$. B. $a \parallel (\beta)$ và $(\beta) \parallel (\alpha)$.
- C. $a \parallel b$ và $b \parallel (\alpha)$. D. $a \cap (\alpha) = \emptyset$.

Câu 9. Cho hai mặt phẳng $(P), (Q)$ cắt nhau theo giao tuyến là đường thẳng d . Đường thẳng a song song với cả hai mặt phẳng $(P), (Q)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. a, d trùng nhau. B. a, d chéo nhau. C. a song song d . D. a, d cắt nhau.

Câu 10. Cho ba đường thẳng đôi một chéo nhau a, b, c . Gọi (P) là mặt phẳng qua a , (Q) là mặt phẳng qua b sao cho giao tuyến của (P) và (Q) song song với c . Có nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng (P) và (Q) thỏa mãn yêu cầu trên?

- A. Vô số mặt phẳng (P) và (Q) . B. Một mặt phẳng (P) , vô số mặt phẳng (Q) .
- C. Một mặt phẳng (Q) , vô số mặt phẳng (P) . D. Một mặt phẳng (P) , một mặt phẳng (Q) .

- Câu 11.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, đáy lớn AB . Gọi P, Q lần lượt là hai điểm nằm trên cạnh SA và SB sao cho $\frac{SP}{SA} = \frac{SQ}{SB} = \frac{1}{3}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A. PQ cắt $(ABCD)$. B. $PQ \subset (ABCD)$.
 C. $PQ \parallel (ABCD)$. D. PQ và CD chéo nhau.
- Câu 12.** (HKI – TRIỆU QUANG PHÚC 2018-2019) Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G_1 và G_2 lần lượt là trọng tâm các tam giác BCD và ACD . Khẳng định nào sau đây SAI?
- A. $G_1G_2 \parallel (ABD)$. B. $G_1G_2 \parallel (ABC)$.
 C. BG_1, AG_2 và CD đồng quy. D. $G_1G_2 = \frac{2}{3}AB$.
- Câu 13.** Cho tứ diện $ABCD$, gọi G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm tam giác BCD và ACD . Mệnh đề nào sau đây sai?
- A. $G_1G_2 \parallel (ABD)$. B. Ba đường thẳng BG_1, AG_2 và CD đồng quy.
 C. $G_1G_2 \parallel (ABC)$. D. $G_1G_2 = \frac{2}{3}AB$.
- Câu 14.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. M, N, K lần lượt là trung điểm của DC, BC, SA . Gọi H là giao điểm của AC và MN . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?
- A. MN chéo SC . B. $MN \parallel (SBD)$. C. $MN \parallel (ABCD)$. D. $MN \cap (SAC) = H$.
- Câu 15.** Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi O_1, O_2 lần lượt là tâm của $ABCD, ABEF$. M là trung điểm của CD . Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau:
- A. MO_2 cắt (BEC) . B. O_1O_2 song song với (BEC) .
 C. O_1O_2 song song với (EFM) . D. O_1O_2 song song với (AFD) .
- Câu 16.** (HKI-Chuyên Hà Nội - Amsterdam 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi M, N theo thứ tự là trọng tâm $\triangle SAB, \triangle SCD$. Khi đó MN song song với mặt phẳng
- A. (SAC) B. (SBD) . C. (SAB) D. $(ABCD)$.
- Câu 17.** (DHSP HÀ NỘI HKI 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Các điểm I, J lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB, SAD . M là trung điểm CD . Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:
- A. $IJ \parallel (SCD)$. B. $IJ \parallel (SBM)$. C. $IJ \parallel (SBC)$. D. $IJ \parallel (SBD)$.
- Câu 18.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , M là trung điểm SA . Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A. $OM \parallel (SCD)$. B. $OM \parallel (SBD)$. C. $OM \parallel (SAB)$. D. $OM \parallel (SAD)$.
- Câu 19.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, $AB \parallel CD$ và $AB = 2CD$. Lấy E thuộc cạnh SA , F thuộc cạnh SC sao cho $\frac{SE}{SA} = \frac{SF}{SC} = \frac{2}{3}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?
- A. Đường thẳng EF song song với mặt phẳng (SAC) .
 B. Đường thẳng EF cắt đường thẳng AC .
 C. Đường thẳng AC song song với mặt phẳng (BEF) .

D. Đường thẳng CD song song với mặt phẳng (BEF) .

Câu 20. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABD . M là điểm trên cạnh BC sao cho $MB = 2MC$. Khi đó đường thẳng MG song song với mặt phẳng nào dưới đây?

- A.** (ACD) . **B.** (BCD) . **C.** (ABD) . **D.** (ABC) .

Câu 21. **(CHUYÊN VINH PHÚC - LẦN 1 - 2018)** Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm $\triangle ABD$ và M là điểm trên cạnh BC sao cho $BM = 2MC$. Đường thẳng MG song song với mặt phẳng

- A.** (ACD) . **B.** (ABC) . **C.** (ABD) . **D.** (BCD) .

Câu 22. **(CỤM CHUYÊN MÔN 4 - HẢI PHÒNG - LẦN 1 - 2018)** Cho hình chóp $SABCD$ có đáy là hình bình hành. M, N lần lượt là trung điểm của SC và SD . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.** $MN \parallel (SBD)$. **B.** $MN \parallel (SAB)$. **C.** $MN \parallel (SAC)$ **D.** $MN \parallel (SCD)$.

Câu 23. **(SỞ GD&ĐT BÌNH THUẬN - 2018)** Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm tam giác ABD . Trên đoạn BC lấy điểm M sao cho $MB = 2MC$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** MG song song với (ACD) **B.** MG song song với (ABD) .
C. MG song song với (ACB) . **D.** MG song song với (BCD) .

Câu 24. **(SỞ GD&ĐT BÌNH PHƯỚC - LẦN 1 - 2018)** Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'B'$ và CC' . Khi đó CB' song song với

- A.** $(AC'M)$. **B.** $(BC'M)$. **C.** $A'N$. **D.** AM .

Câu 25. **(HKI_L11-NGUYỄN GIA THIỀU - HÀ NỘI 1718)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn AD , $AD = 2BC$. Gọi M là điểm thuộc cạnh SD sao cho $MD = 2MS$. Gọi O là giao điểm của AC và BD . OM song song với mặt phẳng

- A.** (SAD) . **B.** (SBD) . **C.** (SBC) . **D.** (SAB) .

Câu 26. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các mặt là hình vuông cạnh a . Các điểm M, N lần lượt nằm trên AD', DB sao cho $AM = DN = x (0 < x < a\sqrt{2})$. Khi x thay đổi, đường thẳng MN luôn song song với mặt phẳng cố định nào sau đây?

- A.** $(CB'D')$. **B.** $(A'BC)$. **C.** $(AD'C)$. **D.** $(BA'C')$.

Câu 27. **(THPT CHUYÊN HÙNG VƯƠNG - BÌNH DƯƠNG - 2018)** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Trên các cạnh AA', BB', CC' lần lượt lấy ba điểm M, N, P sao cho $\frac{A'M}{AA'} = \frac{1}{3}; \frac{B'N}{BB'} = \frac{2}{3}; \frac{C'P}{CC'} = \frac{1}{2}$. Biết mặt phẳng (MNP) cắt cạnh DD' tại Q . Tính tỉ số $\frac{D'Q}{DD'}$.

- A.** $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{5}{6}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 28. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi O, O_1 lần lượt là tâm của $ABCD, ABEF$. M là trung điểm của CD . Khẳng định nào sau đây sai?

- A.** $OO_1 \parallel (BEC)$. **B.** $OO_1 \parallel (AFD)$. **C.** $OO_1 \parallel (EFM)$. **D.** MO_1 cắt (BEC) .

DẠNG 3. XÁC ĐỊNH THIẾT DIỆN VÀ MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN

Câu 29. **(CỤM 5 TRƯỜNG CHUYÊN - ĐBSH - LẦN 1 - 2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , I là trung điểm cạnh SC . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Đường thẳng IO song song với mặt phẳng (SAD) .
- B. Mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là một tứ giác.
- C. Đường thẳng IO song song với mặt phẳng (SAB) .
- D. Giao tuyến của hai mặt phẳng (IBD) và (SAC) là IO .

Câu 30. (SGD&ĐT HÀ NỘI - 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M thỏa mãn $\overline{MA} = 3\overline{MB}$. Mặt phẳng (P) qua M và song song với SC, BD . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một ngũ giác.
- B. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một tam giác.
- C. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một tứ giác.
- D. (P) không cắt hình chóp.

Câu 31. (Sở Ninh Bình - Lần 1 - 2018 - BTN) Cho tứ diện $ABCD$. Điểm M thuộc đoạn AC (M khác A, M khác C). Mặt phẳng (α) đi qua M song song với AB và AD . Thiết diện của (α) với tứ diện $ABCD$ là hình gì?

- A. Hình vuông
- B. Hình chữ nhật
- C. Hình tam giác
- D. Hình bình hành

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , gọi I là trung điểm cạnh SC . Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Đường thẳng IO song song với mặt phẳng (SAD) .
- B. Đường thẳng IO song song với mặt phẳng (SAB) .
- C. Mặt phẳng (IBD) cắt mặt phẳng (SAC) theo giao tuyến OI .
- D. Mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo một thiết diện là tứ giác.

Câu 33. (HKI – TRIỆU QUANG PHÚC 2018-2019) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , I là trung điểm cạnh SC . Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $IO \parallel mp(SAB)$.
- B. $IO \parallel mp(SAD)$.
- C. Mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là một tứ giác.
- D. $(IBD) \cap (SAC) = OI$.

Câu 34. (ĐỘI CÁN VINH PHÚC LẦN 1 2018-2019) Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, I lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB và BC . Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNI) và hình chóp $S.ABCD$ là:

- A. Tứ giác $MNIK$ với K là điểm bất kỳ trên cạnh AD .
- B. Tam giác MNI .
- C. Hình bình hành $MNIK$ với K là điểm trên cạnh AD mà $IK \parallel AB$.
- D. Hình Thang $MNIK$ với K là một điểm trên cạnh AD mà $IK \parallel AB$.

Câu 35. Gọi (P) là mặt phẳng qua H , song song với CD và SB . Thiết diện tạo bởi (P) và hình chóp $S.ABCD$ là hình gì?

- A. Ngũ giác.
- B. Hình bình hành.
- C. Tứ giác không có cặp cạnh đối nào song song.
- D. Hình thang.

- Câu 36. (Chuyên Nguyễn Huệ - Hà Nội - HK1 2018 - 2019)** Cho tứ diện $ABCD$. Điểm M thuộc đoạn AC . Mặt phẳng (α) qua M song song với AB và AD . Thiết diện của (α) với tứ diện $ABCD$ là hình gì?
A. Hình tam giác. **B.** Hình bình hành. **C.** Hình thang. **D.** Hình ngũ giác.
- Câu 37.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. M là một điểm thuộc đoạn SB . Mặt phẳng (ADM) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là
A. Hình thang. **B.** Hình chữ nhật. **C.** Hình bình hành. **D.** Tam giác.
- Câu 38. (SGD&ĐT BẮC NINH - 2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt đáy, $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, $SA = 2a$. Gọi M là trung điểm cạnh SC , (α) là mặt phẳng đi qua A , M và song song với đường thẳng BD . Tính diện tích thiết diện của hình chóp bị cắt bởi mặt phẳng (α) .
A. $a^2\sqrt{2}$. **B.** $\frac{4a^2}{3}$. **C.** $\frac{4a^2\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{2a^2\sqrt{2}}{3}$.
- Câu 39. (CHUYÊN VĨNH PHÚC - LẦN 1 - 2018)** Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = a$, $CD = b$. Gọi I , J lần lượt là trung điểm AB và CD , giả sử $AB \perp CD$. Mặt phẳng (α) qua M nằm trên đoạn IJ và song song với AB và CD . Tính diện tích thiết diện của tứ diện $ABCD$ với mặt phẳng (α) biết $IM = \frac{1}{3}IJ$.
A. ab . **B.** $\frac{ab}{9}$. **C.** $2ab$. **D.** $\frac{2ab}{9}$.
- Câu 40.** Cho tứ diện $ABCD$ có AB vuông góc với CD , $AB = CD = 6$. M là điểm thuộc cạnh BC sao cho $MC = x.BC$ ($0 < x < 1$). mp(P) song song với AB và CD lần lượt cắt BC, DB, AD, AC tại M, N, P, Q . Diện tích lớn nhất của tứ giác bằng bao nhiêu?
A. 8. **B.** 9. **C.** 11. **D.** 10.
- Câu 41. (CHUYÊN TRẦN PHÚ - HẢI PHÒNG - LẦN 1 - 2018)** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, gọi M là trung điểm CD , (P) là mặt phẳng đi qua M và song song với $B'D$ và CD' . Thiết diện của hình hộp cắt bởi mặt phẳng (P) là hình gì?
A. Ngũ giác. **B.** Tứ giác. **C.** Tam giác. **D.** Lục giác.
- Câu 42. (THPT YÊN LẠC - LẦN 4 - 2018)** Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 6$, $CD = 8$. Cắt tứ diện bởi một mặt phẳng song song với AB , CD để thiết diện thu được là một hình thoi. Cạnh của hình thoi đó bằng
A. $\frac{31}{7}$. **B.** $\frac{18}{7}$. **C.** $\frac{24}{7}$. **D.** $\frac{15}{7}$.
- Câu 43. (THPT TỬ KỲ - HẢI DƯƠNG - LẦN 2 - 2018)** Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AD , BC theo thứ tự lấy các điểm M , N sao cho $\frac{MA}{AD} = \frac{NC}{CB} = \frac{1}{3}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng MN và song song với CD . Khi đó thiết diện của tứ diện $ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (P) là:
A. một tam giác.
B. một hình bình hành.
C. một hình thang với đáy lớn gấp 2 lần đáy nhỏ
D. một hình thang với đáy lớn gấp 3 lần đáy nhỏ.

Câu 44. Cho tứ diện $ABCD$. Điểm G là trọng tâm tam giác BCD . Mặt phẳng (α) qua G , (α) song song với AB và CD . (α) cắt trung tuyến AM của tam giác ACD tại K . Chọn khẳng định đúng?

- A. (α) cắt tứ diện $ABCD$ theo thiết diện là một hình tam giác. B. $AK = \frac{2}{3}AM$.
 C. $AK = \frac{1}{3}AM$. D. Giao tuyến của (α) và (CBD) cắt CD .

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mặt phẳng (P) qua BD và song song với SA . Khi đó mặt phẳng (P) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là một hình

- A. Hình thang. B. Hình chữ nhật. C. Hình bình hành. D. Tam giác.

Câu 46. (THPT Yên Mỹ Hưng Yên lần 1 - 2019) Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I là trung điểm AB . Mặt phẳng $(IB'D')$ cắt hình hộp theo thiết diện là hình gì?

- A. Hình bình hành. B. Hình thang. C. Hình chữ nhật. D. Tam giác

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. M là một điểm thuộc đoạn SB (M khác S và B). Mặt phẳng (ADM) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là

- A. Hình bình hành. B. Tam giác. C. Hình chữ nhật. D. Hình thang.

Câu 48. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MB}$. Mặt phẳng (P) qua M và song song với hai đường thẳng SC, BD . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. (P) không cắt hình chóp.
 B. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một tứ giác.
 C. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một tam giác.
 D. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một ngũ giác.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , M là trung điểm SA . Gọi (α) là mặt phẳng đi qua M , song song với SC và AD . Thiết diện của (α) với hình chóp $S.ABCD$ là hình gì?

- A. Hình thang. B. Hình thang cân. C. Hình chữ nhật. D. Hình bình hành.

Câu 50. (THUẬN THÀNH SỐ 2 LẦN 1_2018-2019) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang ($AB // CD$). Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC và G là trọng tâm tam giác SAB . Biết thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (IJG) là hình bình hành. Hỏi khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $AB = 3CD$. B. $AB = \frac{1}{3}CD$. C. $AB = \frac{3}{2}CD$. D. $AB = \frac{2}{3}CD$.

Câu 51. (TRƯỜNG THPT THANH THỦY 2018 -2019) Cho hình tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng $6a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CA, CB ; P là điểm trên cạnh BD sao cho $BP = 2PD$. Diện tích S thiết diện của tứ diện $ABCD$ bị cắt bởi (MNP) là:

- A. $\frac{5a^2\sqrt{457}}{2}$. B. $\frac{5a^2\sqrt{457}}{12}$. C. $\frac{5a^2\sqrt{51}}{2}$. D. $\frac{5a^2\sqrt{51}}{4}$.

Câu 52. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang ($AB \parallel CD$), cạnh $AB = 3a$, $AD = CD = a$. Tam giác SAB cân tại S , $SA = 2a$. Mặt phẳng (P) song song với SA, AB cắt các cạnh AD, BC, SC, SD theo thứ tự tại M, N, P, Q . Đặt $AM = x (0 < x < a)$. Gọi x là giá trị để tứ giác $MNPQ$ ngoại tiếp được đường tròn, bán kính đường tròn đó là

- A. $\frac{a\sqrt{7}}{4}$. B. $\frac{a\sqrt{7}}{6}$. C. $\frac{3a}{4}$. D. a .

Câu 53. (Chuyên Nguyễn Huệ - Hà Nội - HK1 2018 - 2019) Cho tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a , I là trung điểm của AC , J là một điểm trên cạnh AD sao cho $AJ = 2JD$. (P) là mặt phẳng chứa IJ và song song với AB . Tính diện tích thiết diện khi cắt tứ diện bởi mặt phẳng (P) .

- A. $\frac{3a^2\sqrt{51}}{144}$. B. $\frac{3a^2\sqrt{31}}{144}$. C. $\frac{a^2\sqrt{31}}{144}$. D. $\frac{5a^2\sqrt{51}}{144}$.

PHẦN B. LỜI GIẢI THAM KHẢO

DẠNG 1. CÂU HỎI LÝ THUYẾT

Câu 1. Chọn B

Câu 2. Chọn B

Mệnh đề B sai vì b và d có thể chéo nhau.

Câu 3. (1). Sai.

(2). Đúng.

(3). Đúng.

(4). Đúng.

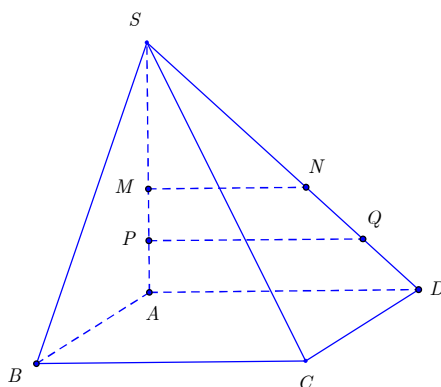
Vậy có 3 mệnh đề đúng.

Câu 4. Giả sử (α) song song với (β) . Một đường thẳng a song song với (β) có thể nằm trên (α) .

Câu 5. Vì B. ... hai mặt phẳng đó song song hoặc trùng nhau.

C. ... ba giao tuyến đó hoặc đồng quy hoặc đôi một song song.

D. ... ai đường thẳng đó hoặc song song, hoặc chéo nhau, hoặc cắt nhau, hoặc trùng nhau.



Câu 6.

Ví dụ (SAD) chứa $MN; PQ$ cùng song song với $(ABCD)$ nhưng (SAD) cắt $(ABCD)$.

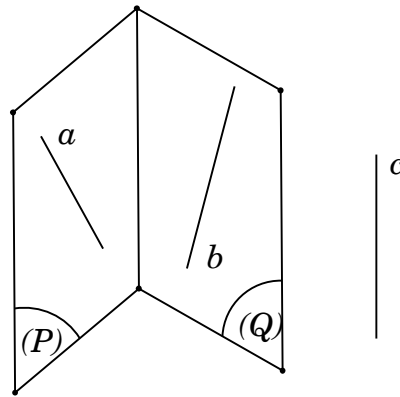
Câu 7. Lý thuyết : Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng có thể chéo nhau, song song, cắt nhau hoặc trùng nhau.

Câu 8. Chọn $a \cap (\alpha) = \emptyset$

Câu 9. Chọn C

Sử dụng hệ quả: Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với đường thẳng đó.

Câu 10. Chọn D



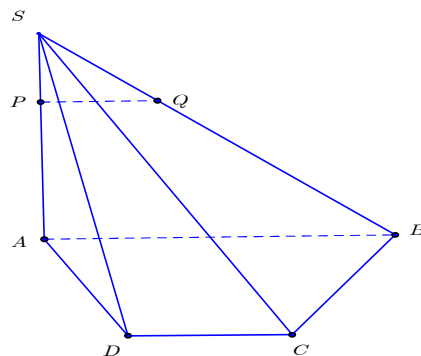
Vì c song song với giao tuyến của (P) và (Q) nên $c \parallel (P)$ và $c \parallel (Q)$.

