Đề 1

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	0	$+$	
y	2	$\searrow$	4 || $+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(1;2;3)$ lên trục Oy là điểm

A. $M'(1;0;0)$. **B.** $M'(1;0;3)$. **C.** $M'(0;2;0)$. **D.** $M'(0;0;3)$.

Câu 3. Cho a là số thực dương tùy ý khác 1, giá trị của $\log_{\sqrt{a}}\left(a^{\frac{1}{4}}\right)$ bằng

A. 1. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 2.

Câu 4. Số phức liên hợp của số phức $z=2-3i$

A. $\bar{z}=3-2i$. **B.** $\bar{z}=2+3i$. **C.** $\bar{z}=-3+2i$. **D.** $\bar{z}=-2+3i$.

Câu 5. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2+2$, $y=x$, $x=0$, $x=2$.

A. $\frac{8}{3}$. **B.** 8. **C.** $\frac{26}{3}$. **D.** $\frac{14}{3}$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng d đi qua gốc O và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-2;3)$ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x=t \\ y=3t \\ z=-2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=t \\ y=-2t \\ z=3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \\ z=3 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2+t \\ z=3t \end{cases}$.

Câu 7. Giá trị của $\int\limits_1^{3^{2021}} \frac{\mathrm{d}x}{x}$ bằng

C. 3^{2021}. **B.** $2021.\ln 3$. **C.** $2021.\ln 3-1$. **D.** 2021.

Câu 8. Tìm tập xác định của hàm số $y=\left(x^2-3x+2\right)^{\frac{3}{2}}$.

A. $(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1]\cup[2;+\infty)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $[1;2]$.

Câu 9. Viết công thức tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay quanh trục hoành hình phẳng H giới hạn bởi các đường $x=a$, $x=b$, $y=0$, $y=f(x)$ trong đó $y=f(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a;b]$.

A. $\pi^2\int\limits_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$. **B.** $V=\pi\int\limits_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$. **C.** $\left(\pi\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x\right)^2$. **D.** $\left(\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x\right)^2$.

Câu 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+3y-z+1=0$. Điểm nào dưới đây không thuộc mặt phẳng (P)?

A. $B(1;2;-8)$. **B.** $C(-1;-2;-7)$. **C.** $A(0;0;1)$. **D.** $D(1;5;18)$.

Câu 11. Hàm số $F(x)$ gọi là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng $(a;b)$ nếu có

A. $f'(x)=F(x),\forall x\in(a;b)$. **B.** $F'(x)=f(x)+C,\forall x\in(a;b)$.

C. $f'(x)=F(x)+C,\forall x\in(a;b)$. **D.** $F'(x)=f(x),\forall x\in(a;b)$.

Câu 12. Cho hình nón có bán kính đáy R, đường cao h. Diện tích xung quanh của hình nón này là

A. πRh. **B.** $2\pi Rh$. **C.** $\pi R\sqrt{R^2+h^2}$. **D.** $2\pi R\sqrt{R^2+h^2}$.

Câu 13. Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình dưới

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

A. $y=-x^3+3x$. **B.** $y=x^3-3x^2-1$. **C.** $y=x^3-3x$. **D.** $y=-x^3+3x^2-1$.

Câu 14. Số nghiệm của phương trình $\log(x+1)=\log_{0,1}(x+4)$ là

A. Vô số. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 15. Cho a, b là các số dương và $\log_2 x=2\log_2 a+\frac{1}{3}\log_2 b$. Biểu thị x theo lũy thừa của a và b.

A. $x=ab^{\frac{1}{3}}$. **B.** $x=a^2b^{\frac{1}{3}}$. **C.** $x=a^2\sqrt{2}$. **D.** $x=a^{\frac{1}{2}}\sqrt[3]{b}$.

Câu 16. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức $\left(3x^3+\frac{2}{x}\right)^{20}$, $x\neq 0$.

A. $C_{20}^{15}.3^5.2^{15}$. **B.** $C_{20}^{15}.2^{15}$. **C.** $3^5.2^{15}$. **D.** C_{20}^{15}.

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua ba điểm $A(1;-1;0)$; $B(-1;-2;3)$; $C(0;0;3)$ có phương trình là $2x+by+cz+d=0$ $(b,\ c,\ d\in\mathbb{R})$ thì $b+c+d$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** -3.

Câu 18. Cho hàm số $y=f(x)$ có $f'(x)=x^9(x-1)^8(x-2)^{2022}$. Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), tam giác ABC vuông tại B, $AB=a$, tam giác SBC cân. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $a^3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 20. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^2e^{x^3+1}$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}e^{x^3+1}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}e^{x^3+1}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=3e^{x^3+1}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=e^{x^3+1}+C$.

Câu 21. Tính đạo hàm của hàm số $y=2^{x^2+1}$.

A. $y'=(x^2+1).2^{x^2}$. **B.** $y'=x.2^{x^2+2}.\ln 2$. **C.** $y'=2^{x^2+1}.\ln 2$. **D.** $y'=2^{x^2}$.

Câu 22. Cho $\log_3 5=a$. Tính $\log_{729}\frac{1}{125}$ theo a.

A. $-\dfrac{1}{2}a$. **B.** $\dfrac{1}{2}a$. **C.** $\dfrac{1}{2a}$. **D.** $-\dfrac{1}{2a}$.

Câu 23. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3-2x+3$ tại $M(2;7)$.

A. $y=10x-27$. **B.** $y=10x-13$. **C.** $y=7x-7$. **D.** $y=x+5$.

Câu 24. Cho hai số phức $z_1=1-2i$, $z_2=2+6i$. Tính $z_1.z_2$.

A. $-10+2i$. **B.** $2-12i$. **C.** $14-10i$. **D.** $14+2i$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;1;5)$ và $B(1;2;-1)$. Mặt phẳng có phương trình nào sau đây là mặt phẳng đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (Oxy)?

A. $3x+z-2=0$. **B.** $x-2y+3=0$.

C. $6x-6y+z+7=0$. **D.** $6y+z-11=0$.

Câu 26. Hàm số nào sau đây là nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{3-2x}$?

A. $y=-2$. **B.** $y=-2(3-2x)^{-1}$. **C.** $y=-\dfrac{1}{2}\ln|3-2x|$. **D.** $y=\ln|3-2x|$.

Câu 27. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, góc giữa hai đường thẳng AB' và $A'C'$ bằng

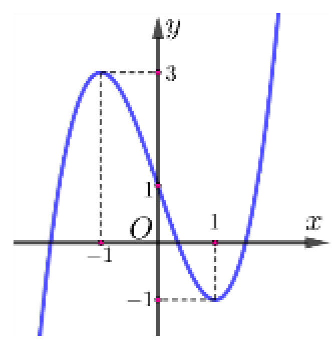
A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $90°$. **D.** $60°$.

Câu 28. Cho số phức $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $(1+i)z-(3+2i)=1-4i$. Giá trị của $a+b$ bằng

A. 2. **B.** 0.

C. 1. **D.** -2.

Câu 29. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Số nghiệm của phương trình $2f(x)+1=0$ là

A. 0.
B. 2.
C. 1.
D. 3.

Câu 30. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a, $AC'=a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ này là

A. $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Câu 31. Cho 2 số x,y thỏa mãn $5^x=3$ và $5^y=6$. Giá trị của 5^{2x-y} bằng

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** 54. **C.** 36. **D.** 1.

Câu 32. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+2y-2z+5=0$ và điểm $M(0;2;4)$. Tính $d(M,(P))$.

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{9}$. **C.** $\dfrac{4}{9}$. **D.** $\dfrac{4}{3}$.

Câu 33. Tập nghiệm của bất phương trình $3^x\le 4-\dfrac{1}{3^{x-1}}$ là

A. $(-\infty;0]$. **B.** $[1;+\infty)$. **C.** $[0;1]$. **D.** $(0;1)$.

Câu 34. Gọi $z_1;z_2$ là hai nghiệm của phương trình $z^2-2z+3=0$. Tính giá trị của biểu thức $A=z_1+z_2-z_1.z_2$.

A. $A=-5$. **B.** $A=1$. **C.** $A=5$. **D.** $A=-1$.

Câu 35. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m, $-10<m<10$ để phương trình $(x-1)(x^2-mx+2)=0$ có 3 nghiệm phân biệt.

A. 13. **B.** 14. **C.** 16. **D.** 15.

Câu 36. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{4x-1}{(x+2)^2}$ trên khoảng $(-2;+\infty)$ là

A. $4\ln(x+2)+\dfrac{4}{x+2}+C$. **B.** $4\ln(x+2)-\dfrac{9}{x+2}+C$.

C. $4\ln(x+2)-\dfrac{4}{x+2}+C$. **D.** $4\ln(x+2)+\dfrac{9}{x+2}+C$.

Câu 37. Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=1$, $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=-1$ thì $\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** -2.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại A, $AB=2a$, $AC=3a$, SA vuông góc với (ABC), $SA=5a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $R=\dfrac{a\sqrt{38}}{4}$. **B.** $R=a\sqrt{38}$. **C.** $R=\sqrt{38}$. **D.** $R=\dfrac{a\sqrt{38}}{2}$.

Câu 39. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, xác định tọa độ giao điểm M của đường thẳng $\Delta:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z+5}{-4}$ với mặt phẳng $(P):2x-y+z+11=0$.

A. $M(-1;1;-5)$. **B.** $M(-4;0;-3)$. **C.** $M(1;4;-9)$. **D.** $M(0;0;-11)$.

Câu 40. Ba chiếc bình có hình trụ cùng chứa một lượng nước như nhau, độ cao mức nước trong bình II gấp đôi bình I và trong bình III gấp đôi bình II. Lúc đó bán kính đáy r_1, r_2, r_3 của ba bình (theo thứ tự) I, II, III lập thành một cấp số nhân với công bội bằng

A. $\sqrt{2}$. **B.** 2. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 41. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;2;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P):2x+2y-z+7=0$. Khoảng cách từ điểm $B(0;3;12)$ đến đường thẳng Δ bằng

A. $\sqrt{110}$. **B.** $\sqrt{15}$. **C.** $\sqrt{74}$. **D.** $\sqrt{21}$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). Tam giác ABC đều cạnh bằng $a\sqrt{3}$, tam giác SAC cân. Tính khoảng cách h từ A đến (SBC).

A. $h=\dfrac{3a}{\sqrt{7}}$. **B.** $h=\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{a}{\sqrt{7}}$. **D.** $h=\dfrac{a\sqrt{3}}{7}$.

Câu 43. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_{-4}^{1} f(x)\mathrm{d}x=10$. Giá trị của $\int_1^2 f(6-5x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 4.

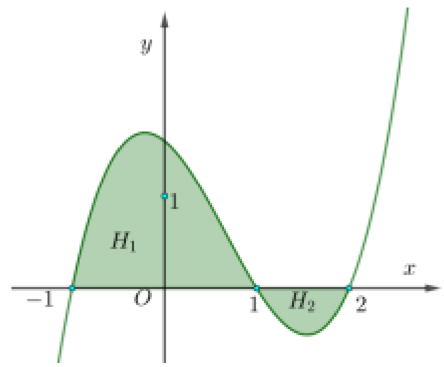
Câu 44. Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=2+t_1\\y=1-5t_1\\z=1-t_1\end{cases}$, $d_2:\begin{cases}x=1+2t_2\\y=1-t_2\\z=t_2\end{cases}$ và mặt phẳng $(P):x-y-z=0$. Phương trình đường thẳng thuộc mặt phẳng (P) và cắt cả hai đường thẳng d_1 và d_2 là

A. $\begin{cases} x=2+t \\ y=1 \\ z=1+t \end{cases}$.   **B.** $\begin{cases} x=3+t \\ y=1 \\ z=1+t \end{cases}$.   **C.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=1 \\ z=3t \end{cases}$.   **D.** $\begin{cases} x=2+2t \\ y=1 \\ z=1+3t \end{cases}$.

Câu 45. Có hai giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx+\sqrt{x^2-2x+3}}{2x-1}$ có một tiệm cận ngang là $y=1$. Tổng hai giá trị này bằng

A. 2.   **B.** 4.   **C.** 3.   **D.** 1.

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ. Biết H_1 có diện tích bằng 7, H_2 có diện tích bằng 3. Tính $I=\int_{-2}^{-1}(2x+6)f(x^2+6x+7)\mathrm{d}x$



A. 11.
B. 4.
C. 1.
D. 10.

Câu 47. Cho $f(x)$ là hàm số bậc 5. Hàm số $y=f'(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f(x-2)+x^3-6x^2+9x$ là

A. 4.   **B.** 2.   **C.** 3.   **D.** 1.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và $2f(x)+3f(-x)=\dfrac{1}{x^2+4}$, $\forall x\in[-2;2]$. Tính $I=\int_{-2}^{2}f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=\dfrac{\pi}{10}$.   **B.** $I=-\dfrac{\pi}{10}$.   **C.** $I=-\dfrac{\pi}{20}$.   **D.** $I=\dfrac{\pi}{20}$.

Câu 49. Cho $x,\ y,\ z>0;\ a,\ b,\ c>1$ và $a^x=b^y=c^z=\sqrt[3]{abc}$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}-z^2+z$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(0;2)$.   **B.** $(3;+\infty)$.   **C.** $(1;3)$.   **D.** $(2;4)$.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+m^2-2m$. Gọi S tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn $3\max\limits_{[-3;1]}f(|x|)+2\min\limits_{[-3;1]}f(|x|)\le 112$. Số phần tử của S bằng

A. 11.   **B.** 12.   **C.** 9.   **D.** 10.

HẾT

ÑAÙP AÙN ÑEÀ SOÁ 01

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D	C	C	B	D	B	B	A	B	A
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	C	C	B	B	A	D	C	C	B
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
B	A	B	D	B	C	D	D	D	D
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A	A	C	D	A	D	D	D	C	D
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	A	A	A	B	B	B	D	C	A

Lôøi giaûi caâu hoûi vaän duïng cao ñeà soá 01

Câu 45. Có hai giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx+\sqrt{x^2-2x+3}}{2x-1}$ có một tiệm cận ngang là $y=1$. Tổng hai giá trị này bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Hướng dẫn giải:

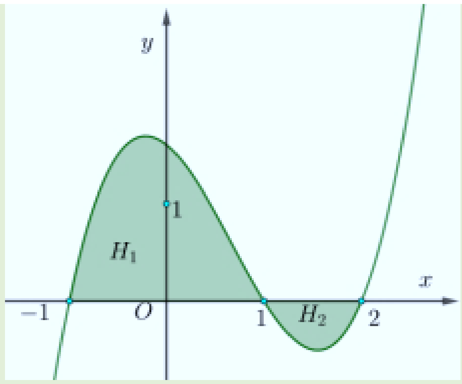
Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{mx+\sqrt{x^2-2x+3}}{2x-1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{mx+x\sqrt{1-\dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{x^2}}}{x\left(2-\dfrac{1}{x}\right)}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x\left(m+\sqrt{1-\dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{x^2}}\right)}{x\left(2-\dfrac{1}{x}\right)}=\dfrac{m+1}{2}$;

$\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{mx+\sqrt{x^2-2x+3}}{2x-1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{mx-x\sqrt{1-\dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{x^2}}}{x\left(2-\dfrac{1}{x}\right)}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x\left(m-\sqrt{1-\dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{x^2}}\right)}{x\left(2-\dfrac{1}{x}\right)}=\dfrac{m-1}{2}$.

Theo giả thiết thì đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang $y=1\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\dfrac{m+1}{2}=1\\ \dfrac{m-1}{2}=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\ m=3\end{array}\right.$.

Tổng hai giá trị m tìm được là $1+3=4$. $\xrightarrow{\text{Choïn}}\boxed{B}$

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ . Biết H_1 có diện tích bằng 7, H_2 có diện tích bằng 3. Tính $I=\int\limits_{-2}^{-1}(2x+6)f(x^2+6x+7)\mathrm{d}x$



A. 11. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 10.

Hướng dẫn giải:

Dựa vào đồ thị ta thấy $\begin{cases} S_{H_1}=\int\limits_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x=7 \\ S_{H_2}=\int\limits_{1}^{2}[-f(x)]\mathrm{d}x=3 \end{cases}$ hay $\begin{cases} \int\limits_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x=7 \\ \int\limits_{1}^{2} f(x)\mathrm{d}x=-3 \end{cases}$.

Xét $I=\int\limits_{-2}^{-1}(2x+6)f(x^2+6x+7)\mathrm{d}x$. Đặt $t=x^2+6x+7\Rightarrow \mathrm{d}t=(2x+6)\mathrm{d}x$. Đổi cận: $\begin{cases} x=-2\Rightarrow t=-1 \\ x=-1\Rightarrow t=2 \end{cases}$.

Khi đó: $I=\int\limits_{-1}^{2} f(t)\mathrm{d}t=\int\limits_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{2} f(x)\mathrm{d}x=7+(-3)=4$. Vậy $I=4$. $\xrightarrow{\text{Chọn}}\boxed{B}$

Câu 47. Cho $f(x)$ là hàm số bậc 5. Hàm số $y=f'(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f(x-2)+x^3-6x^2+9x$ là

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Hướng dẫn giải:

Ta biết $f'(x)$ có dạng bậc bốn trùng phương nên đặt $f'(x)=ax^4+bx^2+c\Rightarrow f''(x)=4ax^3+2bx$.

Từ bảng biến thiên suy ra: $\begin{cases} f'(\pm1)=0 \\ f'(0)=3 \\ f''(\pm1)=0 \\ f''(0)=0 \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} a+b+c=0 \\ c=3 \\ 4a+2b=0 \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} a=3 \\ b=-6 \\ c=3 \end{cases}$.

Do vậy $f'(x)=3x^4-6x^2+3=3(x^2-1)^2\Rightarrow f'(x-2)=3(x^2-4x+3)^2$.

Xét hàm số $g(x)$, ta có $g'(x)=f'(x-2)+3(x^2-4x+3)=3(x^2-4x+3)^2+3(x^2-4x+3)$;

$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x^2-4x+3=0 \\ x^2-4x+3=-1 \end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=3 \\ x=2 \end{array}\right.$. Bảng biến thiên :

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$y_{CĐ}$	$\searrow$		$\searrow$	y_{CT}	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số $g(x)$ có 2 điểm cực trị. $\xrightarrow{\text{Chọn}}$ $\boxed{B}$

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và $2f(x)+3f(-x)=\frac{1}{x^2+4}$, $\forall x\in[-2;2]$. Tính $I=\int\limits_{-2}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=\frac{\pi}{10}$. **B.** $I=-\frac{\pi}{10}$. **C.** $I=-\frac{\pi}{20}$. **D.** $I=\frac{\pi}{20}$.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $2f(x)+3f(-x)=\frac{1}{x^2+4}$, $\forall x\in[-2;2]$, suy ra $\boxed{2\int\limits_{-2}^{2} f(x)\mathrm{d}x+3\int\limits_{-2}^{2} f(-x)\mathrm{d}x=\int\limits_{-2}^{2}\frac{1}{x^2+4}\mathrm{d}x}$ (1).

Xét $3\int\limits_{-2}^{2} f(-x)\mathrm{d}x$. Đặt $t=-x\Rightarrow dt=-dx$. Ta có: $3\int\limits_{-2}^{2} f(-x)\mathrm{d}x=3\int\limits_{2}^{-2} f(t)(-\mathrm{d}t)=3\int\limits_{-2}^{2} f(x)\,dx$ (2).

Thay (2) vào (1), ta được: $5\int\limits_{-2}^{2} f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_{-2}^{2}\frac{1}{x^2+4}\mathrm{d}x\Rightarrow\boxed{I=\int\limits_{-2}^{2} f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{5}\int\limits_{-2}^{2}\frac{1}{x^2+4}\mathrm{d}x}$.

Đặt $x=2\tan t\Rightarrow \mathrm{d}x=2\left(1+\tan^2 t\right)\mathrm{d}t$. Đổi cận: $\begin{cases} x=-2\Rightarrow t=-\frac{\pi}{4} \\ x=2\Rightarrow t=\frac{\pi}{4}\end{cases}$.

Khi đó: $I=\frac{1}{5}.\int\limits_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}\frac{1}{4\tan^2 t+4}2\left(1+\tan^2 t\right)\mathrm{d}t=\frac{1}{10}\int\limits_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}\mathrm{d}t=\frac{\pi}{20}$. $\xrightarrow{\text{Chọn}}$ $\boxed{D}$

Câu 49. Cho $x,\ y,\ z>0;\ a,\ b,\ c>1$ và $a^x=b^y=c^z=\sqrt[3]{abc}$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}-z^2+z$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(1;3)$. **D.** $(2;4)$.

Hướng dẫn giải:

Ta có : $a^x=b^y=c^z=\sqrt[3]{abc}$; suy ra $x=\log_a\sqrt[3]{abc}$, $y=\log_b\sqrt[3]{abc}$, $z=\log_c\sqrt[3]{abc}$ với $x,\ ,y,\ z>0$.

Khi đó : $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{\log_a\sqrt[3]{abc}}+\frac{1}{\log_b\sqrt[3]{abc}}+\frac{1}{\log_c\sqrt[3]{abc}}=\log_{\sqrt[3]{abc}}a+\log_{\sqrt[3]{abc}}b+\log_{\sqrt[3]{abc}}c$

$=\log_{\sqrt[3]{abc}}(abc)=3$. Suy ra : $\boxed{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=3-\frac{1}{z}}$.

Thay vào biểu thức P, ta được : $P=f(z)=3-\frac{1}{z}-z^2+z\ (z>0)$; $f'(z)=\frac{-2z^3+z^2+1}{z^2}=0\Leftrightarrow z=1$.

Bảng biến thiên:

x	0		1		$+\infty$
$f'(z)$		$+$	0	$-$	
$f(z)$	$-\infty$	$\nearrow$	$f(1)$	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $\max\limits_{(0;+\infty)} f(z) = f(1) = 2$.

Vậy $\max P = 2$. $\xrightarrow{\text{Chọn}} \boxed{C}$

Câu 50. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + m^2 - 2m$. Gọi S tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn $3\max\limits_{[-3;1]} f(|x|) + 2\min\limits_{[-3;1]} f(|x|) \le 112$. Số phần tử của S bằng

A. 11. **B.** 12. **C.** 9. **D.** 10.

Hướng dẫn giải:

Xét hàm số $f(|x|) = |x|^3 - 3|x|^2 + m^2 - 2m$ (1). Đặt $t = |x|$; $x \in [-3;1] \Rightarrow t \in [0;3]$.

Hàm số (1) trở thành $f(t) = t^3 - 3t^2 + m^2 - 2m$, $t \in [0;3]$; $f'(t) = 3t^2 - 6t = 0 \Leftrightarrow t = 2$.

Ta có: $f(0) = m^2 - 2m$; $f(2) = m^2 - 2m - 4$; $f(3) = m^2 - 2m$.

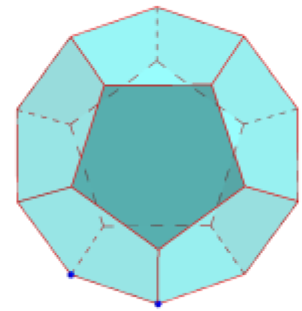
Suy ra: $\begin{cases} \min\limits_{[-3;1]} f(|x|) = \min\limits_{[0;3]} f(t) = m^2 - 2m - 4 \\ \max\limits_{[-3;1]} f(|x|) = \max\limits_{[0;3]} f(t) = m^2 - 2m \end{cases}$.

Ta có: $3\max\limits_{[-3;1]} f(|x|) + 2\min\limits_{[-3;1]} f(|x|) \le 112 \Leftrightarrow 3(m^2 - 2m) + 2(m^2 - 2m - 4) \le 112$

$\Leftrightarrow 5m^2 - 10m - 120 \le 0 \Leftrightarrow -4 \le m \le 6$. Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-4; -3; ...; 6\}$.

Vậy có 11 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán. $\xrightarrow{\text{Chọn}} \boxed{A}$

Đề 2



Câu 51. Hình mười hai mặt đều có số đỉnh, số cạnh và số mặt lần lượt là

A. $20,\ 30,\ 12$.

B. $30,\ 20,\ 12$.

C. $30,\ 12,\ 20$.

D. $12,\ 20,\ 30$.

Câu 52. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua điểm $M(2;-1;3)$ và có véctơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-2;-4)$ là

A. $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+3}{-4}$.

B. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-3}{-4}$.

C. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+4}{3}$.

D. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-4}{3}$.

Câu 53. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	||	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1 || -1	$\nearrow$	3	$\searrow$	2

Hỏi hàm số có bao nhiêu cực trị?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2 . **D.** 4 .

Câu 54. Một hình nón có diện tích xung quanh bằng $2\pi\ cm^2$ và bán kính đáy $r=\dfrac{1}{2}$cm. Tính độ dài đường sinh của hình nón.

A. 1cm . **B.** 4cm . **C.** 2cm . **D.** 3cm .

Câu 55. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x+2022$ là

A. $2x^2+C$. **B.** $x^2+2022x+C$. **C.** x^2+C. **D.** $2x^2+2022x+C$.

Câu 56. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2+2x}>27$ là

A. $(-\infty;-3)\cup(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$. **C.** $(-1;3)$. **D.** $(-3;1)$.

Câu 57. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(1;-2;3)$ đến mặt phẳng $(P): x+3y-4z+9=0$ là

A. $\dfrac{17}{\sqrt{26}}$. **B.** $\sqrt{8}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{26}}{13}$. **D.** $\dfrac{4\sqrt{26}}{13}$.

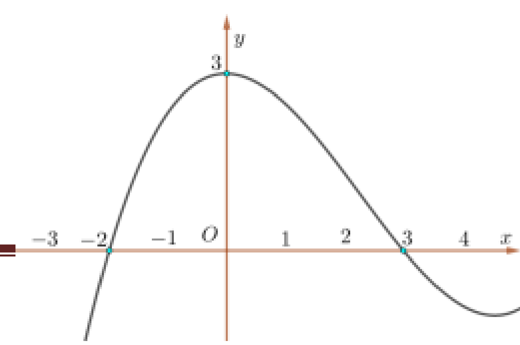
Câu 58. Diện tích toàn phần của hình lập phương cạnh $3a$ là

A. $72a^2$. **B.** $54a^2$.

C. $36a^2$. **D.** $9a^2$.

Câu 59. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hãy chỉ ra một khoảng đồng biến của hàm số đã cho.

A. $(0;3)$.



B. $(3;4)$.

C. $(-3;-2)$.

D. $(-2;-1)$.

Câu 60. Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to-\infty} y=2$, $\lim\limits_{x\to 2^+} y=0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

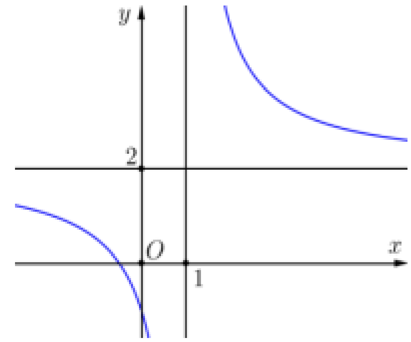
A. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $x=2$ và tiệm cận đứng $y=2$.

B. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang và tiệm cận đứng $x=2$.

C. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=2$ và và không có tiệm cận đứng.

D. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=2$ và tiệm cận đứng $x=2$.

Câu 61. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ ?



A. $y=x^4-3x^2+1$.

B. $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$.

C. $y=\dfrac{x-1}{x-2}$.

D. $y=-x+2$.

Câu 62. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-2z-7=0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A. $\sqrt{7}$. **B.** 3. **C.** 9. **D.** $\sqrt{15}$.

Câu 63. Cho hai số phức $z_1=1+2i$ và $z_2=2-3i$. Phần ảo của số phức $w=3z_1-2z_2$ là

A. 1 . **B.** 11 . **C.** 12 . **D.** $12i$.

Câu 64. Cho hàm số $f(x)=\ln x-\dfrac{x}{2}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 65. Cho các số dương a,b,c,d. Biểu thức $M=\log\dfrac{a}{b}+\log\dfrac{b}{c}+\log\dfrac{c}{d}+\log\dfrac{d}{a}$ bằng

A. 1 . **B.** $\log\left(\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{c}+\dfrac{c}{d}+\dfrac{d}{a}\right)$. **C.** 0 . **D.** $\log(abcd)$.

Câu 66. Tập nghiệm của phương trình $\log_6\left[x(5-x)\right]=1$

A. $\{-1;6\}$. **B.** $\{2;3\}$. **C.** $\{1;-6\}$. **D.** $\{4;6\}$.

Câu 67. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có I, J tương ứng là trung điểm của BC, BB'. Góc giữa hai đường thẳng AC, IJ bằng

A. 30^0. **B.** 120^0. **C.** 60^0. **D.** 45^0.

Câu 68. Tập xác định của hàm số $y=\ln\left|2-x^2\right|$ là:

A. $(-2;2)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{-\sqrt{2};\sqrt{2}\right\}$.

Câu 69. Gọi z_1, z_2 là nghiệm của phương trình $z^2-2z+4=0$. Tính giá trị của biểu thức $P=\dfrac{z_1^2}{z_2}+\dfrac{z_2^2}{z_1}$.

A. 4. **B.** -4. **C.** 8. **D.** $-\dfrac{11}{4}$.

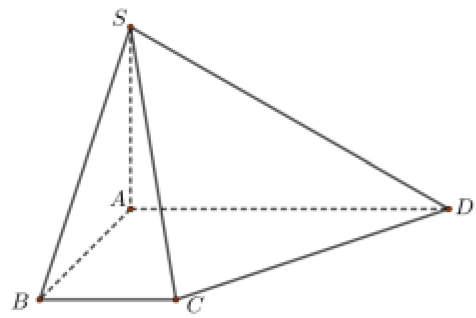
Câu 70. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua hai điểm $A(0;1;1)$, $B(-1;0;2)$ và vuông góc với mặt phẳng (P): $x-y+z+1=0$ là

A. $y-z-2=0$. **B.** $y+z+2=0$. **C.** $y+z-2=0$. **D.** $-y+z-2=0$.

Câu 71. Cho hàm số $y=\dfrac{1}{x+1+\ln x}$ với $x>0$. Khi đó $-\dfrac{y'}{y^2}$ bằng

A. $\dfrac{x+1}{1+x+\ln x}$. **B.** $\dfrac{x}{1+x+\ln x}$. **C.** $1+\dfrac{1}{x}$. **D.** $\dfrac{x}{x+1}$.

Câu 72. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, $AB=a$, $AD=3a$, $BC=a$. Biết $SA=a\sqrt{3}$, tính thể tích khối chóp $S.BCD$ theo a.



A. $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

C. $\dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **D.** $2\sqrt{3}a^3$.

Câu 73. Gọi A,B,C lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức $z_1=2$, $z_2=4i$, $z_3=2+4i$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy. Tính diện tích tam giác ABC.

A. 8. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 74. Cho hàm số $y=2x^4-6x^2$ có đồ thị (C). Số giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng $y=4$ là:

A. 4. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 75. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;2)$ và $B(3;-1;-3)$. Đường thẳng AB có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-2}{5}$. **B.** $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z+2}{-5}$.

C. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+2}{-5}$. **D.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-7}{-5}$.

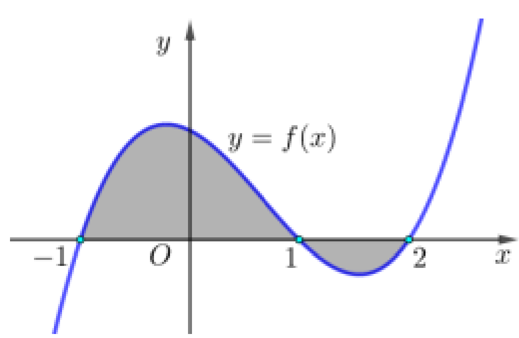
Câu 76. Cho z_1,z_2 là 2 nghiệm phức của phương trình $z^2+2z+5=0$, trong đó z_1 là số phức có phần ảo âm. Khi đó z_1+3z_2 bằng:

A. $-4+4i$. **B.** $4+4i$. **C.** $-4-4i$. **D.** $4-4i$.

Câu 77. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $3a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho

A. $V=\dfrac{4a^3}{3}$. **B.** $V=4\sqrt{7}a^3$. **C.** $V=\dfrac{4\sqrt{7}a^3}{9}$. **D.** $V=\dfrac{4\sqrt{7}a^3}{3}$.

Câu 78. Gọi S là diện tích miền hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên dưới. Công thức tính S là



A. $S=\int\limits_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

B. $S=\int\limits_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_{1}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

C. $S=-\int\limits_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

D. $S=\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 79. Tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức z thoả $|z+1-2i|=3$.

A. Đường tròn tâm $I(-1;2)$, bán kính $r=9$.
B. Đường tròn tâm $I(1;2)$, bán kính $r=9$.
C. Đường tròn tâm $I(1;-2)$, bán kính $r=3$.
D. Đường tròn tâm $I(-1;2)$, bán kính $r=3$.

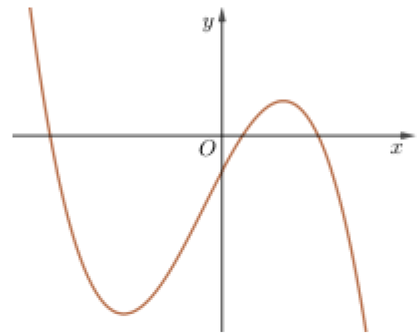
Câu 80. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=-1, q=-\frac{1}{10}$. Số $\frac{1}{10^{103}}$ là số hạng thứ mấy của dãy

A. Số hạng thứ 101.
B. Số hạng thứ 104.
C. Số hạng thứ 102.
D. Số hạng thứ 103.

Câu 81. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $(z-2)^2+1=0$. Môđun của số phức $z_0 i$ bằng

A. 5.
B. $\sqrt{2}$.
C. $\sqrt{5}$.
D. 2.

Câu 82. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a>0,\ b<0,\ c<0,\ d>0$.
B. $a<0,\ b>0,\ c>0,\ d<0$.
C. $a<0,\ b<0,\ c>0,\ d<0$.
D. $a<0,\ b>0,\ c<0,\ d<0$.

Câu 83. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $(1+i)z+\bar{z}$ là số thuần ảo và $|z-2i|=1$

A. 2.
B. 1.
C. 0.
D. Vô số.

Câu 84. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ đáy là tam giác vuông cân tại B, $AC=a\sqrt{2}$, biết góc giữa $(A'BC)$ và đáy bằng 60°. Tính thể tích V của khối lăng trụ.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.
B. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.
C. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.
D. $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 85. Biết $\int_1^{e}\frac{(x+1)\ln x+2}{1+x\ln x}\mathrm{d}x=a.\mathrm{e}+b\ln\left(\frac{\mathrm{e}+1}{\mathrm{e}}\right)$ trong đó a, b là các số nguyên. Khi đó tỉ số $\frac{a}{b}$ là

A. $\frac{1}{2}$.
B. 1.
C. 3.
D. 2.

Câu 86. Cho hình chóp $S.ABC$ có $ASB=BSC=CSA=60^\circ$, $SA=a$, $SB=2a$, $SC=4a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a.

A. $\frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$.
B. $\frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$.
C. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.
D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 87. Bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-2x}>\frac{1}{8}$ có tập nghiệm là khoảng $(a;b)$. Khi đó giá trị của $a-b$ là

A. -2.
B. 2.
C. 4.
D. -4.

Câu 88. Đồ thị hàm số nào sau đây có 2 đường tiệm cận đứng?

A. $y=\log_2(x^2-1)$.
B. $y=\frac{x^2-1}{x^2-3x+2}$.
C. $y=\frac{x+2}{x-1}$.
D. $y=\sqrt{x}$.

Câu 89. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;0;-3)$ và đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=-t\\y=1+3t\\z=5-t\end{cases}$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng Δ có phương trình là:

A. $-x+3y-z=0$. **B.** $x-3y+z+1=0$. **C.** $3y-z-3=0$. **D.** $x+3y-z-5=0$.

Câu 90. Tập nghiệm của bất phương trình $\ln x^2>\ln(4x-4)$ là

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)\backslash\{2\}$. **D.** $\mathbb{R}\backslash\{2\}$.

Câu 91. Số ca nhiễm Covid-19 trong cộng đồng ở một tỉnh vào ngày thứ x trong một giai đoạn được ước tính theo công thức $f(x)=A.e^{rx}$, trong đó A là số ca nhiễm ở ngày đầu của giai đoạn, r là tỷ lệ gia tăng số ca nhiễm hàng ngày của giai đoạn đó và trong cùng một giai đoạn thì r không đổi. Giai đoạn thứ nhất tính từ ngày tỉnh đó có 9 ca bệnh đầu tiên và không dùng biện pháp phòng chống lây nhiễm nào thì đến ngày thứ 6 số ca bệnh của tỉnh là 180 ca. Giai đoạn thứ hai (kể từ ngày thứ 7 trở đi) tỉnh đó áp dụng các biện pháp phòng chống lây nhiễm nên tỷ lệ gia tăng số ca nhiễm hàng ngày giảm đi 10 lần so với giai đoạn trước. Đến ngày thứ 6 của giai đoạn thứ hai thì số ca bệnh của tỉnh đó gần nhất với số nào sau đây?

A. 242. **B.** 90. **C.** 16. **D.** 422.

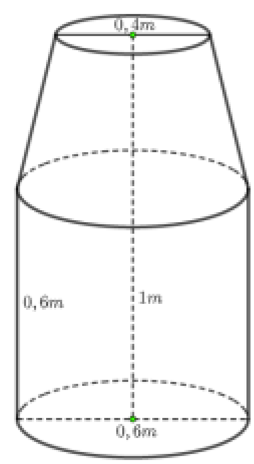
Câu 92. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$, với $a,\ b,\ c$ là các số thực, $a\neq 0$. Biết $\lim\limits_{x\to+\infty}y=+\infty$, hàm số có ba điểm cực trị và phương trình $y=0$ vô nghiệm. Hỏi trong 3 số $a,\ b,\ c$ có bao nhiêu số dương?

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 93. Cho a,b,c là các số thực khác 0 thỏa mãn $4^a=25^b=10^c$. Tính $T=\dfrac{c}{a}+\dfrac{c}{b}$.

A. $T=\dfrac{1}{2}$. **B.** $T=2$. **C.** $T=\sqrt{10}$. **D.** $T=\dfrac{1}{10}$.

Câu 94. Tính thể tích của thùng đựng nước có hình dạng và kích thước như hình vẽ



A. $\dfrac{0,238\pi}{4}\left(m^3\right)$.

B. $\dfrac{0,238\pi}{\sqrt{3}}\left(m^3\right)$.

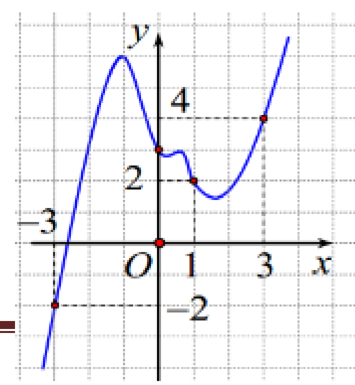
C. $\dfrac{0,238\pi}{3}\left(m^3\right)$.

D. $\dfrac{0,238\pi}{\sqrt{2}}\left(m^3\right)$.

Câu 95. Có 8 chiếc ghế được kê thành một hàng ngang. Xếp ngẫu nhiên 8 học sinh, gồm 3 học sinh lớp A, 3 học sinh lớp B và 2 học sinh lớp C, ngồi vào ghế đó, sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh. Xác suất để có đúng 2 học sinh lớp A ngồi cạnh nhau bằng $\dfrac{a}{b}$ với $a,\ b\in\mathbb{N}$, $(a;b)=1$. Khi đó giá trị $a+b$ là

A. 43. **B.** 93. **C.** 101. **D.** 21.

Câu 96. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị $y=f'(x)$ cho như hình dưới đây. Đặt $g(x)=2f(x)-(x+1)^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng.



A. $g(1)<g(3)<g(-3)$.

B. $g(1)>g(3)>g(-3)$.

C. $g(-3)>g(1)>g(3)$.

D. $g(1) > g(-3) > g(3)$.

Câu 97. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết $AC = 2a,\ BD = 4a$. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SC.

A. $\dfrac{a\sqrt{15}}{2}$. **B.** $\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\dfrac{2a\sqrt{15}}{3}$. **D.** $\dfrac{4a\sqrt{1365}}{91}$.