Khi đó, (P) là mặt phẳng chứa a và song song với c , mà a và c chéo nhau nên chỉ có một mặt phẳng như vậy.

Tương tự cũng chỉ có một mặt phẳng (Q) chứa b và song song với c .

Vậy có nhiều nhất một mặt phẳng (P) và một mặt phẳng (Q) thỏa yêu cầu bài toán.

DẠNG 2. ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VỚI MẶT PHẪNG

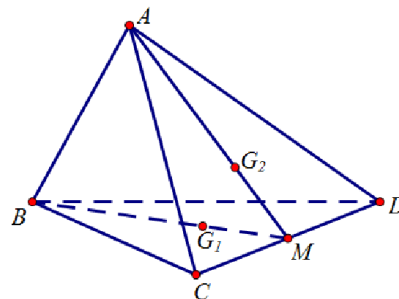


Câu 11.

Chọn C.

$$\begin{cases} PQ \parallel AB \\ AB \subset (ABCD) \Rightarrow PQ \parallel (ABCD). \\ PQ \not\subset (ABCD) \end{cases}$$

Câu 12. Chọn D

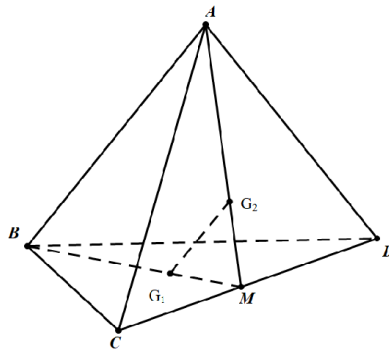


$$\text{Gọi } M \text{ là trung điểm } CD \Rightarrow \begin{cases} G_1 \in BM; \frac{MG_1}{MB} = \frac{1}{3} \\ G_2 \in AM; \frac{MG_2}{MA} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Xét tam giác ABM , ta có $\frac{1}{3} = \frac{MG_1}{MB} = \frac{MG_2}{MA} \Rightarrow G_1G_2 \parallel AB$ (định lý Thales đảo)

$$\Rightarrow \frac{G_1G_2}{AB} = \frac{MG_1}{MB} = \frac{1}{3} \Rightarrow G_1G_2 = \frac{1}{3}AB.$$

Câu 13. Chọn D



Gọi M là trung điểm của CD .

$$\text{Xét } \triangle ABM \text{ ta có: } \frac{MG_1}{MB} = \frac{MG_2}{MA} = \frac{1}{3} \Rightarrow \begin{cases} G_1G_2 \parallel AB \\ G_1G_2 = \frac{1}{3}AB \end{cases} \Rightarrow \mathbf{D} \text{ sai.}$$

Vì $G_1G_2 \parallel AB \Rightarrow G_1G_2 \parallel (ABD) \Rightarrow \mathbf{A}$ đúng.

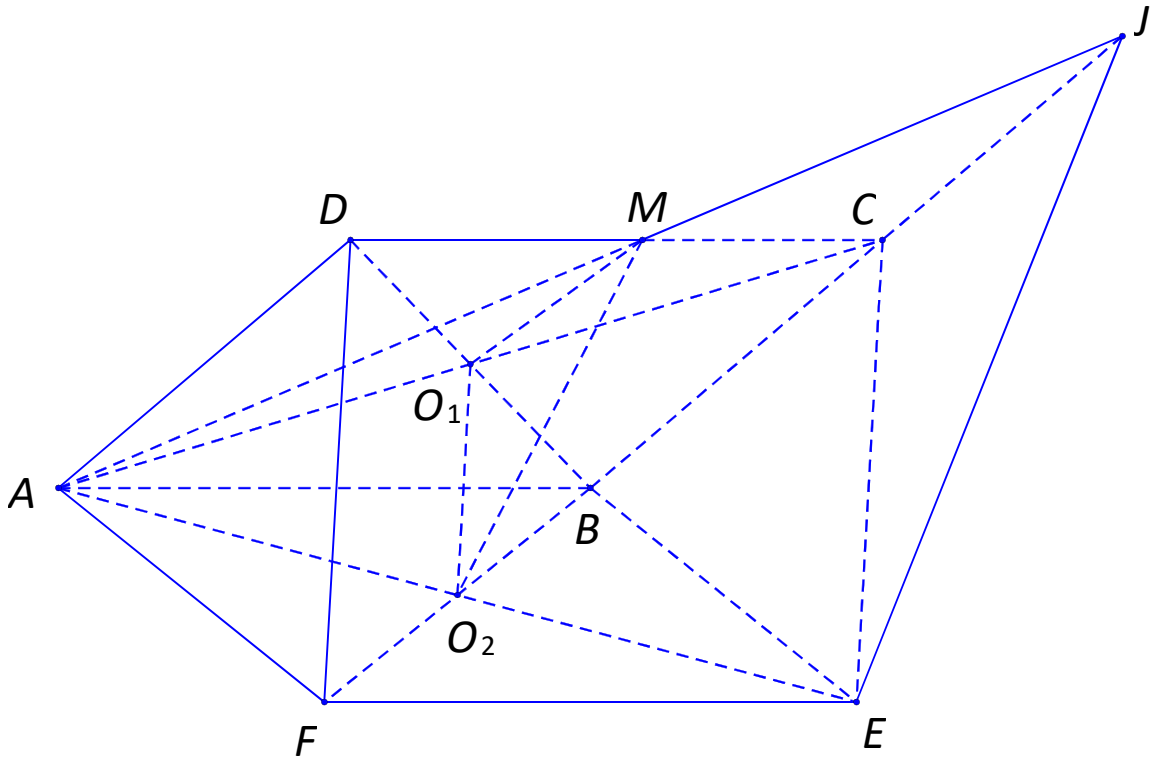
Vì $G_1G_2 \parallel AB \Rightarrow G_1G_2 \parallel (ABC) \Rightarrow \mathbf{C}$ đúng.

Ba đường BG_1, AG_2, CD , đồng quy tại $M \Rightarrow \mathbf{B}$ đúng.

Câu 14. Chọn C

Vì $MN \subset (ABCD)$ nên MN không song song với mặt phẳng $(ABCD) \Rightarrow$ câu **C sai**.

Câu 15. Chọn A.



Gọi J là giao điểm của AM và BC .

Ta có: $MO_1 \parallel AD \parallel BC \Rightarrow MO_1 \parallel CJ$.

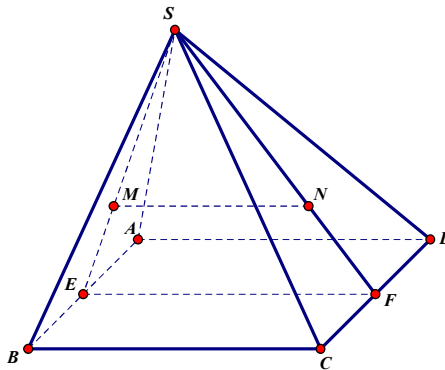
Mà O_1 là trung điểm của AC nên M là trung điểm của AJ .

Do đó $MO_2 \parallel EJ$.

Từ đó suy ra $MO_2 \parallel (BEC)$ (vì dễ nhận thấy MO_2 không nằm trên (BEC)).

Vậy MO_2 không cắt (BEC) .

Câu 16. Chọn D



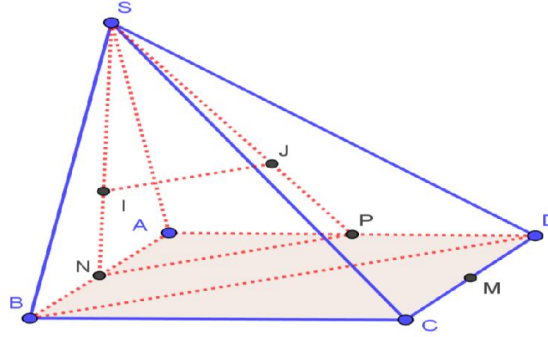
Gọi E và F lần lượt là trung điểm AB và CD .

Do $M; N$ là trọng tâm tam giác $SAB; SCD$ nên S, M, E thẳng hàng; S, N, F thẳng hàng.

Xét $\triangle SEF$ có: $\frac{SM}{SE} = \frac{2}{3} = \frac{SN}{SF}$ nên theo định lý Ta – let $\Rightarrow MN \parallel EF$.

Mà $EF \subset (ABCD)$ nên $MN \parallel (ABCD)$.

Câu 17. Chọn D



Gọi N, P lần lượt là trung điểm của cạnh AB, AD .

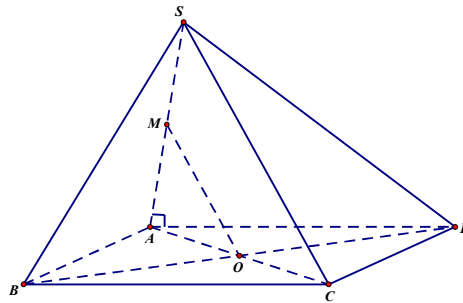
Xét $\triangle SNP$ có $\frac{SI}{SN} = \frac{SJ}{SP} = \frac{2}{3} \Rightarrow IJ \parallel NP$.

Xét $\triangle ABD$ có M là đường trung bình trong tam giác $\Rightarrow NP \parallel BD$.

Suy ra $IJ \parallel BD$.

Ta có $\begin{cases} IJ \not\subset (SBD) \\ IJ \parallel BD \\ BD \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow IJ \parallel (SBD).$

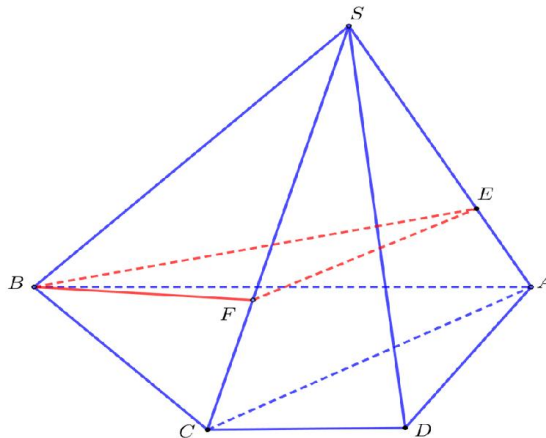
Câu 18. Chọn A



Ta có: M là trung điểm SA ; O là trung điểm $AC \Rightarrow OM$ là đường trung bình $\triangle SAC$.

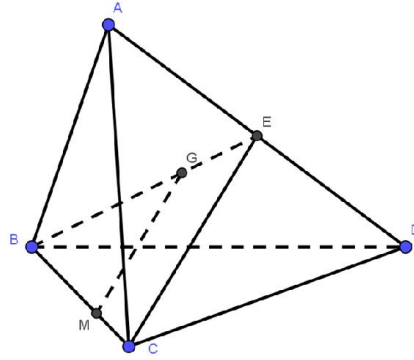
$\Rightarrow OM \parallel SC$ ($SC \subset (SCD)$; $OM \not\subset (SCD)$) $\Rightarrow OM \parallel (SCD)$.

Câu 19. Chọn C

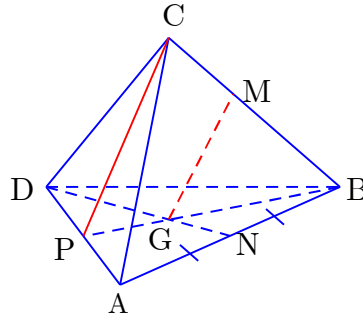


Vì $\frac{SE}{SA} = \frac{SF}{SC} = \frac{2}{3}$ nên đường thẳng $EF \parallel AC$. Mà $EF \subset (BEF)$, $AC \not\subset (BEF)$ nên AC song song với mặt phẳng (BEF) .

Câu 20. Chọn A



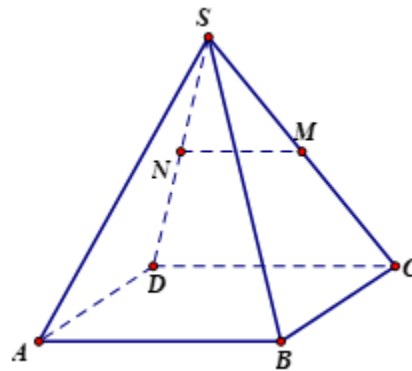
Gọi E là trung điểm AD



Câu 21.

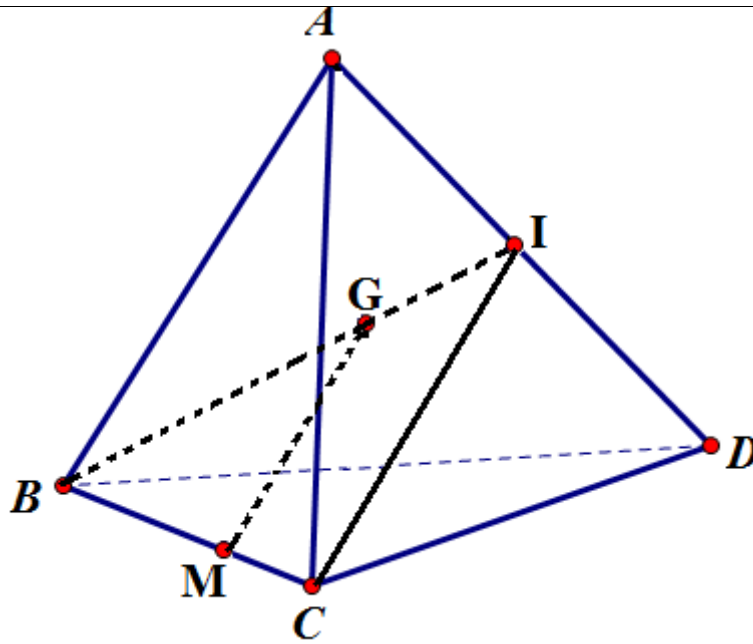
Gọi P là trung điểm AD

Ta có: $\frac{BM}{BC} = \frac{BG}{BP} = \frac{3}{2} \Rightarrow MG \parallel CP \Rightarrow MG \parallel (ACD)$.



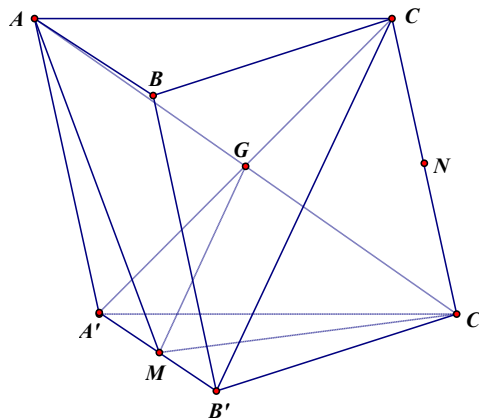
Câu 22.

Ta có $MN \parallel CD \Rightarrow MN \parallel AB$
 $\Rightarrow MN \parallel (SAB)$



Câu 23.

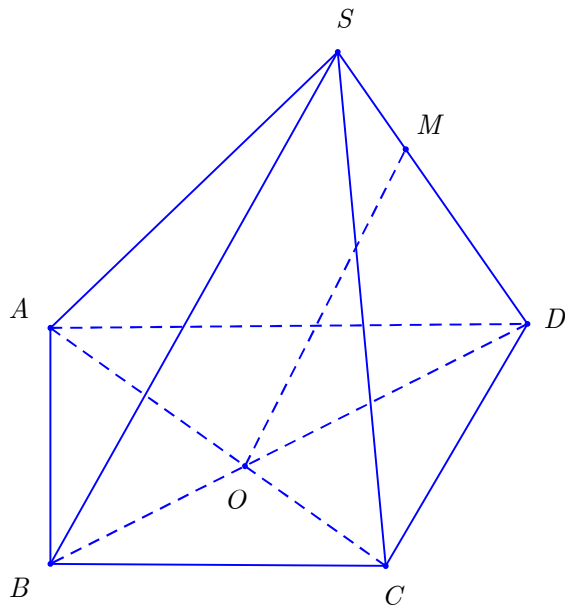
Gọi I là trung điểm của AD . Xét tam giác BCI có $\frac{BM}{BC} = \frac{BG}{BI} = \frac{2}{3}$
 $\Rightarrow MG \parallel CI, CI \subset (ACD), MG \not\subset (ACD)$
 $\Rightarrow MG \parallel (ACD)$.



Câu 24.

- Gọi G là giao điểm của AC' và $A'C \Rightarrow G$ là trung điểm của $A'C \Rightarrow MG$ là đường trung bình của tam giác $A'CB' \Rightarrow CB' \parallel MG \Rightarrow CB' \parallel (AC'M)$.

Câu 25. Chọn C



$$AD \parallel BC; AC \cap BD = O \Rightarrow \frac{OC}{OA} = \frac{OB}{OD} = \frac{BC}{AD} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{DO}{DB} = \frac{2}{3}. \text{ Mặt khác: } \frac{DM}{DS} = \frac{2}{3}$$

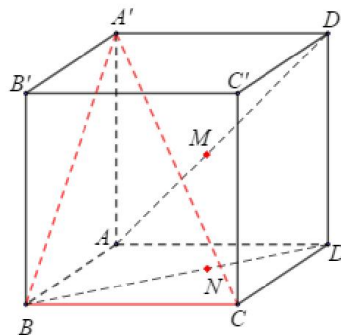
$$\Rightarrow \frac{DO}{DB} = \frac{DM}{DS}$$

$$\Rightarrow OM \parallel SB$$

Mà $SB \subset (SBC)$, $OM \not\subset (SBC)$.

Nên $OM \parallel (SBC)$.

Câu 26. Chọn B



□ Sử dụng định lý Ta-lét thuận

Vì $AD \parallel A'D'$ nên tồn tại (P) là mặt phẳng qua AD và song song với mp $(A'D'CB)$

(Q) là mặt phẳng qua M và song song với mp $(A'D'CB)$

Giả sử (Q) cắt DB tại N'

$$\text{Theo định lý Ta-lét ta có: } \frac{AM}{AD'} = \frac{DN'}{DB} \quad (*)$$

Mà các mặt của hình hộp là hình vuông cạnh a nên $AD' = DB = a\sqrt{2}$

Từ $(*)$ ta có $AM = DN' \Rightarrow DN' = DN \Rightarrow N' \equiv N \Rightarrow MN \subset (Q)$

$(Q) \parallel (A'D'CB)$ suy ra MN luôn song song với mặt phẳng cố định $(A'D'CB)$ hay $(A'BC)$

□ Sử dụng định lý Ta-lét đảo

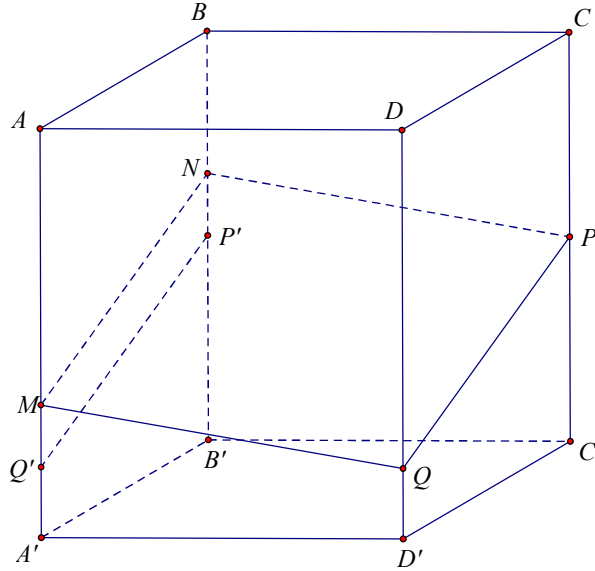
Từ giả thiết ta có: $\frac{AM}{DN} = \frac{MD'}{NB} = \frac{AD'}{DB}$

Suy ra AD , MN và $D'B$ luôn song song với một mặt phẳng (định lí Ta-lét đảo).

Vậy MN luôn song song với một mặt phẳng (P) , mà (P) song song với AD và $D'B$

Mặt phẳng này chính là mp $(A'D'CB)$ hay $(A'BC)$

Câu 27.



Gọi độ dài cạnh bên của hình hộp là a .

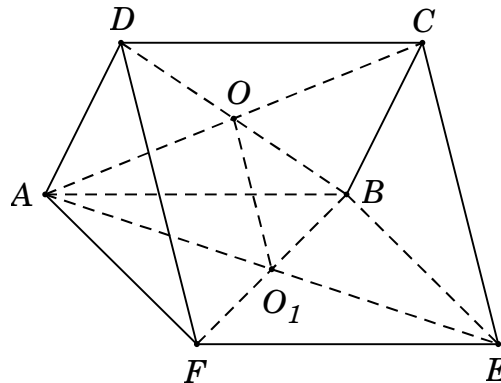
Giao tuyến của mặt phẳng (MNP) với $(CDD'C')$ là đường thẳng đi qua P và song song với MN (do $MN \parallel (CDD'C')$)

Gọi P' là trung điểm BB' và $Q' \in AA'$: $MN \parallel P'Q'$. Khi đó tứ giác $MNP'Q'$ là hình bình hành

và $NP' = \frac{2}{3}a - \frac{1}{2}a = \frac{1}{6}a \Rightarrow MQ' = \frac{1}{6}a \Rightarrow Q'A' = MA' - MQ' = \frac{1}{6}a$.

Vậy $\frac{A'Q'}{AA'} = \frac{D'Q}{DD'} = \frac{1}{6}$.

Câu 28. Chọn D

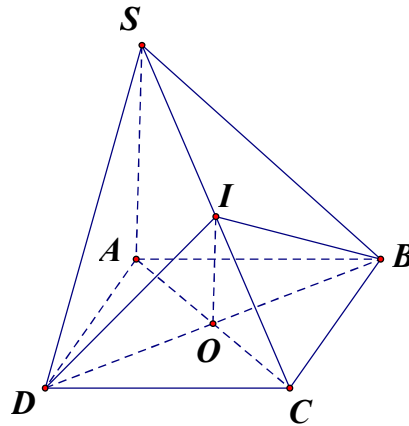


Xét tam giác ACE có O, O_1 lần lượt là trung điểm của AC, AE .

Suy ra OO_1 là đường trung bình trong tam giác $ACE \Rightarrow OO_1 \parallel EC$.

Tương tự, OO_1 là đường trung bình của tam giác BFD nên $OO_1 \parallel FD$.

Vậy $OO_1 \parallel (BEC)$, $OO_1 \parallel (AFD)$ và $OO_1 \parallel (EFC)$. Chú ý rằng: $(EFC) = (EFM)$.



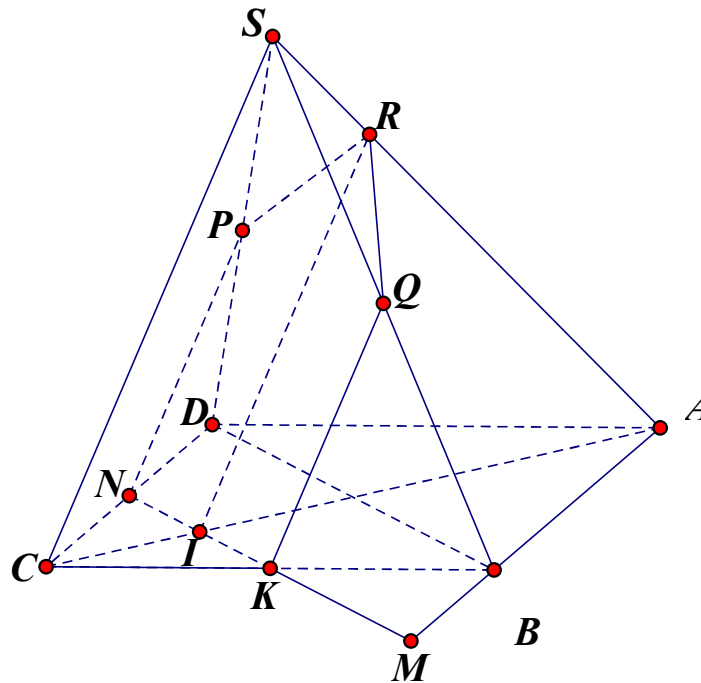
Câu 29.

A đúng vì $IO \parallel SA \Rightarrow IO \parallel (SAD)$.

C đúng vì $IO \parallel SA \Rightarrow IO \parallel (SAB)$.

D đúng vì $(IBD) \cap (SAC) = IO$.

B sai vì mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là tam giác IBD .



Câu 30.

Trong $(ABCD)$, kẻ đường thẳng qua M và song song với BD cắt BC , CD , CA tại K , N , I .

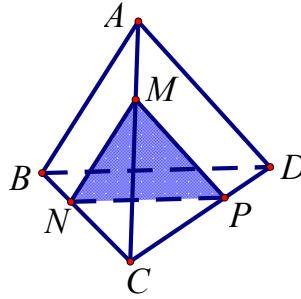
Trong (SCD) , kẻ đường thẳng qua N và song song với SC cắt SD tại P .

Trong (SCB) , kẻ đường thẳng qua K và song song với SC cắt SB tại Q .

Trong (SAC) , kẻ đường thẳng qua I và song song với SC cắt SA tại R .

Thiết diện là ngũ giác $KNPRQ$.

Câu 31. Chọn C



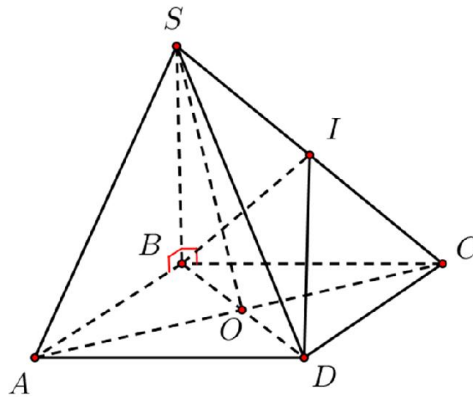
Ta có $\left. \begin{array}{l} (\alpha) // AB \\ AB \subset (ABC) \end{array} \right\} \Rightarrow (\alpha) \cap (ABC) = MN \text{ với } MN // AB \text{ và } N \in BC.$

Ta có $\left. \begin{array}{l} (\alpha) // AD \\ AD \subset (ADC) \end{array} \right\} \Rightarrow (\alpha) \cap (ADC) = MP \text{ với } MP // AD \text{ và } P \in CD.$

$(\alpha) \cap (BCD) = NP.$

Do đó thiết diện của (α) với tứ diện $ABCD$ là hình tam giác MNP .

Câu 32. Chọn D



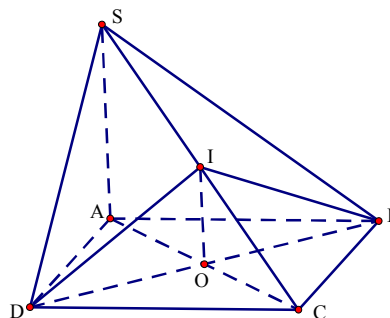
Trong tam giác SAC có O là trung điểm AC , I là trung điểm SC nên $IO // SA$
 $\Rightarrow IO$ song song với hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) .

Mặt phẳng (IBD) cắt (SAC) theo giao tuyến IO .

Mặt phẳng (IBD) cắt (SBC) theo giao tuyến BI , cắt (SCD) theo giao tuyến ID , cắt $(ABCD)$ theo giao tuyến $BD \Rightarrow$ thiết diện tạo bởi mặt phẳng (IBD) và hình chóp $S.ABCD$ là tam giác IBD .

Vậy đáp án D sai.

Câu 33. Chọn C



Trong mặt phẳng (SAC) có I, O lần lượt là trung điểm của SC, SA nên $IO \parallel SA$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} IO \parallel (SAB) \\ IO \parallel (SAD) \end{cases}$$

Hai mặt phẳng (SAC) và (IBD) có hai điểm chung là O, I nên giao tuyến của hai mặt phẳng là IO .

Thiết diện của mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp $(S.ABCD)$ chính là tam giác IBD .

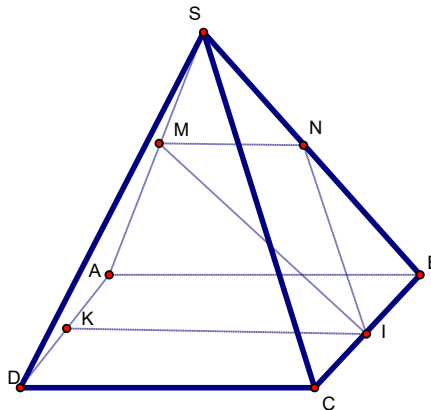
Câu 34.

B. Tam giác MNI .

C. Hình bình hành $MNIK$ với K là điểm trên cạnh AD mà $IK \parallel AB$.

D. Hình Thang $MNIK$ với K là một điểm trên cạnh AD mà $IK \parallel AB$ **Chọn D**

Hình vẽ:



Ta xét ba mặt phẳng (MNI) , (SAB) , $(ABCD)$ đôi một cắt nhau theo 3 giao tuyến song song.

$$(MNI) \cap (SAB) = MN$$

$$(SAB) \cap (ABCD) = AB$$

$$\text{mà } MN \parallel \frac{1}{2}AB$$

$\Rightarrow (MNI) \cap (ABCD)$ theo giao tuyến là một đường thẳng đi qua I và song song với AB , sẽ cắt AD tại một điểm K : $IK \parallel AB$

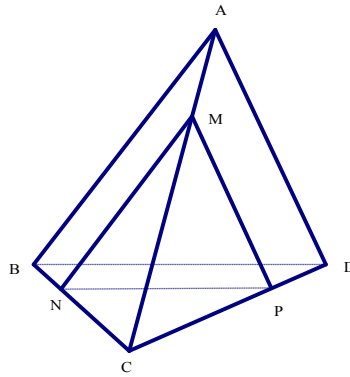
Vậy thiết diện cần tìm là: Hình thang $MNIK$ với K là điểm trên cạnh AD mà $IK \parallel AB$.

Câu 35. Chọn D

(P) là mặt phẳng qua H , song song với CD và SB nên (P) cắt $(ABCD)$ theo giao tuyến qua H song song CD cắt BC, AD lần lượt tại F, E ; (P) cắt (SBC) theo giao tuyến $FI \parallel SB$ ($I \in SC$); (P) cắt (SCD) theo giao tuyến $JI \parallel CD$ ($J \in SD$).

Khi đó thiết diện tạo bởi (P) và hình chóp $S.ABCD$ là hình thang vì $JI \parallel FE$, $FI \parallel SB$, $JE \parallel SA$ nên FI không song song với JE .

Câu 36. Chọn A



(α) và (ABC) có M chung,

(α) song song với AB , $AB \subset (ABC)$.

$\Rightarrow (\alpha) \cap (ABC) = Mx$, $Mx \parallel AB$ và $Mx \cap BC = N$.

(α) và (ACD) có M chung,

(α) song song với AD , $AD \subset (ACD)$

$\Rightarrow (\alpha) \cap (ACD) = My$, $My \parallel AD$ và $My \cap CD = P$.

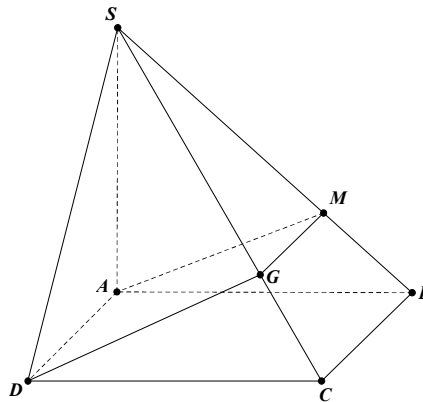
Ta có $(\alpha) \cap (ABC) = MN$.

$(\alpha) \cap (ACD) = MP$.

$(\alpha) \cap (BCD) = NP$.

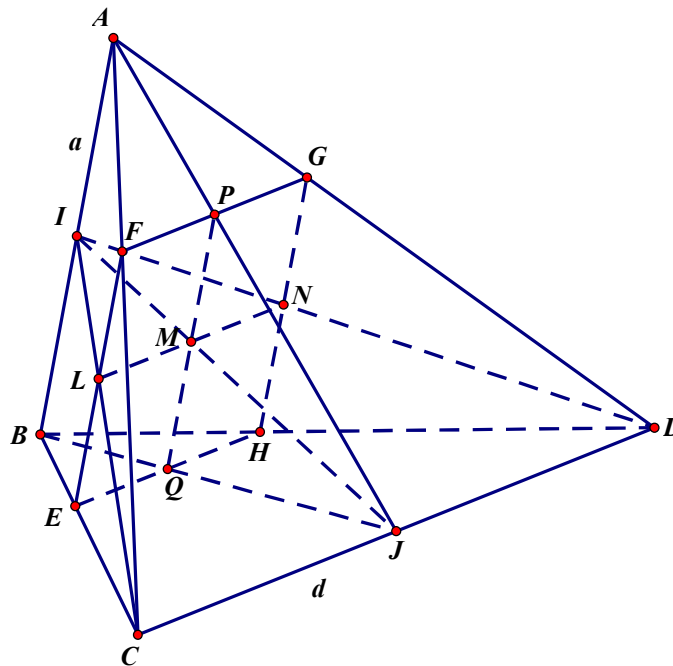
Thiết diện của (α) với tứ diện $ABCD$ là tam giác MNP .

Câu 37. Chọn A



Do $BC \parallel AD$ nên mặt phẳng (ADM) và (SBC) có giao tuyến là đường thẳng MG song song với BC

Thiết diện là hình thang $AMGD$.



Câu 39.

$$\text{Ta có } \begin{cases} (\alpha) // CD \\ CD \subset (ICD) \\ M \in (\alpha) \cap (ICD) \end{cases} \Rightarrow \text{giao tuyến của } (\alpha) \text{ với } (ICD) \text{ là đường thẳng qua } M \text{ và}$$

song song với CD cắt IC tại L và ID tại N .

$$\begin{cases} (\alpha) // AB \\ AB \subset (JAB) \\ M \in (\alpha) \cap (JAB) \end{cases} \Rightarrow \text{giao tuyến của } (\alpha) \text{ với } (JAB) \text{ là đường thẳng qua } M \text{ và song song}$$

với AB cắt JA tại P và JB tại Q .

$$\text{Ta có } \begin{cases} (\alpha) // AB \\ AB \subset (ABC) \\ L \in (\alpha) \cap (ABC) \end{cases} \Rightarrow EF // AB \quad (1)$$

$$\text{Tương tự } \begin{cases} (\alpha) // AB \\ AB \subset (ABD) \\ N \in (\alpha) \cap (ABD) \end{cases} \Rightarrow HG // AB \quad (2).$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow EF // HG // AB \quad (3)$

$$\text{Ta có } \begin{cases} (\alpha) // CD \\ CD \subset (ACD) \\ P \in (\alpha) \cap (ACD) \end{cases} \Rightarrow FG // CD \quad (4)$$

$$\text{Tương tự } \begin{cases} (\alpha) // CD \\ CD \subset (BCD) \\ Q \in (\alpha) \cap (BCD) \end{cases} \Rightarrow EH // CD \quad (5)$$

Từ (4) và (5) $\Rightarrow FG // EH // CD \quad (6)$.

Từ (3) và (6), suy ra $EFGH$ là hình bình hành. Mà $AB \perp CD$ nên $EFGH$ là hình chữ nhật.

$$\text{Xét tam giác } ICD \text{ có: } LN // CD \Rightarrow \frac{LN}{CD} = \frac{IN}{ID}.$$

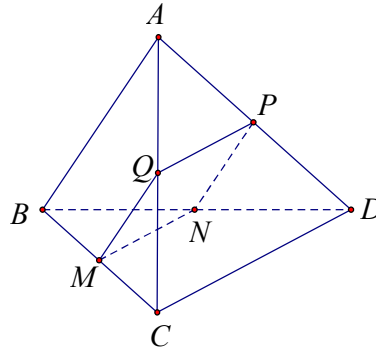
$$\text{Xét tam giác } ICD \text{ có: } MN // JD \Rightarrow \frac{IN}{ID} = \frac{IM}{IJ}.$$

$$\text{Do đó } \frac{LN}{CD} = \frac{IM}{IJ} = \frac{1}{3} \Rightarrow LN = \frac{1}{3} CD = \frac{b}{3}.$$

$$\text{Tương tự } \frac{PQ}{AB} = \frac{JM}{JI} = \frac{2}{3} \Rightarrow PQ = \frac{2}{3} AB = \frac{2a}{3}.$$

$$\text{Vậy } S_{EFGH} = PQ \cdot LN = \frac{2ab}{9}.$$

Câu 40. Chọn B



Xét tứ giác $MNPQ$ có $\begin{cases} MQ \parallel NP \parallel AB \\ MN \parallel PQ \parallel CD \end{cases}$

$\Rightarrow MNPQ$ là hình bình hành.

Mặt khác, $AB \perp CD \Rightarrow MQ \perp MN$.

Do đó, $MNPQ$ là hình chữ nhật.

Vì $MQ \parallel AB$ nên $\frac{MQ}{AB} = \frac{CM}{CB} = x \Rightarrow MQ = x \cdot AB = 6x$.

Theo giả thiết $MC = x \cdot BC \Rightarrow BM = (1-x)BC$.

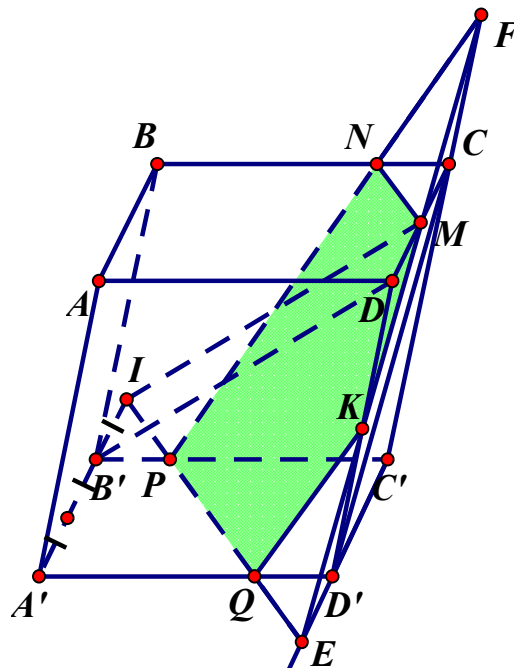
Vì $MN \parallel CD$ nên $\frac{MN}{CD} = \frac{BM}{BC} = 1-x \Rightarrow MN = (1-x) \cdot CD = 6(1-x)$.

Diện tích hình chữ nhật $MNPQ$ là

$$S_{MNPQ} = MN \cdot MQ = 6(1-x) \cdot 6x = 36x(1-x) \leq 36 \left(\frac{x+1-x}{2} \right)^2 = 9.$$

Ta có $S_{MNPQ} = 9$ khi $x = 1-x \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$

Vậy diện tích tứ giác $MNPQ$ lớn nhất bằng 9 khi M là trung điểm của BC .



Câu 41.

* Gọi I là điểm thuộc $A'B'$ sao cho $\overline{AI} = \frac{3}{2}\overline{A'B'}$, gọi K là trung điểm của DD' . Ta có:

$$\begin{cases} MI // DB' \\ MK // CD' \end{cases} \Rightarrow (P) \equiv (MIK)$$

* Gọi $E = MK \cap C'D'$, $F = MK \cap CC'$.

* Gọi $P = IE \cap B'C'$, $Q = IE \cap A'D'$, $N = PF \cap BC$.

* Thiết diện của hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ cắt bởi mặt phẳng (P) là ngũ giác $MNPQK$.

Câu 42. Giả sử một mặt phẳng song song với AB và CD cắt tứ diện $ABCD$ theo một thiết diện là hình thoi $MNIK$ như hình vẽ trên. Khi đó ta có:
$$\begin{cases} MK // AB // IN \\ MN // CD // IK \\ MK = KI \end{cases}$$

Cách 1:

Theo định lí Ta – lét ta có:
$$\begin{cases} \frac{MK}{AB} = \frac{CK}{AC} \\ \frac{KI}{CD} = \frac{AK}{AC} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{MK}{6} = \frac{AC - AK}{AC} \\ \frac{KI}{8} = \frac{AK}{AC} \end{cases}$$

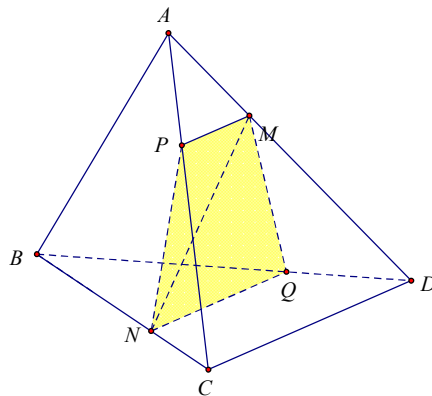
$$\Rightarrow \frac{MK}{6} = 1 - \frac{AK}{AC} \Rightarrow \frac{MK}{6} = 1 - \frac{KI}{8} \Rightarrow \frac{MK}{6} = 1 - \frac{MK}{8} \Leftrightarrow \frac{7}{24}MK = 1 \Leftrightarrow MK = \frac{24}{7}.$$

Vậy hình thoi có cạnh bằng $\frac{24}{7}$.