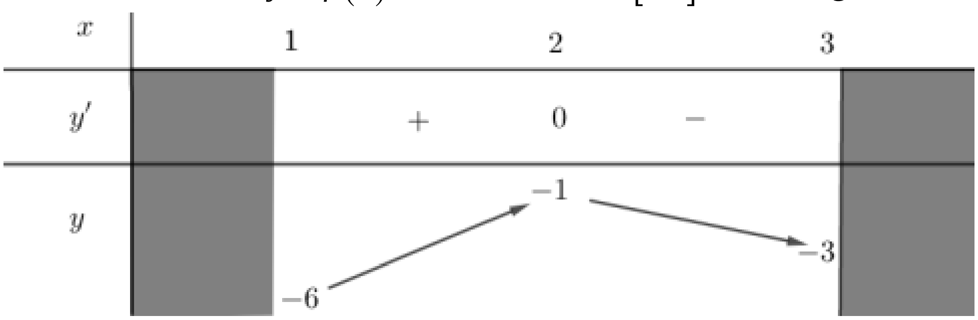
Câu 98. Xét các số thực dương $a, b, c > 1$ với $a > b$ thỏa $4(\log_a c + \log_b c) = 25\log_{ab} c$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log_b a + \log_a c + \log_c b$ bằng

A. 5. **B.** 3. **C.** 8. **D.** $\dfrac{17}{2}$.

Câu 99. Giả sử z_1, z_2 là hai trong số các số phức z thỏa mãn $\left|iz + \sqrt{2} - i\right| = 1$ và $\left|z_1 - z_2\right| = 2$. Giá trị lớn nhất của $\left|z_1\right| + \left|z_2\right|$ bằng

A. 4. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $3\sqrt{2}$. **D.** 3.

Câu 100. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[1;3]$ và có bảng biến thiên như sau:



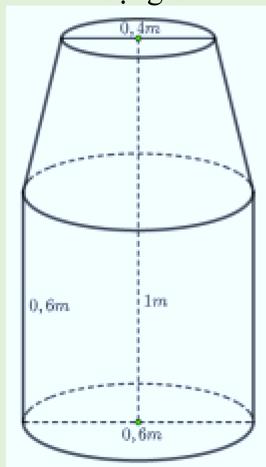
Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x-1) = \dfrac{m}{x^2 - 6x + 12}$ có hai nghiệm phân biệt trên đoạn $[2;4]$. Tổng các phần tử của S là

A. -297. **B.** -294. **C.** -75. **D.** -72.

HẾT

ÑAÙP AÙN ÑEÀ SOÁ 02									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	B	C	B	B	A	D	B	D	C
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	B	C	A	C	B	C	D	B	C
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
C	A	D	B	D	A	D	B	D	B
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
C	C	A	A	B	C	D	A	B	C
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	C	B	C	A	B	D	A	A	C

Câu 44. Tính thể tích của thùng đựng nước có hình dạng và kích thước như hình vẽ



A. $\dfrac{0,238\pi}{4}\left(m^3\right)$. **B.** $\dfrac{0,238\pi}{\sqrt{3}}\left(m^3\right)$. **C.** $\dfrac{0,238\pi}{3}\left(m^3\right)$. **D.** $\dfrac{0,238\pi}{\sqrt{2}}\left(m^3\right)$.

Hướng dẫn giải:

Thể tích của thùng đựng nước là: $\boxed{V=V_1+V_2}$ với V_1 là thể tích khối trụ có đường kính đáy bằng $2R_1=0,6\ m$ và chiều cao $h_1=0,6\ m$; V_2 là thể tích khối nón cụt có đường kính đáy lớn $2R_1=0,6\ m$ và đường kính đáy nhỏ $2R_2=0,4\ m$ và chiều cao $h_2=1-0,6=0,4\ m$.

Khi đó: $V_1=\pi R_1^2.h_1=\pi.(0,3)^2.0,6=\boxed{\dfrac{27\pi}{500}}\left(m^3\right)$;

$V_2=\dfrac{1}{3}\pi h_2\left(R_1{}^2+R_2{}^2+R_1R_2\right)=\dfrac{1}{3}\pi.0,4.(0,09+0,04+0,06)=\boxed{\dfrac{19\pi}{750}}\left(m^3\right)$.

Vậy $V=V_1+V_2=\dfrac{27\pi}{500}+\dfrac{19\pi}{750}=\dfrac{199}{1500}\pi\left(m^3\right)=\boxed{\dfrac{0,238\pi}{3}}\left(m^3\right)$. $\xrightarrow{\text{Chọn}}\boxed{C}$

Câu 45. Có 8 chiếc ghế được kê thành một hàng ngang. Xếp ngẫu nhiên 8 học sinh, gồm 3 học sinh lớp A, 3 học sinh lớp B và 2 học sinh lớp C, ngồi vào ghế đó, sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh. Xác suất để có đúng 2 học sinh lớp A ngồi cạnh nhau bằng $\dfrac{a}{b}$ với $a,b\in\mathbb{N},(a;b)=1$. Khi đó giá trị $a+b$ là

A. 43. **B.** 93. **C.** 101. **D.** 21.

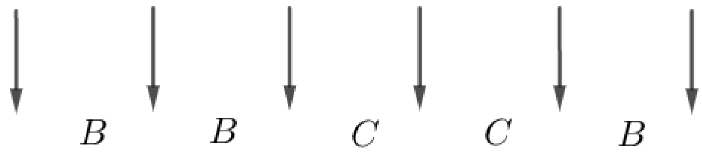
Hướng dẫn giải:

Gọi Ω là không gian mẫu. Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=8!$.

Gọi X là biến cố: "Xếp được hàng có đúng 2 học sinh lớp *A* ngồi cạnh nhau".
Việc xếp hàng thỏa mãn biến cố *X* được thực hiện như sau:

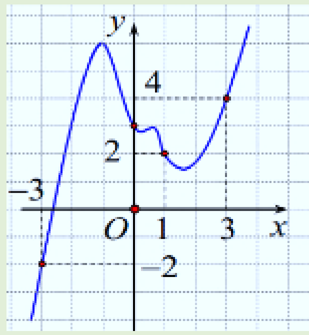
- Chia các học sinh lớp *A* thành hai nhóm (có thứ tự), ta có $A_3^2.1$ (cách xếp).
- Xếp 5 học sinh không phải lớp *A* thành một hàng ngang, ta có $5!$ (cách xếp).
- Ta có thể xếp các nhóm của lớp *A* vào một trong các vị trí: ở giữa hai bạn liên tiếp đã xếp trước hoặc ở hai vị trí đầu hàng đã xếp trước, ta có A_6^2 (cách xếp).

  Khi đó, số biến cố thuận lợi của *X* là: $n(X)=5!.A_3^2.A_6^2=21\,600$.



Xác suất cần tìm là: $P(X)=\dfrac{n(X)}{n(\Omega)}=\dfrac{21\,600}{8!}=\dfrac{15}{28}\Rightarrow a=15,\ b=28\Rightarrow a+b=43$. $\xrightarrow{\text{Chọn}}\boxed{A}$

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên ℝ có đồ thị $y=f'(x)$ cho như hình dưới đây. Đặt $g(x)=2f(x)-(x+1)^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng.



A. $g(1)<g(3)<g(-3)$. **B.** $g(1)>g(3)>g(-3)$.

C. $g(-3)>g(1)>g(3)$. **D.** $g(1)>g(-3)>g(3)$.

Hướng dẫn giải:

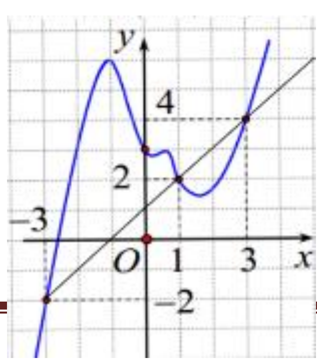
Xét $g(x)=2f(x)-(x+1)^2$; $g'(x)=2f'(x)-(2x+2)=2\left[f'(x)-(x+1)\right]=0\Leftrightarrow\boxed{f'(x)=x+1}$.

Vẽ đường thẳng $y=x+1$ trên cùng hệ trục tọa độ với đồ thị $y=f'(x)$ (Xem hình).

Ta có: $g'(x)=0\Leftrightarrow f'(x)=x+1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-3\\x=1\\x=3\end{array}\right.$.

Nhận xét:

- Ta thấy khi $x\in[-3;1]$ thì đồ thị hàm $y=f'(x)$ nằm phía trên đồ thị hàm $y=x+1$, do vậy $f'(x)-(x+1)>0\Rightarrow g'(x)=2\left[f'(x)-(x+1)\right]>0\Rightarrow\int_{-3}^{1}g'(x)\mathrm{d}x>0$. Lý luận tương tự, ta có: $\int_{1}^{3}g'(x)dx<0$.
- Xét $\int_{-3}^{3}g'(x)\mathrm{d}x=\int_{-3}^{1}g'(x)\mathrm{d}x+\int_{1}^{3}g'(x)\mathrm{d}x=S_1-S_2>0$ với S_1, S_2 là các phần diện tích tương ứng trong hình vẽ. Từ đó, ta có lời giải bên dưới.



Xét $\int_{-3}^{1}g'(x)\mathrm{d}x=2\int_{-3}^{1}\left[f'(x)-(x+1)\right]\mathrm{d}x>0$

$\Rightarrow g(1)-g(-3)>0\Leftrightarrow\boxed{g(1)>g(-3)}$ (1).

Xét $\int_{1}^{3}g'(x)\mathrm{d}x=2\int_{1}^{3}\left[f'(x)-(x+1)\right]\mathrm{d}x<0$

$$\Rightarrow g(3)-g(1)<0 \Leftrightarrow \boxed{g(3)<g(1)} \quad (2).$$

Xét $\int_{-3}^{3} g'(x)\mathrm{d}x > 0 \Rightarrow g(3)-g(-3)>0 \Leftrightarrow \boxed{g(3)>g(-3)}$.

Vậy ta có $g(1)>g(3)>g(-3)$. $\xrightarrow{\text{Chọn}} \boxed{B}$

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết $AC=2a,\ BD=4a$. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SC.

A. $\frac{a\sqrt{15}}{2}$. **B.** $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{2a\sqrt{15}}{3}$. **D.** $\frac{4a\sqrt{1365}}{91}$.

Hướng dẫn giải:

Trong (ABCD), gọi $O=AC\cap BD$. Ta có: $OA=a$, $OB=2a$.

Xét tam giác OAB vuông tại O. Ta có $AB=\sqrt{OA^2+OB^2}=\sqrt{a^2+(2a)^2}=a\sqrt{5}$.

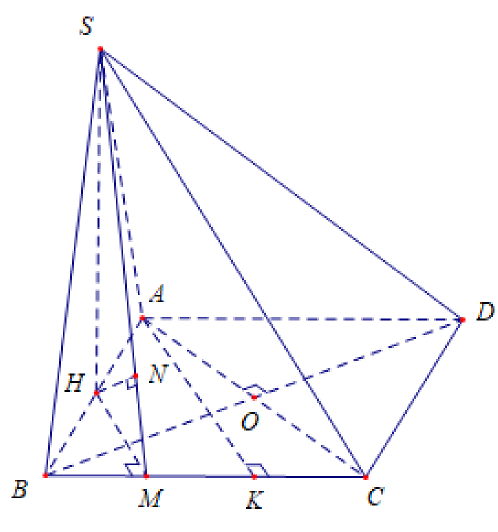
Gọi H là trung điểm AB, vì ΔSAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy nên

$SH\perp(ABCD)$ và $\boxed{SH=\frac{a\sqrt{5}.\sqrt{3}}{2}=\frac{a\sqrt{15}}{2}}$.

Ta có: $AD//(SBC)$, $SC\subset(SBC) \Rightarrow \boxed{d(AD,SC)=d(AD,(SBC))=d(A,(SBC))}$.

Ta lại có: $\frac{d(H,(SBC))}{d(A,(SBC))}=\frac{HB}{AB}=\frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{d(A,(SBC))=2d(H,(SBC))}$.

Trong (ABCD), kẻ HM vuông góc với BC tại M. Kẻ đường cao HN của tam giác SHM. Ta chứng minh được: $HN\perp(SBC)$ hay $\boxed{d(H,(SBC))=HN}$.



Ta có: $S_{ABCD}=\frac{1}{2}.4a.2a=4a^2 \Rightarrow S_{\Delta ABC}=2a^2$.

Suy ra $S_{\Delta HBC}=\frac{1}{2}S_{\Delta ABC}=a^2$ (do H là trung điểm AB).

Mặt khác: $S_{\Delta HBC}=\frac{1}{2}HM.BC \Leftrightarrow a^2=\frac{1}{2}HM.a\sqrt{5}$

$\Rightarrow \boxed{HM=\frac{a^2}{a\sqrt{5}}=\frac{2a\sqrt{5}}{5}}$.

Xét tam giác SHM vuông tại H ta có:

$$HN=\frac{SH.HM}{\sqrt{SH^2+HM^2}}=\frac{\frac{a\sqrt{15}}{2}.\frac{2a\sqrt{5}}{5}}{\sqrt{\frac{15a^2}{4}+\frac{20a^2}{25}}}=\frac{2a\sqrt{1365}}{91}.$$

Vậy $d(AD,SC)=2HN=\frac{4a\sqrt{1365}}{91}$. $\xrightarrow{\text{Chọn}} \boxed{D}$

Câu 48. Xét các số thực dương $a,\ b,\ c>1$ với $a>b$ thỏa $4(\log_a c+\log_b c)=25\log_{ab} c$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\log_b a+\log_a c+\log_c b$ bằng

A. 5. **B.** 3. **C.** 8. **D.** $\frac{17}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $4\left(\log_a c+\log_b c\right)=25\log_{ab} c \Leftrightarrow 4\left(\dfrac{1}{\log_c a}+\dfrac{1}{\log_c b}\right)=25\left(\dfrac{1}{\log_c a+\log_c b}\right)$

$\Leftrightarrow 4\left(\log_c a+\log_c b\right)^2=25\left(\log_c a\right).\left(\log_c b\right) \Leftrightarrow 4\left(\log_c a\right)^2-17.\left(\log_c a\right).\left(\log_c b\right)+4\left(\log_c b\right)^2=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_c a=4\log_c b\\ \log_c a=\dfrac{1}{4}\log_c b\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a=b^4\\ b=a^4\end{array}\right.$. Vì $a>b>1$ nên $b=a^4$ không thỏa mãn.