Cách 2:

Theo định lí Ta-lét ta có:
$$\begin{cases} \frac{MK}{AB} = \frac{CK}{AC} \\ \frac{KI}{CD} = \frac{AK}{AC} \end{cases} \Rightarrow \frac{MK}{AB} + \frac{MK}{CD} = \frac{CK}{AC} + \frac{AK}{AC}$$

$$\Rightarrow \frac{MK}{6} + \frac{MK}{8} = \frac{AK + KC}{AC} \Rightarrow \frac{7MK}{24} = \frac{AC}{AC} = 1 \Rightarrow MK = \frac{24}{7}.$$



Câu 43.

Trong mặt phẳng (ACD) , từ M kẻ $MP // CD$ ($P \in AC$).

Trong mặt phẳng (BCD) , từ M kẻ $NQ // CD$ ($Q \in BD$).

Khi đó ta có $MPNQ$ là thiết diện của mặt phẳng (P) và tứ diện $ABCD$.

Ta có
$$\begin{cases} MP // CD \\ MP = \frac{1}{3}CD \end{cases} (1); \begin{cases} NQ // CD \\ NQ = \frac{2}{3}CD \end{cases} (2).$$

Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và $BD \Rightarrow I$ là trung điểm của AC và BD

$$\begin{cases} (P) // SA \\ BD \subset (P) \end{cases} \Rightarrow (P) \cap (SAC) = OI$$

Khi đó $OI // SA$ và I là trung điểm của SC

$$(P) \cap (SBC) = BI \text{ và } (P) \cap (SCD) = ID$$

Vậy thiết diện là tam giác BDI

Câu 46. Chọn B

Ta có $(IB'D')$ và $ABCD$ có I là một điểm chung.

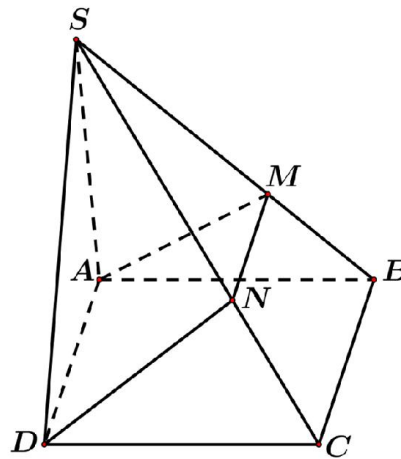
$$\begin{cases} B'D' \subset (IBD) \\ BD \subset (ABCD) \\ B'D' // BD \end{cases} \Rightarrow (IBD) \cap (ABCD) = IJ // BD \quad (J \in AD)$$

Thiết diện là hình thang $IJD'B'$.

Câu 47.

Lời giải

Chọn D

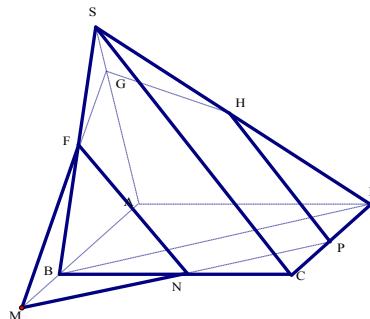


Ta có M là một điểm thuộc đoạn SB với M khác S và B .

$$\text{Suy ra } \begin{cases} M \in (ADM) \cap (SBC) \\ AD \subset (ADM) \\ BC \subset (SBC) \\ AD // BC \end{cases} \Rightarrow (ADM) \cap (SBC) = Mx // BC // AD.$$

Gọi $N = Mx \cap SC$ thì (ADM) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là tứ giác $AMND$. Vì $MN // AD$ và MN với AD không bằng nhau nên tứ giác $AMND$ là hình thang.

Câu 48. Chọn D



+ Mặt phẳng (P) qua M và song song với hai đường thẳng SC, BD

$$(P) \cap (ABCD) = Mx // BD, Mx \cap BC = N, Mx \cap CD = P.$$

$$(P) \cap (SBC) = Ny // SC, Ny \cap SB = F.$$

$$(P) \cap (SCD) = Pt // SC, Pt \cap SD = H.$$

$$\text{Trong } (SAB): MF \cap SA = G.$$

$$+ (P) \cap (ABCD) = NP.$$

$$(P) \cap (SCD) = PH.$$

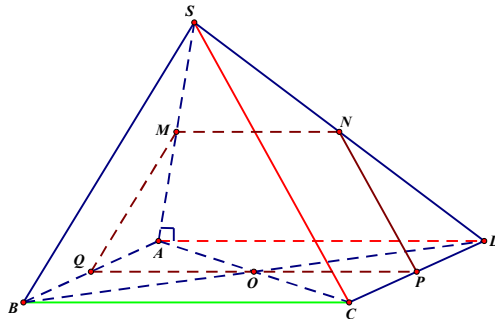
$$(P) \cap (SAD) = HG.$$

$$(P) \cap (SAB) = GF.$$

$$(P) \cap (SBC) = FN.$$

Vậy (P) cắt hình chóp theo thiết diện là ngũ giác $NPHGF$.

Câu 49. Chọn A



$$\begin{cases} M \in (\alpha) \cap (SAD) \\ (\alpha) // AD; AD \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (SAD) = MN // AD (N \in SD) \quad (1).$$

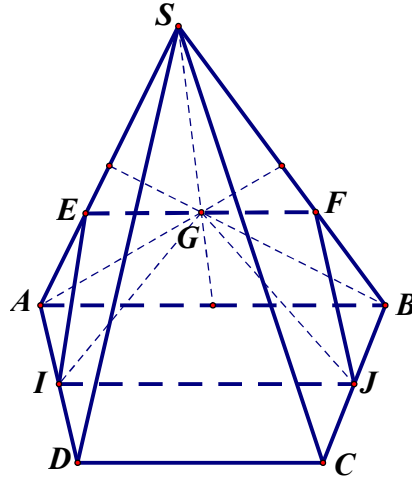
$$\begin{cases} N \in (\alpha) \cap (SCD) \\ (\alpha) // SC; SC \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (SCD) = NP // SC (P \in CD).$$

$$\begin{cases} P \in (\alpha) \cap (ABCD) \\ (\alpha) // AD; AD \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (ABCD) = PQ // AD (Q \in AB) \quad (2).$$

$$(\alpha) \cap (SAB) = MQ$$

Từ (1) (2) suy ra $MN // PQ // AD \Rightarrow$ thiết diện $MNPQ$ là hình thang.

Câu 50. Chọn A



Từ giả thiết suy ra $IJ \parallel AB \parallel CD$, $IJ = \frac{AB+CD}{2}$.

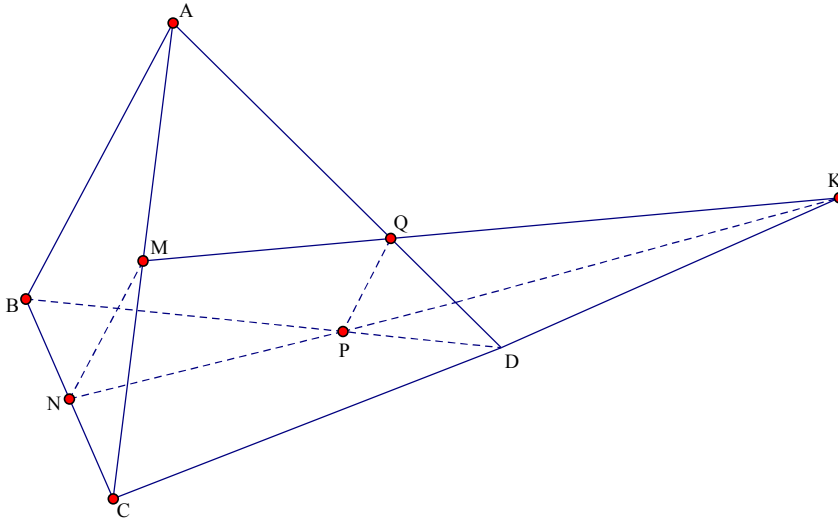
Xét 2 mặt phẳng (IJG) , (SAB) có G là điểm chung \Rightarrow giao tuyến của chúng là đường thẳng EF đi qua G , $EF \parallel AB \parallel CD \parallel IJ$ với $E \in SA$, $F \in SB$.

Nối các đoạn thẳng EI , FJ ta được thiết diện là tứ giác $EFJI$, là hình thang vì $EF \parallel IJ$.

Vì G là trọng tâm của tam giác SAB và $EF \parallel AB$ nên theo định lí Ta – lét ta có: $EF = \frac{2}{3} AB$

Nên để thiết diện là hình bình hành ta cần: $EF = IJ \Leftrightarrow \frac{AB+CD}{2} = \frac{2AB}{3} \Leftrightarrow AB = 3CD$

Câu 51. Chọn B



Ta có $AB \parallel MN$ (Vì MN là đường trung bình của ΔABC),
 $AB \not\subset (MNP)$, $MN \subset (MNP) \Rightarrow AB \parallel (MNP)$.

Lại có $AB \subset (ABD)$, do đó $(MNP) \cap (ABD) = PQ$ ($Q \in AD$) sao cho: $PQ \parallel AB \parallel MN$
 $(MNP) \cap (ABC) = MN$, $(MNP) \cap (BCD) = NP$, $(MNP) \cap (ACD) = MQ$.

Vậy thiết diện của tứ diện $ABCD$ bị cắt bởi (MNP) là hình thang $MNPQ$ (vì $MN \parallel PQ$)

Mặt khác các tam giác ACD , BCD đều và bằng nhau nên $MQ = NP \Rightarrow MNPQ$ là hình thang cân.

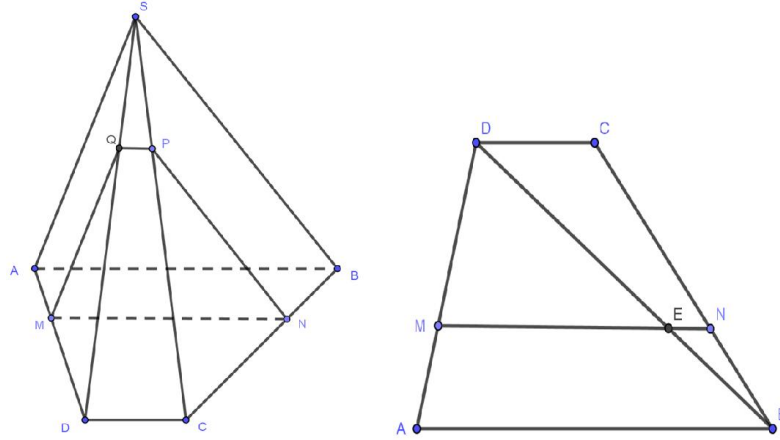
$MN = \frac{1}{2} AB = 3a; PQ = \frac{1}{3} AB = 2a$. Ta có $\frac{PQ}{MN} = \frac{2}{3}, PQ // MN \Rightarrow \frac{KP}{KN} = \frac{2}{3}$ mà N là trung điểm của $CB \Rightarrow P$ là trọng tâm tam giác $BCK \Rightarrow D$ là trung điểm của $CK \Rightarrow CK = 12a$.

$$NP = \frac{1}{3} \sqrt{CK^2 + CN^2 - 2CK \cdot CN \cdot \cos 60^\circ} = \frac{a\sqrt{117}}{3}.$$

Chiều cao của hình thang $MNPQ$ là $h = \sqrt{NP^2 - \left(\frac{MN - PQ}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{457}}{6}$.

$$S_{TD} = \frac{MN + PQ}{2} \cdot h = \frac{5a^2\sqrt{457}}{12}.$$

Câu 52. Chọn B



$(P) // SA \Rightarrow MQ // SA; (P) // AB \Rightarrow MN // AB;$

$(P) // AB \Rightarrow (P) // CD \Rightarrow PQ // CD \Rightarrow PQ // MN$

Tứ giác $MNPQ$ là hình thang.

$(P) // SA; (P) // AB \Rightarrow (P) // (SAB) \Rightarrow PN // SB \Rightarrow \frac{PN}{SB} = \frac{CN}{CB}.$

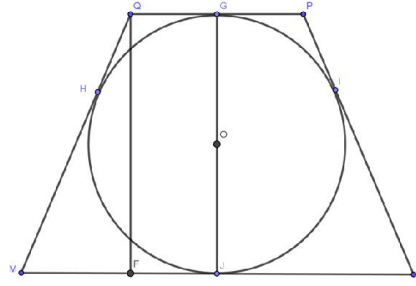
$$MQ // SA \Rightarrow \frac{MQ}{SA} = \frac{DM}{DA}.$$

$MN // AB \Rightarrow \frac{DM}{DA} = \frac{CN}{CB} \Rightarrow \frac{PN}{SB} = \frac{QM}{SA} \Rightarrow PN = QM \Rightarrow MNPQ$ là hình thang cân.

$$MQ // SA \Rightarrow \frac{MQ}{SA} = \frac{DM}{DA} = \frac{a-x}{a} \Rightarrow MQ = 2(a-x)$$

$$PQ // CD \Rightarrow \frac{PQ}{CD} = \frac{SQ}{SD} = \frac{AM}{AD} = \frac{x}{a} \Rightarrow PQ = x$$

Gọi $E = MN \cap BD \Rightarrow \frac{ME}{AB} = \frac{DM}{DA} = \frac{a-x}{a} \Rightarrow ME = 3(a-x); \frac{EN}{CD} = \frac{BN}{BC} = \frac{AM}{AB} = \frac{x}{a} \Rightarrow EN = x$
 $\Rightarrow MN = ME + EN = 3a - 2x.$



Hình thang cân $MNPQ$ có đường tròn nội tiếp $\Rightarrow MN + PQ = MQ + NP$ (Tính chất tiếp tuyến)

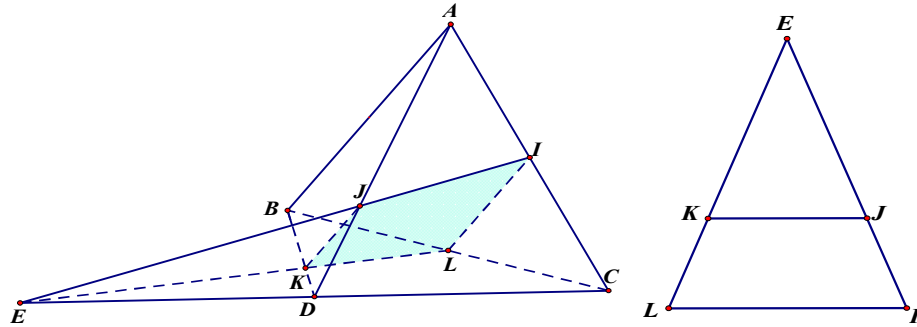
$$\Rightarrow 3a - 2x + x = 4(a - x) \Rightarrow x = \frac{a}{3}$$

$$MN = \frac{7a}{3}; PQ = \frac{a}{3}; QM = \frac{4a}{3} \Rightarrow MF = \frac{1}{2}MN - \frac{1}{2}PQ = a$$

$$\Rightarrow QF = \sqrt{MQ^2 - MF^2} = \sqrt{\frac{16a^2}{9} - a^2} = \frac{a\sqrt{7}}{3}$$

$$\text{Vậy bán kính đường tròn nội tiếp hình thang } MNPQ \text{ là } R = \frac{1}{2}QF = \frac{a\sqrt{7}}{6}$$

Câu 53. Chọn C



Gọi $K = (P) \cap BD$, $L = (P) \cap BC$, $E = (P) \cap CD$.

Vì $(P) \parallel AB$ nên $IL \parallel AB$, $JK \parallel AB$. Do đó thiết diện là hình thang $IJKL$ và L là trung điểm

cạnh BC , nên ta có $\frac{KD}{KB} = \frac{JD}{JA} = \frac{1}{2}$.

Xét tam giác ACD có I, J, E thẳng hàng. Áp dụng định lý Mê-nê-la-uyét ta có:

$$\frac{ED}{EC} \cdot \frac{IC}{IA} \cdot \frac{JA}{JD} = 1 \Rightarrow \frac{ED}{EC} = \frac{1}{2} \Rightarrow D \text{ là trung điểm } EC.$$

Dễ thấy hai tam giác ECI và ECL bằng nhau theo trường hợp c-g-c.

Áp dụng định lý cosin cho tam giác ICE ta có:

$$EI^2 = EC^2 + IC^2 - 2EC \cdot IC \cdot \cos 60^\circ = \frac{13a^2}{4} \Rightarrow EL = EI = \frac{a\sqrt{13}}{2}.$$

Áp dụng công thức Hê-rông cho tam giác ELI ta có: $S_{ELI} = \sqrt{p(p-x)^2(p-y)} = \frac{\sqrt{51}}{16}a^2$

$$\text{Với } p = \frac{EI + EL + IL}{2} = \frac{2\sqrt{13} + 1}{4}a, x = EI = EL = \frac{\sqrt{13}}{2}a, y = IL = \frac{a}{2}.$$

Hai tam giác ELI và tam giác EKJ đồng dạng với nhau theo tỉ số $k = \frac{2}{3}$ nên

$$\text{Do đó: } S_{IJKL} = S_{ELI} - S_{EKJ} = S_{ELI} - \left(\frac{2}{3}\right)^2 S_{ELI} = \frac{5\sqrt{51}}{144} a^2.$$

MỤC LỤC

PHẦN A. CÂU HỎI.....	1
DẠNG 1. CÂU HỎI LÝ THUYẾT.....	1
DẠNG 2. HAI MẶT PHẪNG SONG SONG.....	3
DẠNG 3. XÁC ĐỊNH THIẾT DIỆN.....	5
PHẦN B. LỜI GIẢI THAM KHẢO.....	7
DẠNG 1. CÂU HỎI LÝ THUYẾT.....	7
DẠNG 2. HAI MẶT PHẪNG SONG SONG.....	9
DẠNG 3. XÁC ĐỊNH THIẾT DIỆN.....	15

PHẦN A. CÂU HỎI

DẠNG 1. CÂU HỎI LÝ THUYẾT

- Câu 1.** (DHSP HÀ NỘI HKI 2017-2018) Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:
- A. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) đều song song với mặt phẳng (β) .
 - B. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) đều song song với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (β) .
 - C. Nếu hai đường thẳng song song với nhau lần lượt nằm trong hai mặt phẳng phân biệt (α) và (β) thì (α) và (β) song song với nhau.
 - D. Qua một điểm nằm ngoài mặt phẳng cho trước ta vẽ được một và chỉ một đường thẳng song song với mặt phẳng cho trước đó.
- Câu 2.** Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau.
- A. Cho điểm M nằm ngoài mặt phẳng (α) . Khi đó tồn tại duy nhất một đường thẳng a chứa M và song song với (α) .
 - B. Cho hai đường thẳng a và b chéo nhau. Khi đó tồn tại duy nhất mặt phẳng (α) chứa a và song song với b .
 - C. Cho điểm M nằm ngoài mặt phẳng (α) . Khi đó tồn tại duy nhất mặt phẳng (β) chứa điểm M và song song với (α) .
 - D. Cho đường thẳng a và mặt phẳng (α) song song với nhau. Khi đó tồn tại duy nhất mặt phẳng (β) chứa a và song song với (α) .
- Câu 3.** Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau. Mệnh đề nào sau đây **sai**?
- A. Đường thẳng $d \subset (P)$ và $d' \subset (Q)$ thì $d // d'$.

B. Mọi đường thẳng đi qua điểm $A \in (P)$ và song song với (Q) đều nằm trong (P) .

C. Nếu đường thẳng Δ cắt (P) thì Δ cũng cắt (Q) .

D. Nếu đường thẳng $a \subset (Q)$ thì $a // (P)$.

Câu 4. Cho hai mặt phẳng phân biệt (P) và (Q) ; đường thẳng $a \subset (P); b \subset (Q)$. Tìm khẳng định **sai** trong các mệnh đề sau.

A. Nếu $(P) // (Q)$ thì $a // b$.

B. Nếu $(P) // (Q)$ thì $b // (P)$.

C. Nếu $(P) // (Q)$ thì a và b hoặc song song hoặc chéo nhau.

D. Nếu $(P) // (Q)$ thì $a // (Q)$

Câu 5. Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

A. Nếu hai mặt phẳng cùng song song với một mặt phẳng khác thì chúng song song với nhau.

B. Nếu ba mặt phẳng phân biệt đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến thì ba giao tuyến đó đồng quy.

C. Nếu đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) thì a song song với một đường thẳng nào đó nằm trong (P) .

D. Cho hai đường thẳng a, b nằm trong mặt phẳng (P) và hai đường thẳng a', b' nằm trong mặt phẳng (Q) . Khi đó, nếu $a // a'; b // b'$ thì $(P) // (Q)$.

Câu 6. Trong không gian, cho đường thẳng a và hai mặt phẳng phân biệt (P) và (Q) . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Nếu (P) và (Q) cùng cắt a thì (P) song song với (Q) .

B. Nếu (P) và (Q) cùng song song với a thì (P) song song với (Q) .

C. Nếu (P) song song với (Q) và a nằm trong mp (P) thì a song song với (Q) .

D. Nếu (P) song song với (Q) và a cắt (P) thì a song song với (Q) .

Câu 7. (HKI-Nguyễn Gia Thiều 2018-2019) Có bao nhiêu mặt phẳng song song với cả hai đường thẳng chéo nhau?

A. Vô số.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Câu 8. (THPT Yên Dũng 3 - Bắc Giang lần 1- 18-19) Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau

A. mp $(AA'B'B)$ song song với mp $(CC'D'D)$.

B. Diện tích hai mặt bên bất kì bằng nhau.

C. AA' song song với CC' .

D. Hai mặt phẳng đáy song song với nhau.

Câu 9. (THPT CHUYÊN LƯƠNG VĂN CHÁNH - PHÚ YÊN - 2018) Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- Nếu $a \subset mp(P)$ và $mp(P) // mp(Q)$ thì $a // mp(Q)$. (I)

- Nếu $a \subset mp(P)$, $b \subset mp(Q)$ và $mp(P) // mp(Q)$ thì $a // b$. (II)

- Nếu $a // mp(P)$, $a // mp(Q)$ và $mp(P) \cap mp(Q) = c$ thì $c // a$. (III)

A. Chỉ (I).

B. (I) và (III).

C. (I) và (II).

D. Cả (I), (II) và (III).

Câu 10. (THPT LÝ THÁI TỔ - BẮC NINH - 2018) Trong các mệnh đề sau. Mệnh đề **sai** là

- A. Hai mặt phẳng song song thì không có điểm chung.
B. Hai mặt phẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.
C. Hai mặt phẳng song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này đều song song với mặt phẳng kia.
D. Một mặt phẳng cắt hai mặt phẳng song song cho trước theo hai giao tuyến thì hai giao tuyến song song với nhau.

- Câu 11.** (SỞ GD&ĐT YÊN BÁI - 2018) Trong không gian cho 2 mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau. Khẳng định nào sau đây sai?
A. $d \subset (P)$ và $d' \subset (Q)$ thì $d // d'$.
B. Mọi đường thẳng đi qua điểm $A \in (P)$ và song song với (Q) đều nằm trong (Q) .
C. Nếu đường thẳng a nằm trong (Q) thì $a // (P)$.
D. Nếu đường thẳng Δ cắt (P) thì Δ cắt (Q) .

- Câu 12.** (Cụm Liên Trường - Nghệ An - Lần 1 - 2017 - 2018 - BTN) Cho đường thẳng $a \subset (\alpha)$ và đường thẳng $b \subset (\beta)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. $(\alpha) // (\beta) \Rightarrow a // (\beta)$ và $b // (\alpha)$.
B. $a // b \Rightarrow (\alpha) // (\beta)$.
C. a và b chéo nhau.
D. $(\alpha) // (\beta) \Rightarrow a // b$.

DẠNG 2. HAI MẶT PHẪNG SONG SONG

- Câu 13.** (Sở GD và ĐT Cần Thơ - 2017-2018) Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây sai?
A. $(ACD') // (A'C'B)$.
B. $(ABB'A') // (CDD'C')$.
C. $(BDA') // (D'B'C)$.
D. $(BA'D') // (ADC)$.

- Câu 14.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?
A. (BCA') .
B. $(BC'D)$.
C. $(A'C'C)$.
D. (BDA') .

- Câu 15.** (THPT YÊN LẠC - LẦN 4 - 2018) Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào sau đây?
A. $(BA'C')$.
B. $(C'BD)$.
C. (BDA') .
D. (ACD') .

- Câu 16.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh bên AA', BB', CC', DD' . Khẳng định nào sai?
A. $BB'DC$ là một tứ giác đều.
B. $(BA'D')$ và (ADC') cắt nhau.
C. $A'B'CD$ là hình bình hành.
D. $(AA'B'B) // (DD'C'C)$.

- Câu 17.** (ĐỀ THI THỬ ĐỒNG ĐẬU-VĨNH PHÚC LẦN 01 - 2018 – 2019) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm tam giác $ABC, ACC', AB'C'$. Mặt phẳng nào sau đây song song với (IJK) ?
A. $(BC'A)$.
B. $(AA'B)$.
C. $(BB'C)$.
D. $(CC'A)$.

- Câu 18.** (THPT Yên Định - Thanh Hóa - Lần 1 - 2017 - 2018 - BTN) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm của SA, SD và AB . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $(NMP) // (SBD)$. B. (NOM) cắt (OPM) .
 C. $(MON) // (SBC)$. D. $(PON) \cap (MNP) = NP$.

Câu 19. (THPT HAI BÀ TRUNG - HUẾ - 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, SD . Mặt phẳng (OMN) song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (SBC) . B. (SCD) . C. $(ABCD)$. D. (SAB) .

Câu 20. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi H là trung điểm của $A'B'$. Mặt phẳng (AHC') song song với đường thẳng nào sau đây?

- A. BA' . B. BB' . C. BC . D. CB' .

Câu 21. (TOÁN HỌC TUỔI TRẺ SỐ 5) Cho hình bình hành $ABCD$. Qua A, B, C, D lần lượt vẽ các nửa đường thẳng Ax, By, Cz, Dt ở cùng phía so với mặt phẳng $(ABCD)$, song song với nhau và không nằm trong $(ABCD)$. Một mặt phẳng (P) cắt Ax, By, Cz, Dt tương ứng tại A', B', C', D' sao cho $AA' = 3, BB' = 5, CC' = 4$. Tính DD' .

- A. 4. B. 6. C. 2. D. 12.

Câu 22. (THPT HOÀNG HOA THÁM - HƯNG YÊN - 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang đáy AD và BC . Gọi M là trọng tâm tam giác SAD , N là điểm thuộc đoạn AC sao cho $NA = \frac{NC}{2}$, P là điểm thuộc đoạn CD sao cho $PD = \frac{PC}{2}$. Khi đó, mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SBC) và (MNP) là một đường thẳng song song với BC .
 B. MN cắt (SBC) .
 C. $(MNP) // (SAD)$.
 D. $MN // (SBC)$ và $(MNP) // (SBC)$

Câu 23. (CHUYÊN VĨNH PHÚC - LẦN 1 - 2018) Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ có tâm lần lượt là O và O' , không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi M là trung điểm AB , xét các khẳng định

- (I): $(ADF) // (BCE)$; (II): $(MOO') // (ADF)$; (III): $(MOO') // (BCE)$; (IV): $(ACE) // (BDF)$.

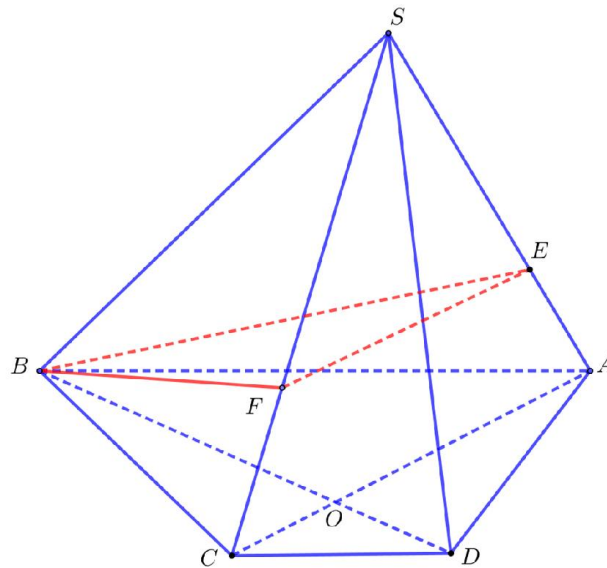
Những khẳng định nào đúng?

- A. (I). B. (I), (II). C. (I), (II), (III). D. (I), (II), (III), (IV).

Câu 24. Cho hình vuông $ABCD$ và tam giác đều SAB nằm trong hai mặt phẳng khác nhau. Gọi M là điểm di động trên đoạn AB . Qua M vẽ mặt phẳng (α) song song với (SBC) . Gọi N, P, Q lần lượt là giao của mặt phẳng (α) với các đường thẳng CD, SD, SA . Tập hợp các giao điểm I của hai đường thẳng MQ và NP là

- A. Đoạn thẳng song song với AB . B. Tập hợp rỗng.
 C. Đường thẳng song song với AB . D. Nửa đường thẳng.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, $AB // CD$ và $AB = 2CD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD . Lấy E thuộc cạnh SA , F thuộc cạnh SC sao cho $\frac{SE}{SA} = \frac{SF}{SC} = \frac{2}{3}$ (tham khảo hình vẽ dưới đây).



Gọi (α) là mặt phẳng qua O và song song với mặt phẳng (BEF) . Gọi P là giao điểm của SD với (α) .

Tính tỉ số $\frac{SP}{SD}$.

- A. $\frac{SP}{SD} = \frac{3}{7}$. B. $\frac{SP}{SD} = \frac{7}{3}$. C. $\frac{SP}{SD} = \frac{7}{6}$. D. $\frac{SP}{SD} = \frac{6}{7}$.

DẠNG 3. XÁC ĐỊNH THIẾT DIỆN

- Câu 26.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng (P) chứa BD và song song với mặt phẳng $(AB'D')$ cắt hình lập phương theo thiết diện là.
 A. Một tam giác đều. B. Một tam giác thường.
 C. Một hình chữ nhật. D. Một hình bình hành.
- Câu 27.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Mặt phẳng (α) qua AC và song song với BB' . Tính chu vi thiết diện của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ khi cắt bởi mặt phẳng (α) .
 A. $2(1+\sqrt{2})a$. B. a^3 . C. $a^2\sqrt{2}$. D. $(1+\sqrt{2})a$
- Câu 28.** (SỞ GD&ĐT BÌNH PHƯỚC - LẦN 1 - 2018) Cho tứ diện đều $SABC$. Gọi I là trung điểm của đoạn AB , M là điểm di động trên đoạn AI . Qua M vẽ mặt phẳng (α) song song với (SIC) . Thiết diện tạo bởi (α) với tứ diện $SABC$ là.
 A. hình bình hành. B. tam giác cân tại M . C. tam giác đều. D. hình thoi.
- Câu 29.** Cho hình vuông $ABCD$ và tam giác đều SAB nằm trong hai mặt phẳng khác nhau. Gọi M là điểm di động trên đoạn AB . Qua M vẽ mặt phẳng (α) song song với (SBC) . Thiết diện tạo bởi (α) và hình chóp $S.ABCD$ là hình gì?
 A. Hình tam giác. B. Hình bình hành. C. Hình thang. D. Hình vuông.
- Câu 30.** Cho tứ diện đều $SABC$ cạnh bằng a . Gọi I là trung điểm của đoạn AB , M là điểm di động trên đoạn AI . Qua M vẽ mặt phẳng (α) song song với (SIC) . Tính chu vi của thiết diện tạo bởi (α) với tứ diện $SABC$, biết $AM = x$.

- A. $2x(1+\sqrt{3})$. B. $3x(1+\sqrt{3})$. C. Không tính được. D. $x(1+\sqrt{3})$.

Câu 31. Cho hình chóp cắt tam giác $ABC.A'B'C'$ có 2 đáy là 2 tam giác vuông tại A và A' và có $\frac{AB}{A'B'} = \frac{1}{2}$

. Khi đó tỉ số diện tích $\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta A'B'C'}}$ bằng

- A. 4. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{4}$. D. 2.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC thỏa mãn $AB = AC = 4$, $\widehat{BAC} = 30^\circ$. Mặt phẳng (P) song song với (ABC) cắt đoạn SA tại M sao cho $SM = 2MA$. Diện tích thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABC$ bằng bao nhiêu?

- A. 1. B. $\frac{14}{9}$. C. $\frac{25}{9}$. D. $\frac{16}{9}$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD . Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi (α) đi qua MN và song song với mặt phẳng (SAD) . Thiết diện là hình gì?

- A. Hình thang B. Hình bình hành C. Tứ giác D. Tam giác

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O có $AC = a, BD = b$. Tam giác SBD là tam giác đều. Một mặt phẳng (α) đi động song song với mặt phẳng (SBD) và đi qua điểm I trên đoạn AC và $AI = x$ ($0 < x < a$). Thiết diện của hình chóp cắt bởi (α) là hình gì?

- A. Hình bình hành B. Tam giác C. Tứ giác D. Hình thang

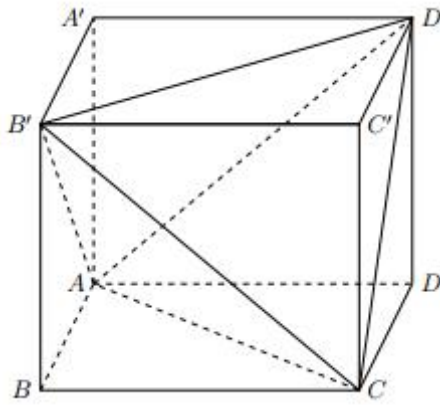
Câu 35. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của AB . Mặt phẳng $(MA'C')$ cắt hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ theo thiết diện là hình gì?

- A. Hình thang. B. Hình ngũ giác. C. Hình lục giác. D. Hình tam giác.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân với cạnh bên $BC = 2$, hai đáy $AB = 6$, $CD = 4$. Mặt phẳng (P) song song với $(ABCD)$ và cắt cạnh SA tại M sao cho $SA = 3SM$. Diện tích thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABCD$ bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{5\sqrt{3}}{9}$. B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. C. 2. D. $\frac{7\sqrt{3}}{9}$.

Câu 37. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Xét tứ diện $AB'CD'$. Cắt tứ diện đó bằng mặt phẳng đi qua tâm của hình lập phương và song song với mặt phẳng (ABC) . Tính diện tích của thiết diện thu được.



- A. $\frac{a^2}{3}$. B. $\frac{2a^2}{3}$. C. $\frac{a^2}{2}$. D. $\frac{3a^2}{4}$.

Câu 38. (THPT YÊN LẠC - LẦN 3 - 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, mặt bên SAB là tam giác vuông tại A , $SA = a\sqrt{3}$, $SB = 2a$. Điểm M nằm trên đoạn AD sao cho $AM = 2MD$. Gọi (P) là mặt phẳng qua M và song song với (SAB) . Tính diện tích thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (P) .

- A. $\frac{5a^2\sqrt{3}}{18}$. B. $\frac{5a^2\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{4a^2\sqrt{3}}{9}$. D. $\frac{4a^2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 39. (Chuyên Lào Cai Lần 3 2017-2018) Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a, BC = b, CC' = c$. Gọi O, O' lần lượt là tâm của $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua O' và song song với hai đường thẳng $A'D$ và $D'O$. Dựng thiết diện của hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ khi cắt bởi mặt phẳng (α) . Tìm điều kiện của a, b, c sao cho thiết diện là hình thoi có một góc bằng 60° .

- A. $a = b = c$. B. $a = b = \frac{1}{3}c$. C. $a = c = \frac{1}{3}b$. D. $b = c = \frac{1}{3}a$.

Câu 40. (Chuyên Lê Thánh Tông-Quảng Nam-2018-2019) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân ($AD \parallel BC$), $BC = 2a$, $AB = AD = DC = a$, với $a > 0$. Mặt bên SBC là tam giác đều. Gọi O là giao điểm của AC và BD . Biết hai đường thẳng SD và AC vuông góc nhau, M là điểm thuộc đoạn OD (M khác O và D), $MD = x$, $x > 0$. Mặt phẳng (α) qua M và song song với hai đường thẳng SD và AC , cắt khối chóp $S.ABCD$ theo một thiết diện. Tìm x để diện tích thiết diện đó là lớn nhất?

- A. $x = \frac{a\sqrt{3}}{4}$. B. $x = a\sqrt{3}$. C. $x = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $x = a$.

PHẦN B. LỜI GIẢI THAM KHẢO

DẠNG 1. CÂU HỎI LÝ THUYẾT

- Câu 1. Chọn A**
Lý thuyết.
- Câu 2. Chọn A**

Cho điểm M nằm ngoài mặt phẳng (α) . Khi đó có vô số đường thẳng chứa M và song song với (α) . Các đường thẳng này cùng nằm trong mặt phẳng đi qua M và song song với (α) . Do đó đáp án A là sai.

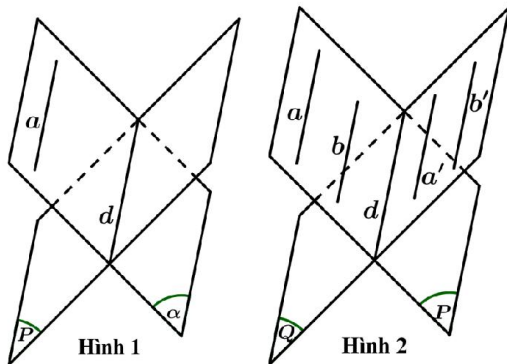
Câu 3. Chọn A

Nếu (P) và (Q) song song với nhau và đường thẳng $d \subset (P)$, $d' \subset (Q)$ thì d, d' có thể chéo nhau. Nên khẳng định A là **sai**.

Câu 4. Chọn A

Đáp án A sai vì khi cho hai mặt phẳng phân biệt (P) và (Q) ; đường thẳng $a \subset (P); b \subset (Q)$ thì a và b có thể chéo nhau

Câu 5. Chọn C



Đáp án A sai vì hai mặt phẳng đó có thể trùng nhau.

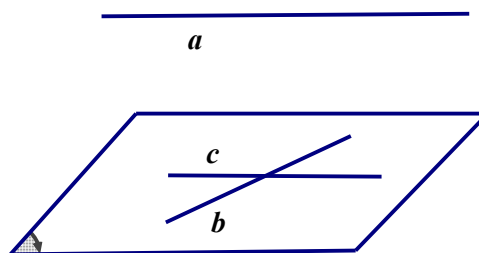
Đáp án B sai vì ba mặt phẳng phân biệt đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến thì ba giao tuyến đó hoặc đồng quy hoặc đôi một song song hoặc trùng nhau (lý thuyết).

Đáp án C đúng. Ta chọn mặt phẳng (α) chứa a và cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến d thì $d \subset (P)$ và $a \parallel d$ (Hình 1).

Đáp án D sai vì ta có thể lấy hai mặt phẳng (P) và (Q) thỏa a, b nằm trong mặt phẳng (P) ; a', b' nằm trong mặt phẳng (Q) với $a \parallel b \parallel a' \parallel b'$ mà hai mặt phẳng (P) và (Q) cắt nhau (Hình 2).

Câu 6. Chọn C.

Câu 7. Chọn A



Gọi hai đường thẳng chéo nhau là a và b , c là đường thẳng song song với a và cắt b .

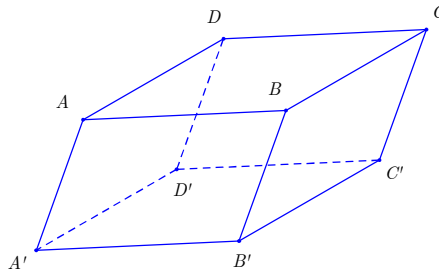
Gọi mặt phẳng $(\alpha) \equiv (b, c)$. Do $a \parallel c \Rightarrow a \parallel (\alpha)$

Giải sử mặt phẳng $(\beta) \parallel (\alpha)$ mà $b \subset (\alpha) \Rightarrow b \parallel (\beta)$

Mặt khác $a \parallel (\alpha) \Rightarrow a \parallel (\beta)$. Có vô số mặt phẳng $(\beta) \parallel (\alpha)$

nên có vô số mặt phẳng song song với cả hai đường thẳng chéo nhau.