Với $a=b^4$, ta có: $P=\log_b b^4+\log_{b^4} c+\log_c b=4+\dfrac{1}{4}\log_b c+\log_c b$.

Vì $b, c>1$ nên $\log_b c,\ \log_c b>0$. Do vậy $P=4+\underbrace{\dfrac{1}{4}\log_b c+\log_c b}_{AM-GM}\geq 4+2\sqrt{\dfrac{1}{4}\left(\log_b c\right).\left(\log_c b\right)}=5$.

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow \dfrac{1}{4}\log_b c=\log_c b \Leftrightarrow \left(\log_b c\right)^2=4 \Rightarrow \log_b c=2 \Leftrightarrow c=b^2$.

Vậy $\min P=5$, khi đó $a=b^4=c^2$. $\xrightarrow{\text{Chọn}} \boxed{A}$

Câu 49. Giả sử z_1, z_2 là hai trong số các số phức z thỏa mãn $\left|iz+\sqrt{2}-i\right|=1$ và $\left|z_1-z_2\right|=2$. Giá trị lớn nhất của $\left|z_1\right|+\left|z_2\right|$ bằng

A. 4. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $3\sqrt{2}$. **D.** 3.

Hướng dẫn giải:

Ta có $\left|iz+\sqrt{2}-i\right|=1 \Leftrightarrow \left|i\left[z-\left(1+i\sqrt{2}\right)\right]\right|=1 \Leftrightarrow |i|\left|z-\left(1+i\sqrt{2}\right)\right|=1 \Leftrightarrow \left|z-\left(1+i\sqrt{2}\right)\right|=1$ (1).

Gọi $z_0=1+i\sqrt{2}$ là số phức có điểm biểu diễn là $I\left(1;\sqrt{2}\right)$; A, B là các điểm biểu diễn của z_1, z_2.

Từ (1) suy ra $IA=IB=1$ mà $\left|z_1-z_2\right|=2$ tức là $AB=2$ nên I là trung điểm của AB.

Ta có : $\left|z_1\right|+\left|z_2\right|=\underbrace{1.OA+1.OB\leq\sqrt{2\left(OA^2+OB^2\right)}}_{Bianhiakopxki}=\sqrt{2\left(2OI^2+\dfrac{AB^2}{2}\right)}=\sqrt{4OI^2+AB^2}=\sqrt{16}=4$.

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow OA=OB=2 \Leftrightarrow \left|z_1\right|=\left|z_2\right|=2$. Vậy giá trị lớn nhất của $\left|z_1\right|+\left|z_2\right|$ bằng 4.

$\xrightarrow{\text{Chọn}} \boxed{A}$

Câu 50. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[1;3\right]$ và có bảng biến thiên như sau:

x	1		2		3
y'		+	0	−	
y	-6	↗	-1	↘	-3

Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(x-1\right)=\dfrac{m}{x^2-6x+12}$ có hai nghiệm phân biệt trên đoạn $\left[2;4\right]$. Tổng các phần tử của S là

A. -297. **B.** -294. **C.** -75. **D.** -72.

Hướng dẫn giải:

Xét hàm số $y=f\left(x-1\right)$ trên $\left[2;4\right]$. Ta có: $x-1=1\Rightarrow x=2;\ x-1=2\Rightarrow x=3;\ x-1=3\Rightarrow x=4$.

Ta có bảng biến thiên cho hàm $y = f(x-1)$ như sau:

x	2		3		4
y'		$+$	0	$-$	
$y = f(x-1)$	-6	$\nearrow$	-1	$\searrow$	-3

Đặt $g(x) = \dfrac{m}{x^2 - 6x + 12} = \dfrac{m}{(x-3)^2 + 3}$.

Hàm số $y = g(x)$ xác định trên đoạn $[2;4]$ và có đạo hàm $g'(x) = \dfrac{m(-2x+6)}{(x^2 - 6x + 12)^2}$.

Số nghiệm của phương trình $f(x-1) = \dfrac{m}{x^2 - 6x + 12}$ (1) là số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = f(x-1)$ và $y = g(x) = \dfrac{m}{x^2 - 6x + 12}$.

$\boxed{\text{Trường hợp 1:}}$ $m \geq 0$.

Khi đó $g(x) = \dfrac{m}{(x-3)^2 + 3} \geq 0$, $\forall x \in [2;4]$ mà $f(x-1) \leq -1$, $\forall x \in [2;4]$ nên (1) vô nghiệm.

$\boxed{\text{Trường hợp 2:}}$ $m < 0$. Ta có: $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 3$. Bảng biến thiên của $y = g(x)$ trên đoạn $[2;4]$:

x	2		3		4
y'		$-$	0	$+$	
$y = g(x)$	$g(2)$	$\searrow$	$g(3)$	$\nearrow$	$g(4)$

Dựa vào hai bảng biến thiên của $y = f(x-1)$ và $y = g(x)$, ta khẳng định:

(1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} g(2) \geq -6 \\ g(3) \leq -1 \\ g(4) \geq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{m}{4} \geq -6 \\ \dfrac{m}{3} \leq -1 \\ \dfrac{m}{4} \geq -3 \end{cases} \Leftrightarrow -12 \leq m \leq -3.$

Ta lại có m nguyên suy ra $S = \{-12; -11; ...; -4; -3\}$, số phần tử của S là 10.

Suy ra tổng các phần tử của S là: $\dfrac{(-12-3).10}{2} = -75$. $\xrightarrow{\text{Chọn}} \boxed{C}$

Đề 3

Câu 1. Họ nguyên hàm của hàm số $y = e^{2x} - e^{-x}$ là

A. $\frac{1}{2}e^{2x} - e^{-x} + C$. **B.** $2e^{2x} + e^{-x} + C$. **C.** $2e^{2x} - e^{-x} + C$. **D.** $\frac{1}{2}e^{2x} + e^{-x} + C$.

Câu 2. Tập nghiệm của phương trình : $\log_5 x^2 = 2$ là :

A. $\{5\}$. **B.** $\{\pm 5\}$. **C.** $\{-5\}$. **D.** $\varnothing$.

Câu 3. Trên mặt phẳng tọa độ, cho điểm $M(5;1)$ biểu diễn số phức z. Phần ảo của số phức z là

A. 5. **B.** i. **C.** 1. **D.** $5i$.

Câu 4. Cho (u_n) là một cấp số cộng có $u_1 = 3$ và công sai $d = 2$. Tìm u_{20}.

A. 39. **B.** 43. **C.** 41. **D.** 45.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng (Oyz)?

A. $y + z = 0$. **B.** $x = 0$. **C.** $y = 0$. **D.** $z = 0$.

Câu 6. Cho khối nón có diện tích đáy bằng πa^2 và đường sinh $l = \sqrt{5}a$. Tính thể tích khối nón đó.

A. $V = \frac{2}{3}\pi a^3$. **B.** $V = \frac{8}{3}\pi a^3$. **C.** $V = 2\pi a^3$. **D.** $V = \frac{4}{3}\pi a^3$.

Câu 7. Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Biết $F(1) = -3,\ F(-2) = 12$. Tính $I = \int_{-2}^{1} f(x)\mathrm{d}x$?

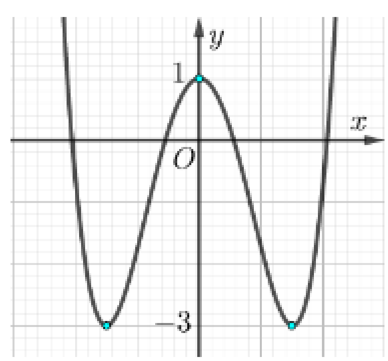
A. $I = 15$. **B.** $I = -36$. **C.** $I = -15$. **D.** $I = 9$.

Câu 8. Tập xác định của hàm số $y = x^{-5}$ là

A. $(-\infty;0)$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

C. $(-\infty;0]$. **D.** $[0;+\infty)$.

Câu 9. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = f(0)$ là



A. 3.
B. 0.
C. 4.
D. 2.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(1;2;3)$ lên trục Oy là điểm

A. $R(1;0;0)$. **B.** $P(1;0;3)$. **C.** $Q(0;2;0)$. **D.** $S(0;0;3)$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=49$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của (S).

A. $I(2;-3;1), R=49$. **B.** $I(2;-3;1), R=\sqrt{7}$. **C.** $I(-2;3;-1), R=7$. **D.** $I(2;-3;1), R=7$.

Câu 12. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{m}{3}x^3-2mx^2+(m-9)x+2021\sqrt{2022}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** Vô số.

Câu 13. Cho tứ diện đều $ABCD$. Gọi M là trung điểm của BC, cosin góc giữa AB và DM bằng

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+7}{-2}$. Đường thẳng Δ đi qua A và song song với d có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1+3t\\y=2+t\\z=3-7t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3+t\\y=1+2t\\z=-7+3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=2+t\\z=3-2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2+t\\y=1+2t\\z=-2+3t\end{cases}$.

Câu 15. Cho $\log_5 2=a$ và $\log_5 3=b$. Biểu diễn $\log_5 360$ dưới dạng $\log_5 360=ma+nb+p$, với m,n,p là các số nguyên. Tính $A=m+n+2p$.

A. $A=9$. **B.** $A=7$. **C.** $A=8$. **D.** $A=10$.

Câu 16. Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A, $AB=2a$ và $AC=a$. Khi quay tam giác ABC xung quanh cạnh góc vuông AB thì đường gấp khúc ACB tạo thành một hình nón. Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng

A. $5\pi a^2$. **B.** $\sqrt{5}\pi a^2$. **C.** $20\pi a^2$. **D.** $2\sqrt{5}\pi a^2$.

Câu 17. Tập nghiệm của bất phương trình $4^x-6.2^x+8<0$ là

A. $(2;4)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$. **D.** $(1;2)$.

Câu 18. Tổng số tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{x^4+x^2-2}$ bằng:

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+(y-1)^2+(z+1)^2=4$ và mặt phẳng (P): $2x+y-2z+1=0$. Khoảng cách từ tâm I của (S) đến (P) bằng

A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $\dfrac{4}{3}$.

Câu 20. Thể tích của vật thể tròn xoay sinh bởi hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-x-6$ và trục hoành quay quanh trục hoành được tính theo công thức

A. $\int_0^1\left(x^2-x-6\right)dx$. **B.** $\pi\int_{-2}^3\left(x^4-2x^3-11x^2+12x+36\right)dx$.

C. $\pi\int_{-2}^3\left(x^2-x-6\right)dx$. **D.** $\pi\int_0^1\left(x^4-2x^3-11x^2+12x+36\right)dx$.

Câu 21. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x^3}{3}+2x^2+3x-4$ trên đoạn $[-4;0]$ lần lượt là M và m. Giá trị của tổng $M+m$ bằng bao nhiêu?

A. $M+m=-\dfrac{4}{3}$. **B.** $M+m=\dfrac{4}{3}$. **C.** $M+m=-\dfrac{28}{3}$. **D.** $M+m=-4$.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $\widehat{SBA}=30^{\circ}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng:

A. $\frac{a^3}{2}$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3}{6}$. **D.** $\frac{a^3}{12}$.

Câu 23. Xét $\int_1^e \frac{\ln x}{2x}\mathrm{d}x$, nếu đặt $u=\ln x$ thì $\int_1^e \frac{\ln x}{2x}\mathrm{d}x$ bằng

A. $2\int_0^1 u\mathrm{d}u$. **B.** $\frac{1}{2}\int_0^1 u\mathrm{d}u$. **C.** $\int_1^e u\mathrm{d}u$. **D.** $\frac{1}{2}\int_1^e u\mathrm{d}u$.

Câu 24. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x+3)+\log_2(3x+1)>0$ là

A. $-\frac{1}{3}<x<2$. **B.** $-\frac{2}{3}<x<2$. **C.** $x<2$. **D.** $x>2$.

Câu 25. Cho khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=2a$, M là trung điểm BC và $A'M=3a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $18a^3\sqrt{2}$. **B.** $3a^3\sqrt{2}$. **C.** $a^3\sqrt{2}$. **D.** $9a^3\sqrt{2}$.

Câu 26. Xét $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\cos x\mathrm{d}x$. Nếu đặt $u=f(x)$ và $\mathrm{d}v=\cos x\mathrm{d}x$ thì

A. $I=\left(f(x)\sin x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}+\int_0^{\frac{\pi}{2}} f'(x)\sin x\mathrm{d}x$. **B.** $I=\left(f(x)\sin x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}-\int_0^{\frac{\pi}{2}} f'(x)\sin x\mathrm{d}x$.

C. $I=-\left(f(x)\sin x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}-\int_0^{\frac{\pi}{2}} f'(x)\sin x\mathrm{d}x$. **D.** $I=-\left(f(x)\sin x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}+\int_0^{\frac{\pi}{2}} f'(x)\sin x\mathrm{d}x$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\frac{x+1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z}{1}$ và mặt phẳng $(P):(2m+1)x-(5m-1)y-(m+1)z-5=0$. Tìm m để Δ song song với (P).

A. $m=-1$. **B.** $m=-3$. **C.** $m=1$. **D.** Không tồn tại m.

Câu 28. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^4-2mx^2+m+1$ có giá trị cực tiểu bằng -1. Tổng các phần tử thuộc S là

A. -2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;-3;0)$, $C(0;0;6)$. Tọa độ một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là

A. $\vec{n}=(2;-3;6)$. **B.** $\vec{n}=(1;-2;3)$. **C.** $\vec{n}=(3;-2;1)$. **D.** $\vec{n}=(3;2;1)$.

Câu 30. Ký hiệu z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2-4z+13=0$. Trên mặt phẳng toạ độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức iz_0?

A. $M_1(3;2)$. **B.** $M_2(2;3)$. **C.** $M_3(2;-3)$. **D.** $M_4(-3;2)$.

Câu 31. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B có $AB=a, AA'=a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng $A'C$ với mặt phẳng $(AA'B'B)$ bằng:

A. 60°. **B.** 30°. **C.** 45°. **D.** 90°.

Câu 32. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int_0^1 x.f'(x)dx=10$ và $f(1)=3$, tính $\int_0^1 f(x)dx$.

A. 30. **B.** 7. **C.** 13. **D.** -7.

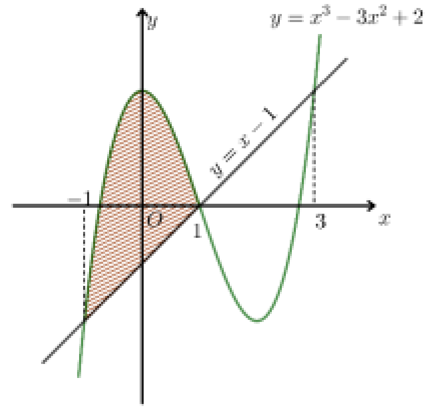
Câu 33. Số phức nào sau đây không phải số thuần ảo?

A. $z = i\sqrt{3}$. **B.** $z = (i+1)i$. **C.** $z = 0$. **D.** $z = \left(1-\sqrt{2}\right)i$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(3;3;4)$ và mặt phẳng $(P): x+2y-z=0$. Gọi A', B' lần lượt là hình chiếu vuông góc của A và B lên mặt phẳng (P). Tính độ dài đoạn thẳng $A'B'$.

A. $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{6}$. **D.** $\dfrac{3}{\sqrt{2}}$.

Câu 35. Diện tích hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $\int\limits_{-1}^{1}(-x^3+3x^2+x-3)dx.$

B. $\int\limits_{-1}^{1}(x^3-3x^2-x+3)dx.$

C. $\int\limits_{-1}^{1}(x^3-3x^2+x+3)dx.$

D. $\int\limits_{-1}^{3}(x^3-3x^2-x+3)dx.$

Câu 36. Cường độ trận động đất M (*Richter*) được cho bởi công thức $M = \log A - \log A_0$, với A là biên độ rung chấn tối đa và A_0 là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỷ 20, một trận động đất ở San Francisco có cường độ $8{,}3$ độ *Richter*. Cũng trong cùng năm đó, một trận động đất khác ở Nam Mỹ có cường độ $9{,}3$ độ *Richter*. Hỏi trận động đất ở Nam Mỹ có biên độ rung chấn tối đa gấp mấy lần biên độ trận động đất ở San Francisco?

A. 20. **B.** 10. **C.** 2. **D.** 100.

Câu 37. Có tất cả bao nhiêu giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = mx - m + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + x + 2$ tại ba điểm A, B và $C(1;1)$ phân biệt sao cho $\left(y_A - y_B\right)^2 = 4$.

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật cạnh $AB = 2AD = 2a$. Tam giác SAB đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) bằng

A. a. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{a}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x}{2} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z-1}{1}, d_2: \dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z}{-2}$. Gọi $M(a,b,c)$ là giao điểm của d_1 và d_2. Tính $a+2b+3c$.

A. 2. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 3.

Câu 40. Cho $\int\limits_0^1 \dfrac{dx}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x+1}} = a\sqrt{b} - \dfrac{8}{3}\sqrt{a} + \dfrac{2}{3}\left(a,b \in \mathbb{N}^*\right)$. Tính $a+2b$.

A. $a+2b=-1$. **B.** $a+2b=8$. **C.** $a+2b=7$. **D.** $a+2b=5$.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho đương thẳng $\Delta: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x+2y+2z-6=0$. Phương trình đường thẳng d nằm trong (P) sao cho d cắt, đồng thời vuông góc với Δ là

A. $\begin{cases} x=2+4t \\ y=3+3t \\ z=1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2+4t \\ y=3-3t \\ z=1+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+4t \\ y=3+3t \\ z=-1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2+4t \\ y=3-3t \\ z=-1+t \end{cases}$.

Câu 42. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng $3a\sqrt{2}$. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $3a$, thiết diện thu được là một hình vuông. Thể tích của khối trụ được giới hạn bởi hình trụ đã cho bằng

A. $\frac{108}{3}\pi a^3$. **B.** $54\pi a^3$. **C.** $216\pi a^3$. **D.** $108\pi a^3$.

Câu 43. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{x^4-1}{f^2(x)-4f(x)}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng

A. 2. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, mặt bên SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết rằng góc giữa (SBC) và (ABC) bằng $60°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

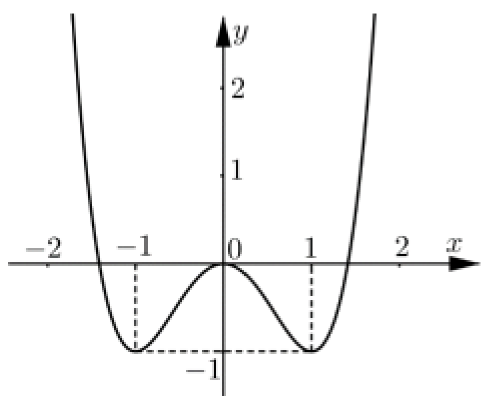
A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\frac{3a^3\sqrt{3}}{16}$.

Câu 45. Cho số phức z thỏa mãn $(1+2i)|z|=\dfrac{\sqrt{10}}{z}-2+i$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $|z|<\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{3}{2}<|z|<2$. **C.** $|z|>2$. **D.** $|z|\in\left[\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right]$.

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của bất phương trình $1+f\left(x^3-3x^2+1\right)\geq\sqrt{2f^2\left(x^3-3x^2+1\right)+2}$ là

A. 3.
B. 5.
C. 4.
D. 2.



Câu 47. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 7 chữ số. Lấy ngẫu nhiên một số từ tập S. Xác suất để số lấy được có tận cùng là 3 và chia hết cho 7 (làm tròn đến chữ số phần nghìn) có dạng $\overline{0,abc}$. Tính $a^2+b^2+c^2$.

A. 15. **B.** 10. **C.** 17. **D.** 16.

Câu 48. Cho các số thực dương $a;b;c$ khác 1 và thỏa mãn điều kiện $\log_a^2 b+\log_b^2 c+2\log_b \frac{c}{b}=\log_a \frac{c}{a^3b}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\log_a ab-\log_b bc$. Tìm giá trị của biểu thức $S=2m^2+9M^2$.

A. $S=28$. **B.** $S=25$. **C.** $S=26$. **D.** $S=27$.

Câu 49. Cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z=0$. Điểm $A(2;2;0)$. Viết phương trình mặt phẳng (OAB) biết điểm B là một điểm thuộc mặt cầu (S), có hoành độ dương và tam giác OAB đều.

A. $x-y+2z=0$. **B.** $x-y-2z=0$. **C.** $x-y-z=0$. **D.** $2-y+z=0$.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)=|x^3-3x+m|$. Có tất cả bao nhiêu số nguyên m thuộc khoảng $(-20;20)$ để với mọi bộ ba số thực $a,\ b,\ c\in[-2;1]$ thì $f(a),\ f(b),\ f(c)$ là độ dài ba cạnh của tam giác ?

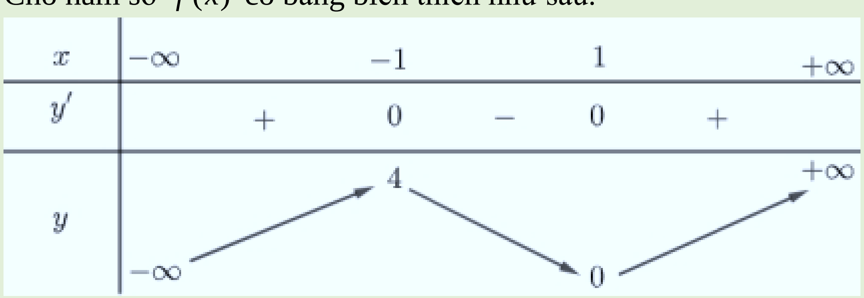
A. 24. **B.** 26. **C.** 28. **D.** 30.

HẾT

ÑAÙP AÙN ÑEÀ SOÁ 03									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D	B	C	C	B	A	C	B	A	C
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	A	C	C	B	B	D	B	D	B
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
C	D	B	D	B	B	C	B	C	A
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
B	D	B	D	B	B	B	D	C	B
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	D	C	B	D	C	C	D	C	B

Lôøi giaûi caâu hoûi vaän duïng cao ñeà soá 03

Câu 43. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau.



Đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{x^4-1}{f^2(x)-4f(x)}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng

A. 2. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Hướng dẫn giải:

Xét $f^2(x)-4f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=0 \\ f(x)=4 \end{array}\right.$.

$f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=x_1 \end{array}\right.$ (trong đó $x=1$ là nghiệm kép, $x=x_1$ là là nghiệm đơn). Không làm mất tính tổng quát, ta biểu diễn $f(x)=a_1(x-1)^2(x-x_1)$, $a_1 \neq 0$.

$f(x)=4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=x_2 \end{array}\right.$ (trong đó $x=-1$ là nghiệm kép, $x=x_2$ là là nghiệm đơn). Không làm mất tính tổng quát, ta biểu diễn $f(x)-4=a_2(x+1)^2(x-x_2)$, $a_2 \neq 0$.

Ta viết lại hàm số ban đầu: $g(x)=\dfrac{(x^2-1)(x^2+1)}{f(x)\left[f(x)-4\right]}$

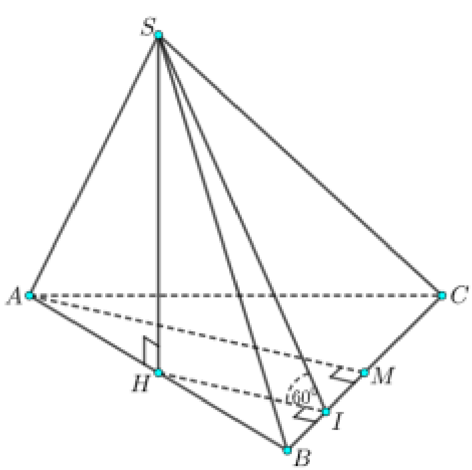
$$=\frac{(x-1)(x+1)(x^2+1)}{a_1(x-1)^2(x-x_1)a_2(x+1)^2(x-x_2)}=\frac{x^2+1}{a_1a_2(x-1)(x+1)(x-x_1)(x-x_2)}.$$

Ta thấy đồ thị hàm số $y=g(x)$ có bốn đường tiệm cận đứng: $x=\pm 1$, $x=x_1$, $x=x_2$. $\xrightarrow{\text{Chọn}} \boxed{C}$

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, mặt bên SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết rằng góc giữa (SBC) và (ABC) bằng $60°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{16}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{16}$.

Hướng dẫn giải:



Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow SH \perp AB$. Ta có $(SAB)\perp(ABC)$ suy ra $SH \perp (ABC)$.

Gọi M là trung điểm của BC và I là trung điểm của BM. Khi đó: $AM \perp BC$ mà $HI // AM$ (tính chất đường trung bình), suy ra $HI \perp BC$.

Vì $\begin{cases} BC \perp HI \\ BC \perp SH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SHI) \Rightarrow BC \perp SI$.

Ta có: $\begin{cases} (SBC)\cap(ABC)=BC \\ HI \perp BC,\ SI \perp BC \end{cases}$

$\Rightarrow \left((SBC),(ABC)\right)=(HI,SI)=SIH=60°$.

Xét ΔABC đều cạnh $a \Rightarrow AM=\dfrac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow HI=\dfrac{1}{2}AM=\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

Xét ΔSHI vuông tại $H \Rightarrow SH=HI\cdot\tan SIH=\dfrac{3a}{4}$.

Thể tích khối chóp: $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}SH\cdot S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{3a}{4}\cdot\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{16}$. $\xrightarrow{\text{Chọn}} \boxed{B}$

Câu 45. Cho số phức z thỏa mãn $(1+2i)|z|=\dfrac{\sqrt{10}}{z}-2+i$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $|z|<\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{3}{2}<|z|<2$. **C.** $|z|>2$. **D.** $|z|\in\left[\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2}\right]$.

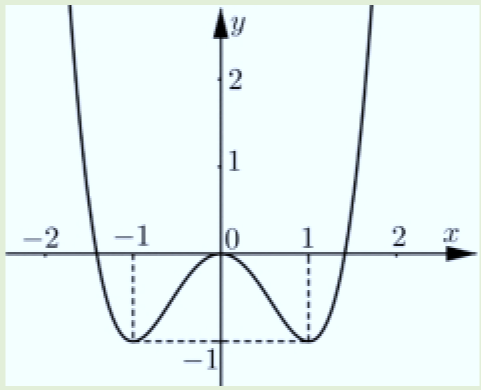
Hướng dẫn giải:

Ta có $(1+2i)|z| = \dfrac{\sqrt{10}}{z} - 2 + i \Leftrightarrow (1+2i)|z| + 2 - i = \dfrac{\sqrt{10}}{z} \Leftrightarrow \left[\underbrace{|z|+2}_{a} + \underbrace{(2|z|-1)}_{b} i\right].z = \sqrt{10}$ (*).