Câu 8. Chọn B



Câu 9. Câu hỏi lý thuyết.

Câu 10. Hai mặt phẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau có thể trùng nhau.

Câu 11. Đáp án A sai vì d và d' có thể chéo nhau.

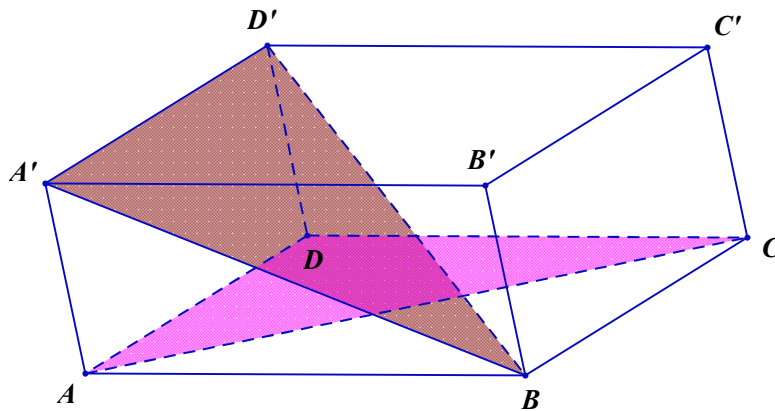
Câu 12. Chọn A

- Do $(\alpha) // (\beta)$ và $a \subset (\alpha)$ nên $a // (\beta)$.

- Tương tự, do $(\alpha) // (\beta)$ và $b \subset (\beta)$ nên $b // (\alpha)$.

DẠNG 2. HAI MẶT PHẪNG SONG SONG

Câu 13. Chọn D



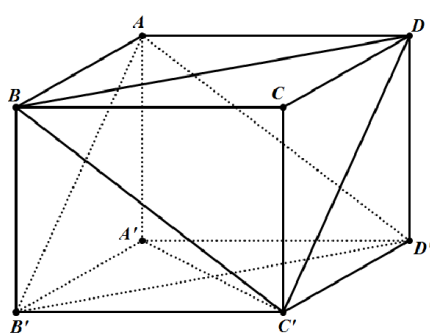
Ta có $(BA'D') \equiv (BCA'D')$ và $(ADC) \equiv (ABCD)$.

Mà $(BCA'D') \cap (ABCD) = BC$, suy ra $(BA'D') // (ADC)$ sai.

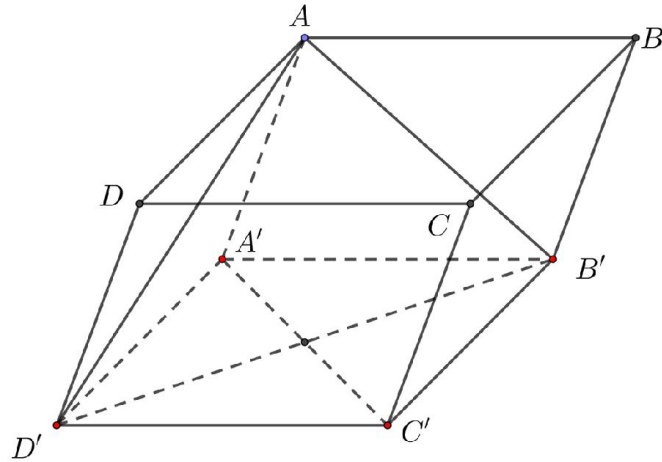
Câu 14.

Chọn B

Lời giải



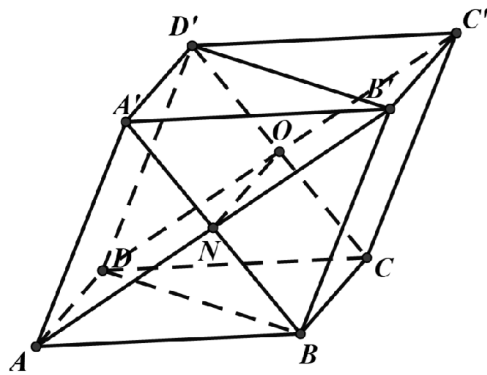
Do $ADC'B'$ là hình bình hành nên $AB' // DC'$, và ABD' là hình bình hành nên $AD' // BC'$ nên $(ABD') // (BC'D)$.



Câu 15.

Ta có $B'D' \parallel BD$; $AD' \parallel C'B \Rightarrow (AB'D') \parallel (C'BD)$.

Câu 16. Chọn A



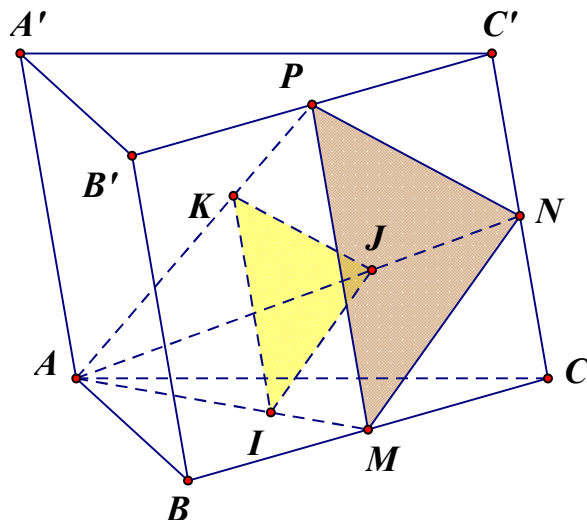
Câu A, C đúng do tính chất của hình hộp.

$(BA'D') \equiv (BA'D'C)$; $(ADC') \equiv (ADC'B')$

$(BA'D') \cap (ADC') = ON$. Câu B đúng.

Do $B' \notin (BDC)$ nên $BB'DC$ không phải là tứ giác.

Câu 17. Chọn C



Do I, J, K lần lượt là trọng tâm tam giác ABC, ACC' nên $\frac{AI}{AM} = \frac{AJ}{AN} = \frac{2}{3}$ nên $IJ \parallel MN$.

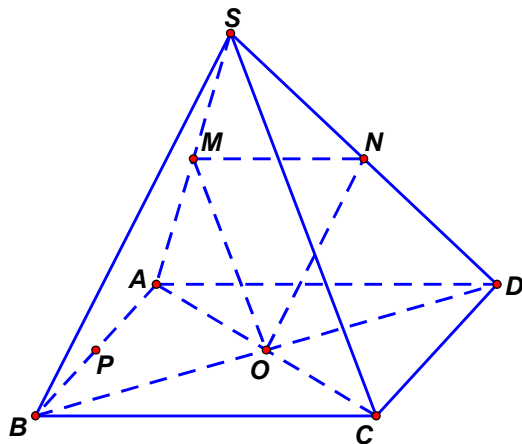
$$\Rightarrow IJ // (BCC'B')$$

Tương tự $IK // (BCC'B')$

$$\Rightarrow (IJK) // (BCC'B')$$

Hay $(IJK) // (BB'C)$.

Câu 18. Chọn C

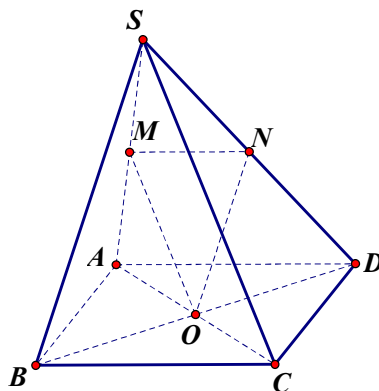


Xét hai mặt phẳng (MON) và (SBC) .

Ta có: $OM // SC$ và $ON // SB$.

Mà $BS \cap SC = C$ và $OM \cap ON = O$.

Do đó $(MON) // (SBC)$.



Câu 19.

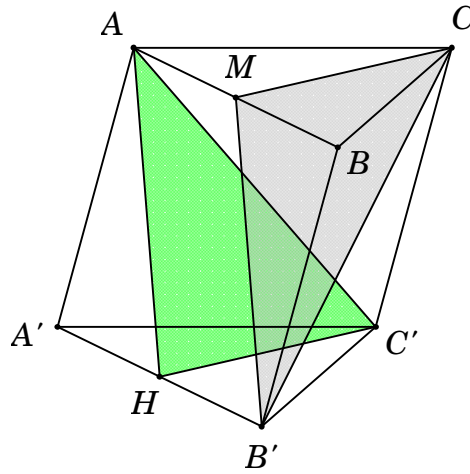
Vì $ABCD$ là hình bình hành nên O là trung điểm AC, BD .

Do đó: $MO // SC \Rightarrow MO // (SBC)$

Và $NO // SB \Rightarrow NO // (SBC)$

Suy ra: $(OMN) // (SBC)$.

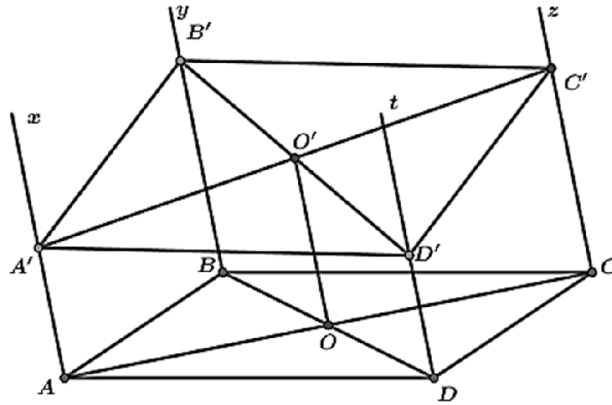
Câu 20. Chọn D



Gọi M là trung điểm của AB suy ra $MB' \parallel AH \Rightarrow MB' \parallel (AHC')$. (1)

Vì MH là đường trung bình của hình bình hành $ABB'A'$ suy ra MH song song và bằng BB' nên MH song song và bằng $CC' \Rightarrow MHC'C$ là hình hình hành $\Rightarrow MC \parallel HC' \Rightarrow MC \parallel (AHC')$. (2)

Từ (1) và (2), suy ra $(B'MC) \parallel (AHC') \Rightarrow B'C \parallel (AHC')$.



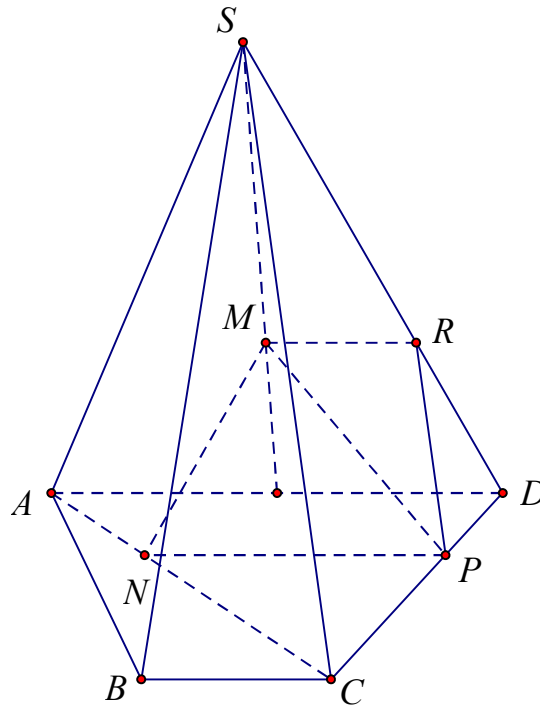
Câu 21.

Do (P) cắt mặt phẳng (Ax, By) theo giao tuyến $A'B'$; cắt mặt phẳng (Cz, Dt) theo giao tuyến $C'D'$, mà hai mặt phẳng (Ax, By) và (Cz, Dt) song song nên $A'B' \parallel C'D'$.

Tương tự có $A'D' \parallel B'C'$ nên $A'B'C'D'$ là hình bình hành.

Gọi O, O' lần lượt là tâm $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Dễ dàng có OO' là đường trung bình của hai hình thang $AA'C'C$ và $BB'D'D$ nên $OO' = \frac{AA' + CC'}{2} = \frac{BB' + DD'}{2}$.

Từ đó ta có $DD' = 2$.



Câu 22.

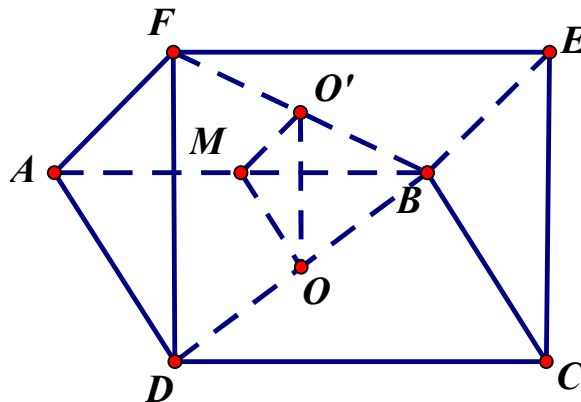
Ta có
$$\begin{cases} NA = \frac{NC}{2} \\ PD = \frac{PC}{2} \end{cases} \Rightarrow NP \parallel AD \parallel BC \quad (1).$$

$M \in (SAD) \cap (MNP)$. Do đó giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (MNP) là đường thẳng d qua M song song với BC và MN .

Gọi R là giao điểm của d với SD .

Để thấy: $\frac{DR}{DS} = \frac{DP}{DC} = \frac{1}{3} \Rightarrow PR \parallel SC \quad (2).$

Từ (1) và (2) suy ra: $(MNP) \parallel (SBC)$ và $MN \parallel (SBC)$.



Câu 23.

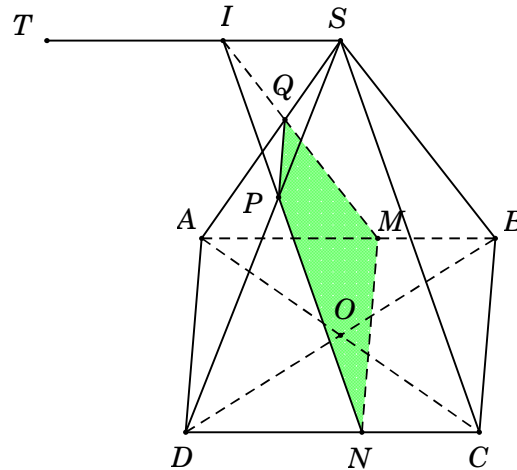
Xét hai mặt phẳng (ADF) và (BCE) có: $\begin{cases} AD \parallel BC \\ AF \parallel BE \end{cases}$ nên (I): $(ADF) \parallel (BCE)$ là đúng.

Xét hai mặt phẳng (ADF) và (MOO') có: $\begin{cases} AD \parallel MO \\ AF \parallel MO' \end{cases}$ nên (II): $(MOO') \parallel (ADF)$ là đúng.

Vì $(I):(ADF) \parallel (BCE)$ đúng và $(II):(MOO') \parallel (ADF)$ đúng nên theo tính chất bắc cầu ta có $(III):(MOO') \parallel (BCE)$ đúng.

Xét mặt phẳng $(ABCD)$ có $AC \cap BD = O$ nên hai mặt phẳng (ACE) và (BDF) có điểm O chung vì vậy không song song nên $(IV):(ACE) \parallel (BDF)$ sai.

Câu 24. Chọn A



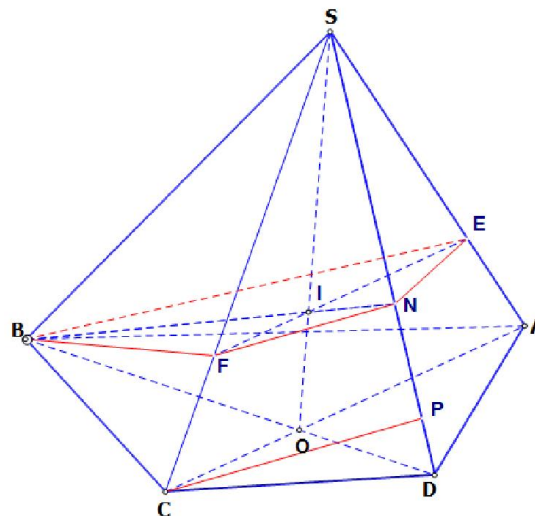
Lần lượt lấy các điểm N, P, Q thuộc các cạnh CD, SD, SA thỏa $MN \parallel BC, NP \parallel SC, PQ \parallel AD$. Suy ra $(\alpha) \equiv (MNPQ)$ và $(\alpha) \parallel (SBC)$.

Vì $I = MQ \cap NP \Rightarrow \begin{cases} I, S \in (SCD) \\ I, S \in (SAB) \end{cases} \Rightarrow I$ nằm trên đường thẳng là giao tuyến của hai mặt phẳng

(SAB) và (SCD) . Khi $\begin{cases} M \equiv B \Rightarrow I \equiv S \\ M \equiv A \Rightarrow I \equiv T \end{cases}$ với T là điểm thỏa mãn tứ giác $ABST$ là hình bình hành.

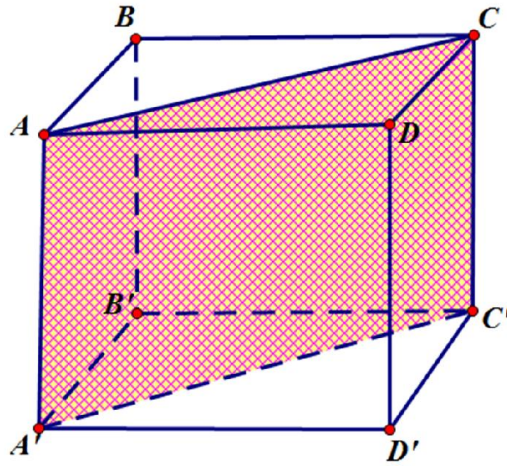
Vậy quỹ tích cần tìm là đoạn thẳng song song với AB .

Câu 25. Chọn D



Vì $\frac{SE}{SA} = \frac{SF}{SC} = \frac{2}{3}$ nên đường thẳng $EF \parallel AC$. Mà $EF \subset (BEF), AC \not\subset (BEF)$ nên AC song song với mặt phẳng (BEF) .

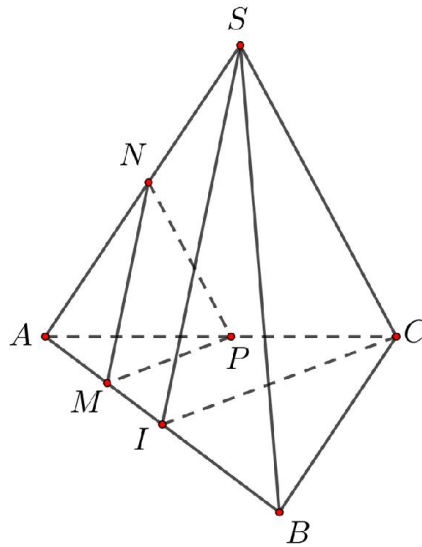
Câu 27. Chọn A



Ta dễ dàng dựng được thiết diện là tứ $ACC'A'$. Tứ giác $ACC'A'$ là hình chữ nhật có chiều dài là $AC = a\sqrt{2}$ và chiều rộng $AA' = a$.

Khi đó chu vi thiết diện của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ khi cắt bởi mặt phẳng (α) là

$$P = 2.(AC + AA') = 2(1 + \sqrt{2})a.$$

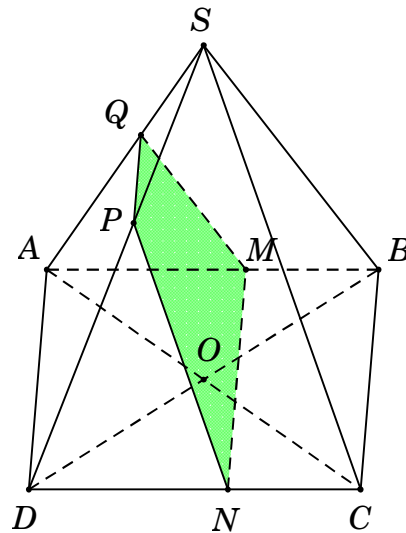


Câu 28.

Qua M vẽ $MP \parallel IC$, $P \in AC$, $MN \parallel SI$, $N \in SA$.

Ta có $\frac{MN}{SI} = \frac{MP}{IC}$ và $SI = IC$ nên suy ra $MN = MP$ thiết diện là tam giác cân tại M .

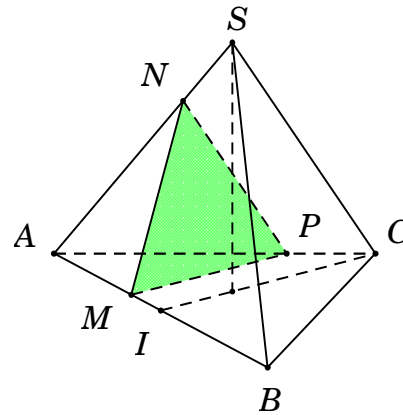
Câu 29. Chọn C



Lần lượt lấy các điểm N, P, Q thuộc các cạnh CD, SD, SA thỏa $MN \parallel BC, NP \parallel SC, PQ \parallel AD$. Suy ra $(\alpha) \equiv (MNPQ)$ và $(\alpha) \parallel (SBC)$.

Theo cách dựng trên thì thiết diện là hình thang.

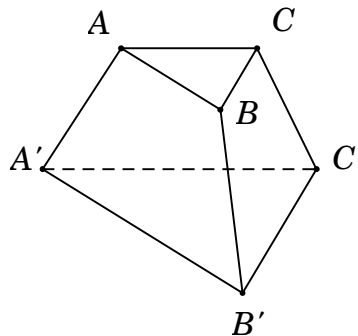
Câu 30. Chọn A



Đề ý hai tam giác MNP và SIC đồng dạng với tỉ số $\frac{AM}{AI} = \frac{2x}{a}$

$$\Rightarrow \frac{C_{MNP}}{C_{SIC}} = \frac{2x}{a} \Leftrightarrow C_{MNP} = \frac{2x}{a}(SI + IC + SC) = \frac{2x}{a}\left(\frac{a\sqrt{3}}{2} + \frac{a\sqrt{3}}{2} + a\right) = 2x(\sqrt{3} + 1).$$

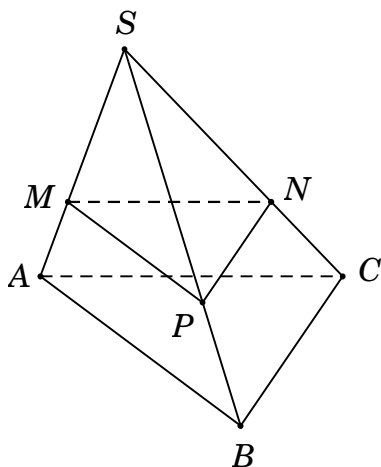
Câu 31. Chọn C



Hình chóp cụt $ABC.A'B'C'$ có hai mặt đáy là hai mặt phẳng song song nên tam giác ABC đồng

dạng tam giác $A'B'C'$ suy ra $\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta A'B'C'}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC}{\frac{1}{2} \cdot A'B' \cdot A'C'} = \frac{AB}{A'B'} \cdot \frac{AC}{A'C'} = \frac{1}{4}$.

Câu 32. Chọn D



Diện tích tam giác ABC là $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \sin 30^\circ = 4$.

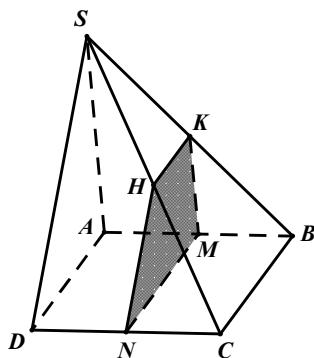
Gọi N, P lần lượt là giao điểm của mặt phẳng (P) và các cạnh SB, SC .

Vì $(P) \parallel (ABC)$ nên theo định lý Talet, ta có $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{SP}{SC} = \frac{2}{3}$.

Khi đó (P) cắt hình chóp $S.ABC$ theo thiết diện là tam giác MNP đồng dạng với tam giác

ABC theo tỉ số $k = \frac{2}{3}$. Vậy $S_{\Delta MNP} = k^2 \cdot S_{\Delta ABC} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot 4 = \frac{16}{9}$.

Câu 33. Chọn A



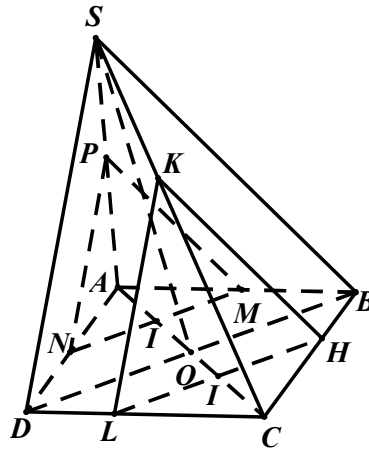
Ta có $\begin{cases} M \in (SAB) \cap (\alpha) \\ (SAB) \cap (SAD) = SA \end{cases} \Rightarrow (SAB) \cap (\alpha) = MK \parallel SA, K \in SB$.

Tương tự $\begin{cases} N \in (SCD) \cap (\alpha) \\ (\alpha) \parallel (SAD) \\ (SCD) \cap (SAD) = SD \end{cases} \Rightarrow (SCD) \cap (\alpha) = NH \parallel SD, H \in SC$.

Dễ thấy $HK = (\alpha) \cap (SBC)$. Thiết diện là tứ giác $MNHK$

Ba mặt phẳng $(ABCD)$, (SBC) và (α) đôi một cắt nhau theo các giao tuyến là MN, HK, BC , mà $MN \parallel BC \Rightarrow MN \parallel HK$. Vậy thiết diện là một hình thang.

Câu 34. Chọn B



Trường hợp 1. Xét I thuộc đoạn OA

$$\text{Ta có } \begin{cases} I \in (\alpha) \cap (ABD) \\ (\alpha) \parallel (SBD) \\ (ABD) \cap (SBD) = BD \end{cases}$$

$$\Rightarrow (\alpha) \cap (ABD) = MN \parallel BD, I \in MN.$$

$$\text{Tương tự } \begin{cases} N \in (\alpha) \cap (SAD) \\ (\alpha) \parallel (SBD) \\ (SAD) \cap (SBD) = SD \end{cases} \Rightarrow (SAD) \cap (\alpha) = NP \parallel SD, P \in SN.$$

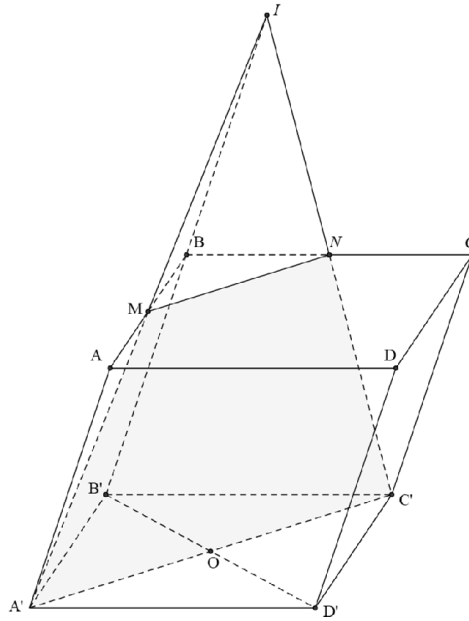
Thiết diện là tam giác MNP .

$$\text{Do } \begin{cases} (\alpha) \parallel (SBD) \\ (SAB) \cap (SBD) = SB \Rightarrow MP \parallel SB \\ (SAB) \cap (\alpha) = MP \end{cases}$$

song song nên chúng đồng dạng, mà BDS đều nên tam giác MNP đều.

Trường hợp 2. Điểm I thuộc đoạn OC , tương tự trường hợp 1 ta được thiết diện là tam giác đều HKL như (hv).

Câu 35. Chọn A



Trong mặt phẳng $(ABB'A')$, AM cắt BB' tại I

Do $MB \parallel A'B'$; $MB = \frac{1}{2} A'B'$ nên B là trung điểm $B'I$ và M là trung điểm của IA' .

Gọi N là giao điểm của BC và $C'I$.

Do $BN \parallel B'C$ và B là trung điểm $B'I$ nên N là trung điểm của $C'I$.

Suy ra: tam giác $IA'C'$ có MN là đường trung bình.

Ta có mặt phẳng $(MA'C')$ cắt hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ theo thiết diện là tứ giác $A'MNC'$ có $MN \parallel A'C'$

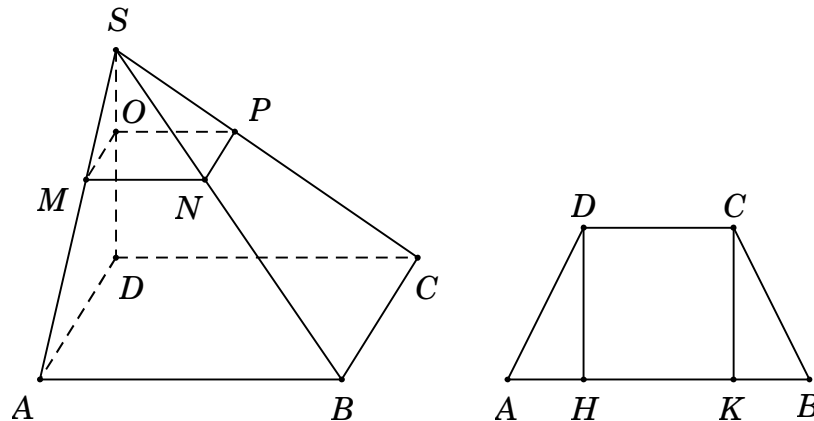
Vậy thiết diện là hình thang $A'MNC'$.

Cách khác:

Ta có:
$$\begin{cases} (ABCD) \parallel (A'B'C'D') \\ (A'C'M) \cap (A'B'C'D') = A'C' \Rightarrow Mx \parallel A'C', M \text{ là trung điểm của } AB \text{ nên } Mx \text{ cắt } BC \\ (A'C'M) \cap (ABCD) = Mx \end{cases}$$

tại trung điểm N . Thiết diện là tứ giác $A'C'NM$.

Câu 36. Chọn A



Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của D, C trên AB

$ABCD$ là hình thang cân $\Rightarrow \begin{cases} AH = BK; CD = HK \\ AH + HK + BK = AB \end{cases} \Rightarrow BK = 1.$

Tam giác BCK vuông tại K , có $CK = \sqrt{BC^2 - BK^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$.

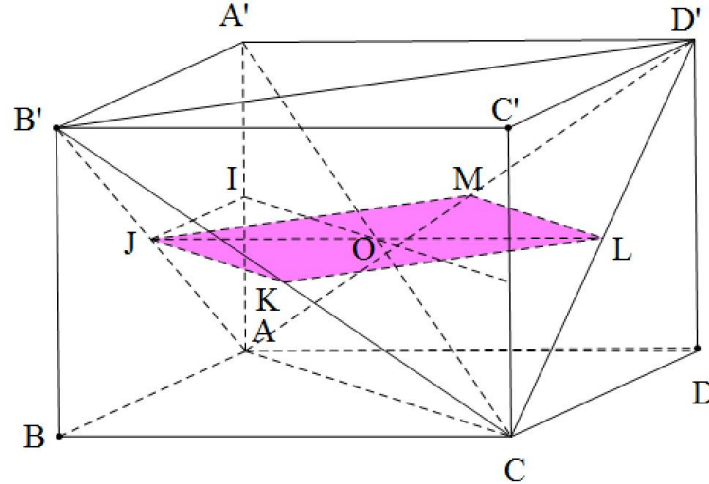
Suy ra diện tích hình thang $ABCD$ là $S_{ABCD} = CK \cdot \frac{AB + CD}{2} = \sqrt{3} \cdot \frac{4 + 6}{2} = 5\sqrt{3}$.

Gọi N, P, Q lần lượt là giao điểm của (P) và các cạnh SB, SC, SD .

Vì $(P) \parallel (ABCD)$ nên theo định lý Talet, ta có $\frac{MN}{AB} = \frac{NP}{BC} = \frac{PQ}{CD} = \frac{QM}{AD} = \frac{1}{3}$.

Khi đó (P) cắt hình chóp theo thiết diện $MNPQ$ có diện tích $S_{MNPQ} = k^2 \cdot S_{ABCD} = \frac{5\sqrt{3}}{9}$.

Câu 37. Chọn C



Cách xác định mặt phẳng thiết diện tạo bởi mặt phẳng đi qua tâm của hình lập phương và song song với mặt phẳng (ABC) với tứ diện $AB'CD'$:

Trong $(ACC'A')$ kẻ đường thẳng qua O và song song với AC , cắt AA' tại trung điểm I .

Trong $(ABB'A')$ kẻ đường thẳng qua I song song với AB , cắt AB' tại trung điểm J .

Trong $(B'AC)$ kẻ đường thẳng qua J song song với AC , cắt $B'C$ tại trung điểm K .

Trong $(B'CD')$ kẻ đường thẳng qua K song song với $B'D'$, cắt $D'C$ tại trung điểm L .

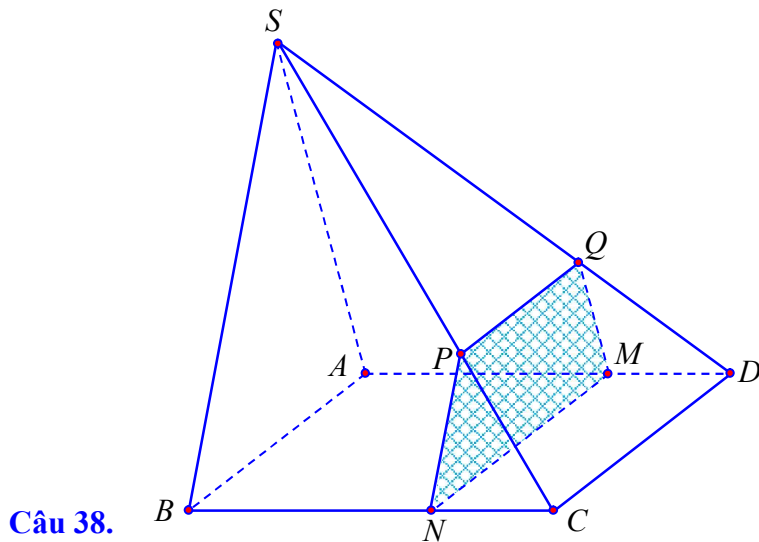
Trong $(D'AC)$ kẻ đường thẳng qua L song song với AC , cắt AD' tại trung điểm M .

Mặt phẳng vừa tạo thành song song với (ABC) và tạo với tứ diện $AB'CD'$ thiết diện là hình bình hành $MJKL$.

Ta có

$$\begin{cases} JM \parallel B'D' \\ ML \parallel A'C' \end{cases} \Rightarrow \text{Tứ giác } MJKL \text{ là hình chữ nhật.}$$

$$S_{MJKL} = JM \cdot ML = \frac{1}{2} B'D' \cdot \frac{1}{2} A'C' = \frac{1}{4} \cdot (a\sqrt{2})^2 = \frac{a^2}{2}.$$



Câu 38.

Ta có:

$$\begin{aligned} \bigcirc \begin{cases} (P) \parallel (SAB) \\ M \in AD, M \in (P) \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} (P) \cap (ABCD) = MN \\ (P) \cap (SCD) = PQ \end{cases} \text{ và } MN \parallel PQ \parallel AB \quad (1) \\ \bigcirc \begin{cases} (P) \parallel (SAB) \\ M \in AD, M \in (P) \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} (P) \cap (SAD) = MQ \\ (P) \cap (SBC) = NP \end{cases} \text{ và } \begin{cases} MQ \parallel SA \\ NP \parallel SB \end{cases} \end{aligned}$$

Mà tam giác SAB vuông tại A nên $SA \perp AB \Rightarrow MN \perp MQ \quad (2)$

Từ (1) và (2) suy ra (P) cắt hình chóp theo thiết diện là hình thang vuông tại M và Q .

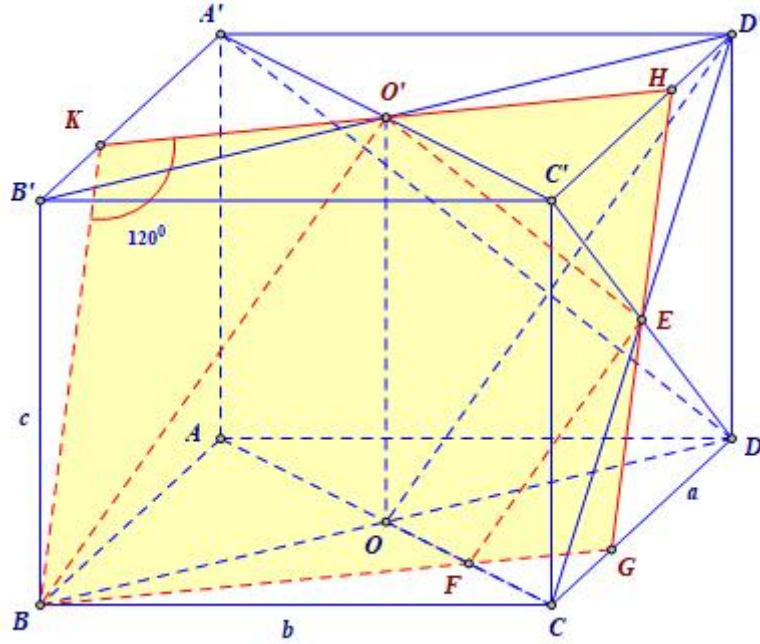
Mặt khác

$$\bigcirc MQ \parallel SA \Rightarrow \frac{MQ}{SA} = \frac{DM}{DA} = \frac{DQ}{DS} \Rightarrow MQ = \frac{1}{3}SA \text{ và } \frac{DQ}{DS} = \frac{1}{3}.$$

$$\bigcirc PQ \parallel CD \Rightarrow \frac{PQ}{CD} = \frac{SQ}{SD} \Rightarrow PQ = \frac{2}{3}AB, \text{ với } AB = \sqrt{SB^2 - SA^2} = a$$

$$\text{Khi đó } S_{MNPQ} = \frac{1}{2}MQ \cdot (PQ + MN) \Leftrightarrow S_{MNPQ} = \frac{1}{2} \cdot \frac{SA}{3} \cdot \left(\frac{2AB}{3} + AB \right) \Leftrightarrow S_{MNPQ} = \frac{5a^2\sqrt{3}}{18}.$$

Câu 39. Chọn D



Gọi E là tâm hình chữ nhật $DCC'D'$, F là trung điểm OC .

Trên $(ABCD)$, gọi $G = BF \cap CD$.

Trên $(CDD'C')$, gọi $H = GE \cap C'D'$.

Trên $(A'B'C'D')$, gọi $K = B'O' \cap A'B'$.

Khi đó, $\begin{cases} D'O' \parallel (BKHG) \\ A'D' \parallel (BKHG) \end{cases}$ nên thiết diện tạo thành là tứ giác $BKHG$.

Theo đề $BKHG$ là hình thoi có một góc 60° nên ta có:

$$\begin{cases} HK = HG \\ \widehat{BKH} = 120^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A'B'C'D' = CDD'C' \Rightarrow b = c \\ \widehat{BKH} = 120^\circ \end{cases}.$$

$$\text{Để thấy: } CG = \frac{a}{3} \Rightarrow BG^2 = BC^2 + CG^2 = b^2 + \frac{a^2}{9}.$$

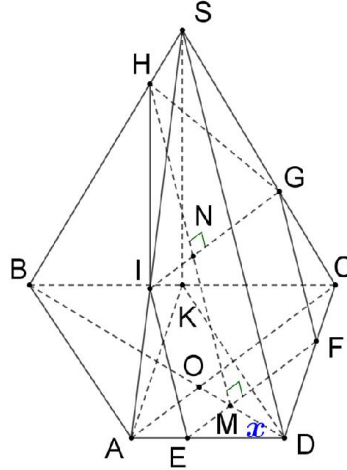
$$\begin{aligned} \text{Trong } \triangle BKO' \text{ có: } BO'^2 &= KB^2 + KO'^2 - 2KB \cdot KO' \cdot \cos 120^\circ \\ &= BG^2 + \frac{1}{4}BG^2 - 2BG \cdot \frac{1}{2}BG \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{7}{4}BG^2 = \frac{7}{4}\left(b^2 + \frac{a^2}{9}\right). \end{aligned}$$

$$\text{Trong } \triangle BOO' \text{ có: } BO'^2 = BO^2 + OO'^2 \Leftrightarrow \frac{7}{4}\left(b^2 + \frac{a^2}{9}\right) = \frac{1}{4}(a^2 + b^2) + c^2$$

$$\xleftrightarrow{b=c} \frac{7}{4}\left(b^2 + \frac{a^2}{9}\right) = \frac{1}{4}(a^2 + b^2) + b^2 \xleftrightarrow{a>0, b>0} b = \frac{a}{3}.$$

$$\text{Vậy } b = c = \frac{a}{3}.$$

Câu 40. Chọn A



Trong mp(SBD) kẻ đường thẳng qua M song song với SD , cắt cạnh SB tại H .