Lấy mô đun 2 vế ta được: $\underbrace{\sqrt{(|z|+2)^2 + (2|z|-1)^2}}_{\sqrt{a^2+b^2}}.|z| = \sqrt{10} \Leftrightarrow \sqrt{5|z|^2+5}.|z| = \sqrt{10}$

$\Leftrightarrow 5|z|^4 + 5|z|^2 - 10 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} |z|^2 = 1\ (n) \\ |z|^2 = -2\ (l) \end{array}\right. \Rightarrow |z| = 1$. Vậy $|z| \in \left[\dfrac{1}{2}; \dfrac{3}{2}\right]$. $\xrightarrow{\text{Chọn}} \boxed{D}$

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của bất phương trình $1 + f\left(x^3 - 3x^2 + 1\right) \ge \sqrt{2f^2\left(x^3 - 3x^2 + 1\right) + 2}$ là



A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 2.

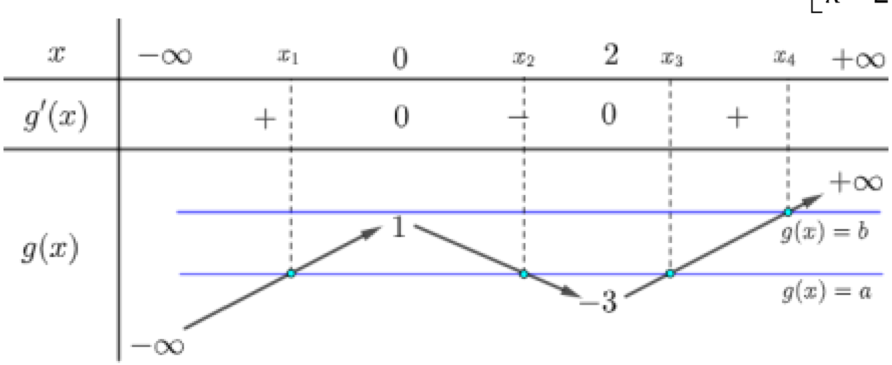
Hướng dẫn giải:

Đặt $t = f\left(x^3 - 3x^2 + 1\right)$. Bất phương trình trở thành: $1 + t \ge \sqrt{2t^2 + 2}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t \ge -1 \\ (1+t)^2 \ge 2t^2 + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \ge -1 \\ -t^2 + 2t - 1 \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow t = 1.$$

Ta có: $f\left(x^3 - 3x^2 + 1\right) = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^3 - 3x^2 + 1 = a \in (-2;-1) \\ x^3 - 3x^2 + 1 = b \in (1;2) \end{array}\right.$.

Xét hàm số $g(x) = x^3 - 3x^2 + 1$, $g'(x) = 3x^2 - 6x$, $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$. Bảng biến thiên $g(x)$:



Ta có: Phương trình $x^3 - 3x^2 + 1 = a \in (-2;-1)$ có ba nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3.

Phương trình $x^3 - 3x^2 + 1 = b \in (1;2)$ có một nghiệm x_4 khác x_1, x_2, x_3.

Vậy bất phương trình đã cho có bốn nghiệm thực. $\xrightarrow{\text{Chọn}} \boxed{C}$

Câu 47. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 7 chữ số. Lấy ngẫu nhiên một số từ tập S. Xác suất để số lấy được có tận cùng là 3 và chia hết cho 7 (làm tròn đến chữ số phần nghìn) có dạng $\overline{0,abc}$. Tính $a^2+b^2+c^2$.

A. 15. **B.** 10. **C.** 17. **D.** 16.

Hướng dẫn giải:

☺ Cách giải 1:

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega)=9.10^6$.

Gọi A là biến cố: "Số lấy được có tận cùng là 3 và chia hết cho 7".

Gọi số tự nhiên có 7 chữ số chia hết cho 7 và có chữ số tận cùng bằng 3 là: $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_63}$.

Ta có: $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_63}=10.\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}+3=\left(3.\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}+7.\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}+3\right)\vdots 7$

$$\Rightarrow\left(3.\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}+3\right)\vdots 7.$$

Đặt: $3.\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}+3=7k\ \left(k\in\mathbb{Z}\right)\Rightarrow\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}=2k-1+\dfrac{k}{3}$ là số nguyên nên $k=3m\ \left(m\in\mathbb{Z}\right)$.

Khi đó : $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}=7m-1$. Do đó: $100\,000\le 7m-1\le 999\,999\Leftrightarrow\underbrace{\dfrac{100\,001}{7}}_{\approx 14\,285,8}\le m\le\underbrace{\dfrac{1\,000\,000}{7}}_{\approx 142\,857,1}$.

Do $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{14\,286;14\,287;...;142\,857\}$. Vì vậy có $142\,857-14\,286+1=128\,572$ giá trị của m thỏa mãn. Suy ra $n(A)=128\,572$.

Xác suất của biến cố A là: $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{128572}{9.10^6}\approx 0,014$. Suy ra: $a=0,\ b=1,\ c=4$.

Vậy $a^2+b^2+c^2=17$. $\xrightarrow{\text{Chọn}} \boxed{C}$

☺ Cách giải 2:

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega)=9.10^6$.

Gọi A là biến cố: "Số tự nhiên lấy được có tận cùng là 3 và chia hết cho 7".

Gọi số tự nhiên thỏa mãn biến cố A là X, ta có: $1\,000\,013\le X\le 9\,999\,983$.

Ta thấy số nhỏ nhất mà X có thể nhận được là $1\,000\,013$, số lớn nhất mà X có thể nhận là $9\,999\,983$. Chênh lệch giữa hai số liên tiếp thỏa mãn đề bài là 70 đơn vị. Vì vậy ta có thể thấy tập hợp các số tự nhiên X sẽ lập nên một cấp số cộng có số hạng đầu là $u_1=1\,000\,013$, công sai $d=70$, số hạng cuối là $9\,999\,983$.

Do vậy số các số tự nhiên mà X có thể nhận là: $\dfrac{9\,999\,983-1\,000\,013}{70}+1=128\,572$ (số).

Suy ra $n(A)=128\,572$. Xác suất của biến cố A là: $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{128572}{9.10^6}\approx 0,014$.

Suy ra: $a=0,\ b=1,\ c=4$. Vậy $a^2+b^2+c^2=17$. $\xrightarrow{\text{Chọn}} \boxed{C}$

Câu 48. Cho các số thực dương $a;b;c$ khác 1 và thỏa mãn điều kiện $\log_a^2 b+\log_b^2 c+2\log_b\dfrac{c}{b}=\log_a\dfrac{c}{a^3b}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\log_a ab-\log_b bc$. Tìm giá trị của biểu thức $S=2m^2+9M^2$.

A. $S=28$. **B.** $S=25$. **C.** $S=26$. **D.** $S=27$.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $P=\log_a ab-\log_b bc=\log_a b-\log_b c$. Đặt $\log_a b=x\Rightarrow\begin{cases}\log_b c=x-P\\ \log_a c=\log_a b.\log_b c=x(x-P)\end{cases}$.

Ta có: $\log_a^2 b+\log_b^2 c+2\log_b\frac{c}{b}=\log_a\frac{c}{a^3b}$

$\Leftrightarrow\Big(\underbrace{\log_a b-\log_b c}_{=P}\Big)^2+2\underbrace{\log_a b}_{=x}.\underbrace{\log_b c}_{x-P}+2\underbrace{\log_b c}_{x-P}-2=\underbrace{\log_a c}_{x(x-P)}-3-\underbrace{\log_a b}_{x}$

$\Leftrightarrow P^2+2x(x-P)+2(x-P)-2=x(x-P)-3-x\Leftrightarrow P^2+2x^2-2Px+2x-2P-2=x^2-Px-3-x$

$\Leftrightarrow\boxed{x^2+(3-P)x+P^2-2P+1=0}$ (*).

Do phương trình $(*)$ luôn có nghiệm x nên $\Delta=(3-P)^2-4(P^2-2P+1)\ge0\Leftrightarrow-3P^2+2P+5\ge0$

$\Leftrightarrow-1\le P\le\frac{5}{3}\Rightarrow m=-1,\ M=\frac{5}{3}$.

Thay vào ta có $S=2m^2+9M^2=27$. $\xrightarrow{\text{Chọn}}\boxed{D}$

Câu 49. Cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z=0$. Điểm $A(2;2;0)$. Viết phương trình mặt phẳng (OAB) biết điểm B là một điểm thuộc mặt cầu (S), có hoành độ dương và tam giác OAB đều.

A. $x-y+2z=0$. **B.** $x-y-2z=0$. **C.** $x-y-z=0$. **D.** $2-y+z=0$.

Hướng dẫn giải:

Gọi $B(x;y;z)$ với $x>0$ và H trung điểm $OA\Rightarrow H(1;1;0)$.

Gọi (P) là mặt phẳng trung trực đoạn OA, do đó (P) đi qua trung điểm $H(1;1;0)$ của đoạn OA và nhận $\overrightarrow{OA}=(2;2;0)$ làm vectơ pháp tuyến. Suy ra $(P):2.(x-1)+2.(y-1)=0\Leftrightarrow\boxed{x+y-2=0}$.

Theo giả thiết: $\begin{cases}OB=AB\\OB=OA\\B\in(S)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}B\in(P)\\OB^2=OA^2\\B\in(S)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y-2=0\\x^2+y^2+z^2=8\\x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z=0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=2\\x^2+y^2+z^2=8\\2x+2y+2z=8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=2\\x^2+y^2=4\\z=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=2\\(x+y)^2-2xy=4\\z=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=2\\xy=0\\z=2\end{cases}$

Suy ra: $\begin{cases}x=2\\y=0\\z=2\end{cases}\Rightarrow\boxed{B(2;0;2)}$, (do $x>0$).

Ta có : $\overrightarrow{OA}=(2;2;0)$, $\overrightarrow{OB}=(2;0;2)\Rightarrow\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right]=(4;-4;-4)=4(1;-1;-1)$.

Mặt phẳng (OAB) đi qua O, nhận $\vec{n}=(1;-1;-1)$ là một vectơ pháp tuyến.

Vậy phương trình (OAB) là: $x-y-z=0$. $\xrightarrow{\text{Chọn}}\boxed{C}$

Câu 50. Cho hàm số $f(x)=\left|x^3-3x+m\right|$. Có tất cả bao nhiêu số nguyên m thuộc khoảng $(-20;20)$ để với mọi bộ ba số thực $a,b,c\in[-2;1]$ thì $f(a),\ f(b),\ f(c)$ là độ dài ba cạnh của tam giác ?

A. 24. **B.** 26. **C.** 28. **D.** 30.

Hướng dẫn giải:

Xét $g(x)=x^3-3x+m$, $g'(x)=3x^2-3=0\Leftrightarrow x=\pm1$.

Ta có: $g(-2)=m-2$; $g(-1)=m+2$; $g(1)=m-2$. Suy ra: $\boxed{m-2\le f(x)\le m+2}$, $\forall x\in[-2;1]$.

Ta có: $\boxed{\underset{[-2;1]}{\text{Min}}\, f(x)\le f(a),\ f(b),\ f(c)\le \underset{[-2;1]}{\text{Max}}\, f(x)}$.

Không mất tính tổng quát, giả sử $f(a)\le f(b)\le f(c)$.

Điều kiện cần và đủ để $f(a),\ f(b),\ f(c)$ là độ dài ba cạnh của tam giác là:

$$\boxed{f(a)+f(b)>f(c)\Leftrightarrow f(a)+f(b)-f(c)>0}.$$

Yêu cầu bài toán cho ta điều kiện: $f(a)+f(b)-f(c)\ge \boxed{2\underset{[-2;1]}{\text{Min}}\, f(x)-\underset{[-2;1]}{\text{Max}}\, f(x)>0}$ (1).

Trường hợp 1: $m+2>m-2>0\Rightarrow \boxed{m>2}$. Khi đó

$\underset{[-2;1]}{\text{Max}}\, f(x)=\text{Max}\{|m-2|;|m+2|\}=\underset{+}{|m+2|}=m+2$; $\underset{[-2;1]}{\text{Min}}\, f(x)=\text{Min}\{|m-2|;|m+2|\}=\underset{+}{|m-2|}=m-2$.

Thay vào (1): $2(m-2)-(m+2)>0\Leftrightarrow m-6>0\Leftrightarrow \boxed{m>6}$. Vì m nguyên thuộc khoảng $(-20;20)$ nên $m\in\{7;8;...;19\}$, ta tìm được 13 giá trị m thỏa mãn.

Trường hợp 2: $m-2<m+2<0\Rightarrow \boxed{m<-2}$. Khi đó:

$\underset{[-2;1]}{\text{Max}}\, f(x)=\text{Max}\{|m-2|;|m+2|\}=\underset{-}{|m-2|}=-m+2$;

$\underset{[-2;1]}{\text{Min}}\, f(x)=\text{Min}\{|m-2|;|m+2|\}=\underset{+}{|m+2|}=-m-2$.

Thay vào (1): $2(-m-2)-(-m+2)>0\Leftrightarrow \boxed{m<-6}$. Vì m nguyên thuộc khoảng $(-20;20)$ nên $m\in\{-19;-18;...-7\}$, ta tìm được 13 giá trị m thỏa mãn.

Trường hợp 3: $m-2\le 0\le m+2\Leftrightarrow \boxed{-2\le m\le 2}$.