Trong mp($ABCD$) kẻ đường thẳng qua M song song với AC , cắt các cạnh DA và DC lần lượt tại E và F .

Trong mp(SDA) kẻ đường thẳng qua E song song với SD , cắt cạnh SA tại I .

Trong mp(SDC) kẻ đường thẳng qua F song song với SD , cắt cạnh SC tại G .

Khi đó thiết diện của khối chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (α) là ngũ giác $EFGHI$.

Dễ thấy $ABCD$ là nửa lục giác đều có tâm là trung điểm K của BC . Do đó $ADCK$ và $ABND$ là hình thoi nên $AC \perp KD$. Mặt khác $AC \perp SD$ nên $AC \perp (SKD) \Rightarrow AC \perp SK$.

Lại có $SK \perp BC$ (vì $\triangle SBC$ đều), suy ra $SK \perp (ABCD) \Rightarrow SK \perp KD$.

Ta có IG là giao tuyến của (α) với (SAC) , mà $AC \parallel (\alpha)$, suy ra $IG \parallel AC$.

Mặt khác $HM \parallel SD$ và $SD \perp AC$, suy ra $HM \perp IG$ và $HM \perp EF$ và $IGFE$ là hình chữ nhật.

Diện tích thiết diện $EFGHI$ bằng $s = S_{EFGI} + S_{HGI} = IG \cdot NM + \frac{1}{2} IG \cdot HN$.

Ta có $AK = KD = AD = a$ nên $\triangle AKD$ đều.

Mà $BD \perp AK, AC \perp KD$ nên O là trọng tâm tam giác ADK . Suy ra $OD = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

$AC = BD = a\sqrt{3}$ ($\triangle BAC$ vuông tại A , do $KA = KB = KC$).

$SD = \sqrt{SK^2 + KD^2} = 2a$.

Ta có $\frac{DM}{DO} = \frac{EF}{AC} \Rightarrow EF = \frac{DM}{DO} \cdot AC = \frac{x}{\frac{a\sqrt{3}}{3}} \cdot a\sqrt{3} = 3x$.

$\frac{GF}{SD} = \frac{CF}{CD} = \frac{OM}{OD} \Rightarrow GF = \frac{OM}{OD} \cdot SD = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{3} - x}{\frac{a\sqrt{3}}{3}} \cdot 2a = 2a - 2\sqrt{3}x$.

$\frac{HM}{SD} = \frac{BM}{BD} \Rightarrow HM = \frac{BM}{BD} \cdot SD = \frac{a\sqrt{3} - x}{a\sqrt{3}} \cdot 2a = \frac{6a - 2x\sqrt{3}}{3}$.

Suy ra $HN = HM - NM = HM - GF = \frac{6a - 2x\sqrt{3}}{3} - (2a - 2\sqrt{3}x) = \frac{4x\sqrt{3}}{3}$.

$$\text{Vậy } s = \frac{1}{2} \cdot \frac{4x\sqrt{3}}{3} \cdot 3x + (2a - 2\sqrt{3}x) \cdot 3x = -4\sqrt{3}x^2 + 6ax = -\sqrt{3} \left(2x - \frac{a\sqrt{3}}{2} \right)^2 + \frac{3a^2\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Suy ra } s \leq \frac{3a^2\sqrt{3}}{4}. \text{ Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi } 2x - \frac{a\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

TOÁN 11	PHÉP CHIẾU SONG SONG
1H2-5	

PHẦN A. CÂU HỎI

- Câu 1:** Qua phép chiếu song song, tính chất nào không được bảo toàn?
A. Chéo nhau. **B.** Đồng qui. **C.** Song song. **D.** Thẳng hàng.
- Câu 2:** Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **sai**?
A. Phép chiếu song song biến đường thẳng thành đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng.
B. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song.
C. Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không thay đổi thứ tự của ba điểm đó.
D. Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song hoặc cùng nằm trên một đường thẳng.
- Câu 3:** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, qua phép chiếu song song đường thẳng CC' , mặt phẳng chiếu ($A'B'C'$) biến M thành M' . Trong đó M là trung điểm của BC . Chọn mệnh đề **đúng**?
A. M' là trung điểm của $A'B'$. **B.** M' là trung điểm của $B'C'$.
C. M' là trung điểm của $A'C'$. **D.** Cả ba đáp án trên đều sai.
- Câu 4:** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, gọi I, I' lần lượt là trung điểm của $AB, A'B'$. Qua phép chiếu song song đường thẳng AI' , mặt phẳng chiếu ($A'B'C'$) biến I thành?
A. A' . **B.** B' . **C.** C' . **D.** I' .
- Câu 5:** Cho tam giác ABC ở trong mặt phẳng (α) và phương l . Biết hình chiếu (theo phương l) của tam giác ABC lên mặt phẳng (P) là một đoạn thẳng. Khẳng định nào sau đây đúng?
A. $(\alpha) \parallel (P)$. **B.** $(\alpha) \equiv (P)$.
C. $(\alpha) \parallel l$ hoặc $(\alpha) \supset l$. **D.** A, B, C đều sai.
- Câu 6:** Khẳng định nào sau đây đúng?
A. Hình chiếu song song của một hình chóp cụt có thể là một hình tam giác.
B. Hình chiếu song song của một hình chóp cụt có thể là một đoạn thẳng.
C. Hình chiếu song song của một hình chóp cụt có thể là một hình chóp cụt.
D. Hình chiếu song song của một hình chóp cụt có thể là một điểm.
- Câu 7:** Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai?
A. Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể song song với nhau.
B. Một đường thẳng có thể trùng với hình chiếu của nó.
C. Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể trùng nhau.
D. Một tam giác bất kỳ đều có thể xem là hình biểu diễn của một tam giác cân.
- Câu 8:** Qua phép chiếu song song biến ba đường thẳng song song thành.
A. Ba đường thẳng đôi một song song với nhau.
B. Một đường thẳng.
C. Thành hai đường thẳng song song.
D. Cả ba trường hợp trên.
- Câu 9:** Khẳng định nào sau đây đúng?
A. Hình chiếu song song của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ theo phương AA' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là hình bình hành.

- B.** Hình chiếu song song của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ theo phương AA' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là hình vuông.
- C.** Hình chiếu song song của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ theo phương AA' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là hình thoi.
- D.** Hình chiếu song song của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ theo phương AA' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là một tam giác.
- Câu 10:** Hình chiếu của hình vuông không thể là hình nào trong các hình sau?
A. Hình vuông. **B.** Hình bình hành. **C.** Hình thang. **D.** Hình thoi.
- Câu 11:** Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai:
A. Một đường thẳng luôn cắt hình chiếu của nó.
B. Một tam giác bất kỳ đều có thể xem là hình biểu diễn của một tam giác cân.
C. Một đường thẳng có thể song song với hình chiếu của nó.
D. Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể song song với nhau.
- Câu 12:** Nếu đường thẳng a cắt mặt phẳng chiếu (P) tại điểm A thì hình chiếu của a sẽ là:
A. Điểm A . **B.** Trùng với phương chiếu.
C. Đường thẳng đi qua A . **D.** Đường thẳng đi qua A hoặc chính A .
- Câu 13:** Giả sử tam giác ABC là hình biểu diễn của một tam giác đều. Hình biểu diễn của tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều là:
A. Giao điểm của hai đường trung tuyến của tam giác ABC .
B. Giao điểm của hai đường trung trực của tam giác ABC .
C. Giao điểm của hai đường đường cao của tam giác ABC .
D. Giao điểm của hai đường phân giác của tam giác ABC .
- Câu 14:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. M là trung điểm của SC . Hình chiếu song song của điểm M theo phương AB lên mặt phẳng (SAD) là điểm nào sau đây?
A. S . **B.** Trung điểm của SD .
C. A . **D.** D .
- Câu 15:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Hình chiếu song song của điểm A theo phương AB lên mặt phẳng (SBC) là điểm nào sau đây?
A. S . **B.** Trung điểm của BC .
C. B . **D.** C .
- Câu 16:** Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm của AC . Khi đó hình chiếu song song của điểm M lên $(AA'B')$ theo phương chiếu CB là
A. Trung điểm BC . **B.** Trung điểm AB . **C.** Điểm A . **D.** Điểm B .
- Câu 17:** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi $O = AC \cap BD$ và $O' = A'C' \cap B'D'$. Điểm M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Qua phép chiếu song song theo phương AO' lên mặt phẳng $(ABCD)$ thì hình chiếu của tam giác $C'MN$ là
A. Đoạn thẳng MN . **B.** Điểm O . **C.** Tam giác CMN . **D.** Đoạn thẳng BD .
- Câu 18:** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Xác định các điểm M, N tương ứng trên các đoạn $AC', B'D'$ sao cho MN song song với BA' và tính tỉ số $\frac{MA}{MC'}$.
A. 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 1
- Câu 19:** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CD và CC' .

a) Xác định đường thẳng Δ đi qua M đồng thời cắt AN và $A'B$.

b) Gọi I, J lần lượt là giao điểm của Δ với AN và $A'B$. Hãy tính tỉ số $\frac{IM}{IJ}$.

A. 2

B. 3

C. 4

D. 1

Câu 20: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$, gọi M, N, P lần lượt là tâm của các mặt bên $(ABB'A')$, $(BCC'B')$ và $(ACC'A')$. Qua phép chiếu song song đường thẳng BC' và mặt phẳng chiếu $(AB'C)$ khi đó hình chiếu của điểm P ?

A. Trung điểm của AN . **B.** Trung điểm của AM .

C. Trung điểm của $B'N$. **D.** Trung điểm của $B'M$.

PHẦN B. LỜI GIẢI THAM KHẢO

Câu 1: Chọn A.

Do hai đường thẳng qua phép chiếu song song ảnh của chúng sẽ cùng thuộc một mặt phẳng. Suy ra tính chất chéo nhau không được bảo toàn.

Câu 2: Chọn B.

Tính chất của phép chiếu song song.

Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau. Suy ra B sai : Chúng có thể trùng nhau.

Câu 3: Chọn B.

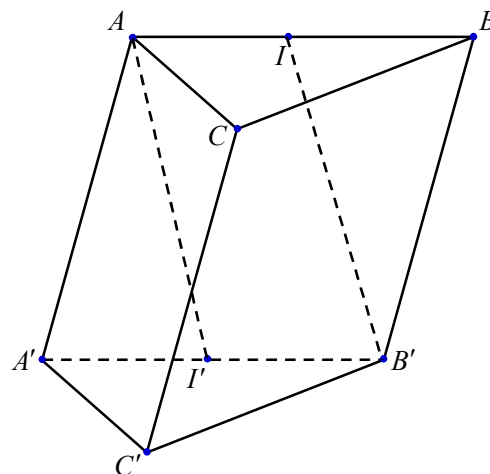
Ta có phép chiếu song song đường thẳng CC' , biến C thành C' , biến B thành B' .

Do M là trung điểm của BC suy ra M' là trung điểm của $B'C'$.

Câu 4: Chọn B.

Ta có $\left. \begin{array}{l} AI \parallel B'I' \\ AI = B'I' \end{array} \right\} \Rightarrow AIB'I'$ là hình bình hành.

Suy ra qua phép chiếu song song đường thẳng AI' , mặt phẳng chiếu $(A'B'C')$ biến điểm I thành điểm B' .



Câu 5: Chọn C.

- ☐ Phương án A: Hình chiếu của tam giác ABC vẫn là một tam giác trên mặt phẳng (P) .
- ☐ Phương án B: Hình chiếu của tam giác ABC vẫn là tam giác ABC .
- ☐ Phương án C: Khi phương chiếu l song song hoặc được chứa trong mặt phẳng (α) . Thì hình chiếu của tam giác là đoạn thẳng trên mặt phẳng (P) . Nếu giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (P) là một trong ba cạnh của tam giác ABC .

Câu 6: Chọn A.

Qua phép chiếu song song chỉ có thể biến hình chóp cắt thành một đa giác.

- ☐ Loại B - chỉ là một đoạn thẳng.
- ☐ Loại C - phép chiếu song song không thể là một khối đa diện.
- ☐ Loại D - chỉ là một điểm.

- ☐ Chọn A - hình chiếu là một đa giác.

Câu 7: Chọn C.

- ☐ Phương án A: Đúng vì khi đó hình chiếu của chúng cùng nằm trên một mặt phẳng.
☐ Phương án B: Đúng vì mặt phẳng chiếu chứa đường thẳng đã cho.
☐ Phương án C: Sai vì hình chiếu của chúng chỉ có thể song song hoặc cắt nhau.
☐ Phương án D: Đúng - tính chất phép chiếu song song.

Câu 8: Chọn D.

Tính chất phép chiếu song song.

Câu 9: Chọn B.

Qua phép chiếu song song đường thẳng AA' lên mặt phẳng $(ABCD)$ sẽ biến A' thành A , biến B' thành B , biến C' thành C , biến D' thành D . Nên hình chiếu song song của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là hình vuông.

Câu 10: Chọn C.

Tính chất của phép chiếu song song.

Câu 11: Chọn A.

Khi mặt phẳng chiếu song song với đường thẳng đã cho thì đường thẳng đó song song với hình chiếu của nó.

Câu 12: Chọn D.

- ☐ Nếu phương chiếu song song hoặc trùng với đường thẳng a thì hình chiếu là điểm A .
☐ Nếu phương chiếu không song song hoặc không trùng với đường thẳng a thì hình chiếu là đường thẳng đi qua điểm A .

Câu 13: Chọn B.

Tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác là giao của ba đường trung trực.

Câu 14: Chọn B.

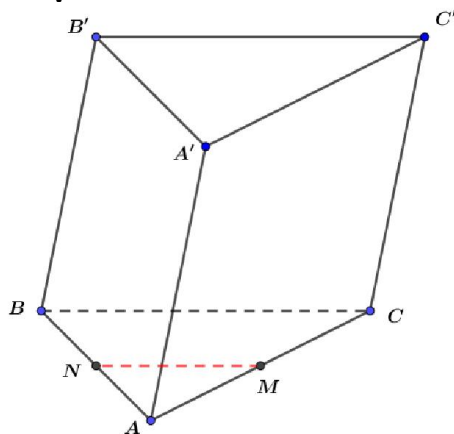
Giả sử N là ảnh của M theo phép chiếu song song đường thẳng AB lên mặt phẳng (SAD) .

Suy ra $MN \parallel AB \Rightarrow MN \parallel CD$. Do M là trung điểm của $SC \Rightarrow N$ là trung điểm của SD .

Câu 15: Chọn C.

Do $AB \cap (SBC) = \{A\}$ suy ra hình chiếu song song của điểm A theo phương AB lên mặt phẳng (SBC) là điểm B .

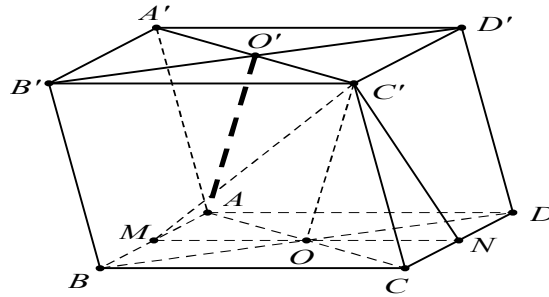
Câu 16: Chọn B



Gọi N là trung điểm của AB . Ta có: $MN \parallel CB$.

Vậy hình chiếu song song của điểm M lên $(AA'B')$ theo phương chiếu CB là điểm N .

Câu 17: Chọn A



Ta có: $O'C' = AO$ và $O'C' \parallel AO$ nên tứ giác $O'C'OA$ là hình bình hành $\Rightarrow O'A \parallel C'O$.
Do đó hình chiếu của điểm O' qua phép chiếu song song theo phương $O'A$ lên mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm O .

Mặt khác điểm M và N thuộc mặt phẳng $(ABCD)$ nên hình chiếu của M và N qua phép chiếu song song theo phương $O'A$ lên mặt phẳng $(ABCD)$ lần lượt là điểm M và N .

Vậy qua phép chiếu song song theo phương AO' lên mặt phẳng $(ABCD)$ thì hình chiếu của tam giác $C'MN$ là đoạn thẳng MN .

Câu 18:

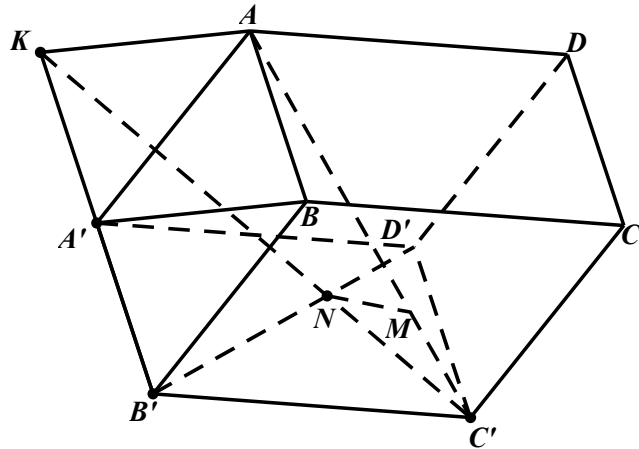
Lời giải

Xét phép chiếu song song lên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ theo phương chiếu BA' . Ta có
 N là ảnh của M hay M chính là giao điểm của $B'D'$ và ảnh AC' qua phép chiếu này. Do đó ta xác định M, N như sau:

Trên $A'B'$ kéo dài lấy điểm K sao cho $A'K = B'A'$ thì $ABA'K$ là hình bình hành nên $AK \parallel BA'$ suy ra K là ảnh của A trên AC' qua phép chiếu song song.
Gọi $N = B'D' \cap KC'$. Đường thẳng qua N và song song với AK cắt AC' tại M . Ta có M, N là các điểm cần xác định.

Theo định lý Thales, ta có

$$\frac{MA}{MC'} = \frac{NK}{NC'} = \frac{KB'}{C'D'} = 2.$$



Câu 19:

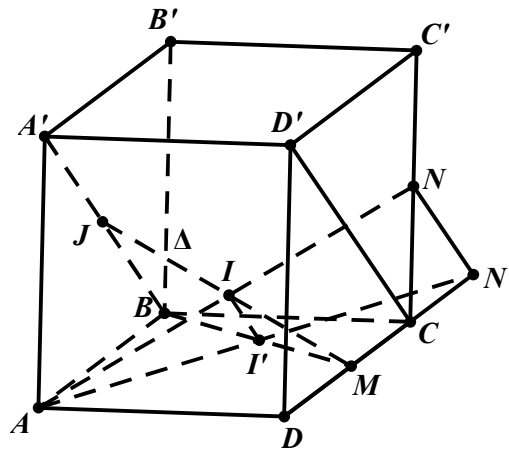
Lời giải

a) Giả sử đã dựng được đường thẳng Δ cắt cả AN và BA' . Gọi I, J lần lượt là giao điểm của Δ với AN và BA' .

Xét phép chiếu song song lên $(ABCD)$ theo phương chiếu $A'B$. Khi đó ba điểm J, I, M lần lượt có hình chiếu là B, I', M . Do J, I, M thẳng hàng nên B, I', M cũng thẳng hàng. Gọi N' là hình chiếu của N thì AN' là hình chiếu của AN . Vì

$I \in AN \Rightarrow I' \in AN' \Rightarrow I' = BM \cap AN'$.

Từ phân tích trên suy ra cách dựng:



- Lấy $I' = AN' \cap BM$.

- Trong (ANN') dựng $II' \parallel NN'$ (đã có $NN' \parallel CD'$) cắt AN tại I .

- Vẽ đường thẳng MI , đó chính là đường thẳng cần dựng.

a) Ta có $MC = CN'$ suy ra $MN' = CD = AB$. Do đó I' là trung điểm của BM . Mặt khác

$II' \parallel JB$ nên II' là đường trung bình của tam giác MBJ , suy ra $IM = IJ \Rightarrow \frac{IM}{IJ} = 1$.

Câu 20:

Chọn A.