Khi đó: $\underset{[-2;1]}{\text{Max}}\, f(x)=\text{Max}\{|m-2|;|m+2|\}=\dfrac{|(m-2)+(m+2)|+|(m-2)-(m+2)|}{2}=|m|+2$;

$\underset{[-2;1]}{\text{Min}}\, f(x)=0$. Do vậy (1) trở thành: $2.0-(|m|+2)>0\Leftrightarrow -|m|-2>0$ (vô lí).

Vậy số giá trị m thỏa mãn đề bài là: $13+13=26$. $\xrightarrow{\text{Chọn}}\boxed{\boldsymbol{B}}$

Đề 4

Câu 1. Cho hai số phức $z_1 = 2+3i$ và $z_2 = 1-i$. Môđun của số phức $2z_1 - 3z_2$ bằng

A. $\sqrt{58}$. **B.** $\sqrt{113}$. **C.** $\sqrt{82}$. **D.** $\sqrt{137}$.

Câu 2. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 1 + x + \dfrac{4}{x}$ trên đoạn $[-3;-1]$ bằng

A. 5. **B.** -4. **C.** -6. **D.** -5.

Câu 3. Cho a là số thực dương và khác 1. Giá trị của biểu thức $T = \log_{\sqrt{a}}\left(a^3\right)$ bằng

A. $3+a$. **B.** $\dfrac{3}{2}$. **C.** 6. **D.** 3.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-3}{-1} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z+1}{-2}$. Điểm nào sau đây không thuộc d ?

A. $Q(-3;-2;1)$. **B.** $M(4;-1;1)$. **C.** $N(2;5;-3)$. **D.** $P(3;2;-1)$.

Câu 5. Số phức liên hợp của số phức $z = i(3-4i)$ là

A. $\bar{z} = 4+3i$. **B.** $\bar{z} = -4-3i$. **C.** $\bar{z} = 4-3i$. **D.** $\bar{z} = -4+3i$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		4		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x=4$. **B.** $x=2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=-2$.

Câu 7. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bên $AA' = h$ và diện tích tam giác ABC bằng S. Thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng:

A. $V = \dfrac{1}{3}Sh$. **B.** $V = \dfrac{2}{3}Sh$. **C.** $V = Sh$. **D.** $V = 2Sh$.

Câu 8. Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(2x-1)}$.

A. $D = (1;+\infty)$. **B.** $D = \left(\dfrac{1}{2};1\right]$. **C.** $D = [1;+\infty)$. **D.** $D = \left(\dfrac{1}{2};1\right)$.

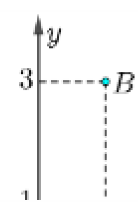
Câu 9. Trong mặt phẳng Oxy, cho các điểm A, B như hình vẽ bên. Trung điểm của đoạn thẳng AB là điểm biểu diễn của số phức nào sau đây?

A. $-\dfrac{1}{2}+2i$.

B. $-1+2i$.

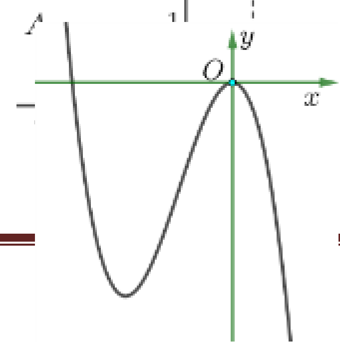
C. $2-i$.

D. $2-\dfrac{1}{2}i$.



Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, $D(1;-1;1)$, $C'(4;5;-5)$. Tính tọa độ đỉnh A' của hình hộp.

A. $A'(4;6;-5)$. **B.** $A'(2;0;2)$. **C.** $A'(3;5;-6)$.



Câu 11. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng là đường cong trong hình bên ?

A. $y=-x^3+3x$.

B. $y=-x^4+x^2$.

C. $y=-x^3-3x^2$.

D. $y=x^4+x^2$.

Câu 12. Cho mặt cầu có đường kính bằng $4a$. Thể tích khối cầu tương ứng bằng

A. $32\pi a^3$. **B.** $\dfrac{32\pi a^3}{3}$. **C.** $16\pi a^3$. **D.** $\dfrac{8\pi a^3}{3}$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;0;0)$, $N(0;1;0)$ và $P(0;0;2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

A. $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{2}=-1$ **B.** $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{2}=1$. **C.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{2}=1$. **D.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{1}=-1$.

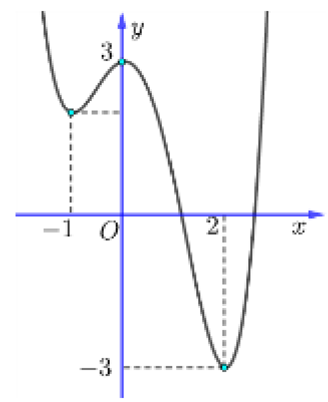
Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng về hàm số đó?

A. Đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

B. Nghịch biến trên khoảng $(-3;0)$.

C. Đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

D. Nghịch biến trên khoảng $(0;3)$.



Câu 15. Kí hiệu z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm của phương trình $z^4+z^2-6=0$. Tính $S=|z_1|+|z_2|+|z_3|+|z_4|$.

A. $S=2\sqrt{3}$. **B.** $S=2\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)$. **C.** $S=2\sqrt{2}$. **D.** $S=2\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)$.

Câu 16. Cho $\int\limits_0^3 e^{\sqrt{x+1}}\dfrac{dx}{\sqrt{x+1}}=a.e^2+b.e+c$. Với a, b, c là các số nguyên. Tính $S=a+b+c$.

A. $S=1$. **B.** $S=2$. **C.** $S=0$. **D.** $S=4$.

Câu 17. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_3\left(x^2-2x+3\right)-\log_3(x+1)=1$.

A. $S=\{0;5\}$. **B.** $S=\{5\}$. **C.** $S=\{0\}$. **D.** $S=\{1;5\}$.

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N, P, Q theo thứ tự là trung điểm của SA, SB, SC, SD. Tính tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.MNPQ$ và $S.ABCD$ bằng

A. $\dfrac{1}{8}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** $\dfrac{1}{16}$.

Câu 19. Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-7x+6}{x^2-1}$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 20. Tích phân $\int\limits_0^1\dfrac{dx}{\sqrt{3x+1}}$ bằng

A. $\dfrac{4}{3}$. **B.** $\dfrac{3}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

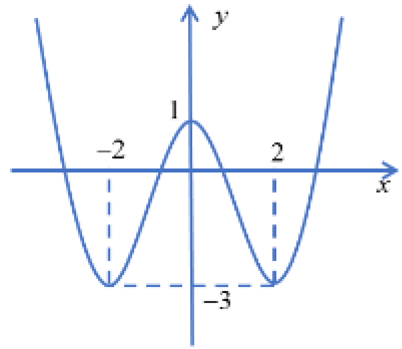
Câu 21. Bất phương trình $\log_4(x+7)>\log_2(x+1)$ có tập nghiệm là.

A. $(5;+\infty)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $(2;4)$. **D.** $(-3;2)$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x-2y+z+6=0$. Hình chiếu vuông góc của điểm $A(2;-1;0)$ lên mặt phẳng (α) có tọa độ là

A. $(1;0;3)$. **B.** $(2;-2;3)$. **C.** $(1;1;-1)$. **D.** $(-1;1;-1)$.

Câu 23. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới, số nghiệm của phương trình $2f(x)+1=0$ là



A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 1.

Câu 24. Cho hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x.f(x)\mathrm{d}x = f(0) = 1$. Tính

$I=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x.f'(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=1$. **B.** $I=0$. **C.** $I=2$. **D.** $I=-1$.

Câu 25. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=2^{\frac{mx+1}{x+m}}$ nghịch biến trên $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$.

A. $m\in(-1;1)$. **B.** $m\in\left(\frac{1}{2};1\right)$. **C.** $m\in\left[\frac{1}{2};1\right]$. **D.** $m\in\left[-\frac{1}{2};1\right)$.

Câu 26. Cho hai số thực a, b thoả mãn $2a>b>0$ và $2\log_3(2a-b)=\log_3 a+\log_3 b$. Giá trị của biểu thức $T=\frac{b}{a}$ bằng

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

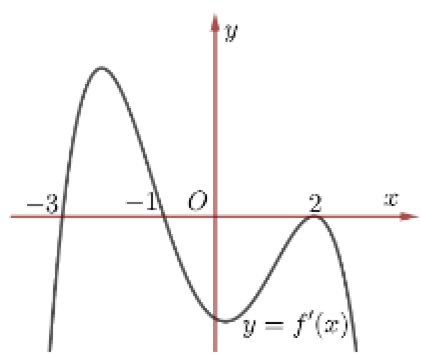
Câu 27. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a, M là trung điểm cạnh SD. Giá trị tang của góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 28. Thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có đường chéo $AC'=2\sqrt{6}$ bằng

A. $24\sqrt{3}$. **B.** $48\sqrt{6}$. **C.** $6\sqrt{6}$. **D.** $16\sqrt{2}$.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)$, biết $f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là



A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 0.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;-1)$. Mặt phẳng (α) đi qua M và chứa trục Ox có phương trình là

A. $y=0$. **B.** $x+z=0$. **C.** $y+z+1=0$. **D.** $x+y+z=0$.

Câu 31. Giá trị của biểu thức $A=\log_2 3.\log_3 4.\log_4 5...\log_{63} 64$ bằng

A. 7. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 10.

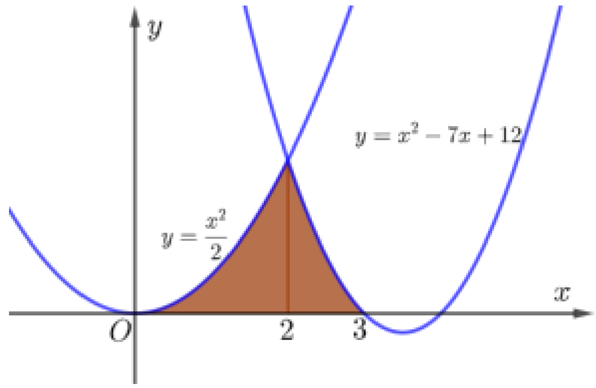
Câu 32. Cho số phức z thỏa mãn: $z(1-2i)+\bar{z}.i=15+i$. Tìm mô-đun của số phức z ?

A. $|z|=5$. **B.** $|z|=4$. **C.** $|z|=2\sqrt{5}$. **D.** $|z|=2\sqrt{3}$.

Câu 33. Khi quay một tam giác đều cạnh bằng a (bao gồm cả điểm trong tam giác) quanh một cạnh của nó ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích V của khối tròn xoay đó theo a.

A. $\dfrac{\pi a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{\pi\sqrt{3}a^3}{8}$. **C.** $\dfrac{3\pi a^3}{4}$. **D.** $\dfrac{\pi\sqrt{3}a^3}{24}$.

Câu 34. Diện tích S của phần hình phẳng được gạch chéo trong hình bên bằng



A. $S=\int\limits_0^3\left|\dfrac{1}{2}x^2+\left(x^2-7x+12\right)\right|\mathrm{d}x$.

B. $S=\int\limits_0^2\dfrac{1}{2}x^2dx-\int\limits_2^3\left(x^2-7x+12\right)\mathrm{d}x$.

C. $S=\int\limits_0^2\dfrac{1}{2}x^2dx+\int\limits_2^3\left(x^2-7x+12\right)\mathrm{d}x$.

D. $S=\int\limits_0^3\left|\dfrac{1}{2}x^2-\left(x^2-7x+12\right)\right|\mathrm{d}x$.

Câu 35. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng $a\sqrt{3}$, cạnh bên $AA'=a$, góc giữa AA' và mặt phẳng đáy bằng $30°$. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho theo a.

A. $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 36. Tập nghiệm của bất phương trình $\ln^2 x+2\ln x-3<0$ là

A. $\left(e;e^3\right)$. **B.** $(e;+\infty)$. **C.** $\left(-\infty;\dfrac{1}{e^3}\right)\cup(e;+\infty)$. **D.** $\left(\dfrac{1}{e^3};e\right)$.

Câu 37. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{2e^x+3}$ thỏa mãn $F(0)=10$. Tìm $F(x)$.

A. $F(x)=\dfrac{1}{3}\left(x-\ln\left(2e^x+3\right)\right)+10+\dfrac{\ln 5}{3}$. **B.** $F(x)=\dfrac{1}{3}\left(x+10-\ln\left(2e^x+3\right)\right)$.

C. $F(x)=\dfrac{1}{3}\left(x-\ln\left(e^x+\dfrac{3}{2}\right)\right)+10+\ln 5-\ln 2$. **D.** $F(x)=\dfrac{1}{3}\left(x-\ln\left(e^x+\dfrac{3}{2}\right)\right)+10-\dfrac{\ln 5-\ln 2}{3}$.

Câu 38. Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y=(3m+1)x+3+m$ vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2-1$.

A. $m=\dfrac{1}{6}$. **B.** $-\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $-\dfrac{1}{6}$.

Câu 39. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-10;10)$ để hàm số $y=\dfrac{mx+10}{2x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

A. 5. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 7.

Câu 40. Cho số phức z thỏa mãn $\left|z-|z|\right|=\sqrt{2}$. Biết rằng phần thực của z bằng a. Tính $|z|$ theo a

A. $|z|=\dfrac{1}{1-a}$. **B.** $|z|=\dfrac{a-\sqrt{a^2+1}}{2}$. **C.** $|z|=\dfrac{a+\sqrt{a^2+1}}{2}$. **D.** $|z|=\dfrac{a+\sqrt{a^2+4}}{2}$.

Câu 41. Cho biết $\int_0^{\sqrt{7}} \frac{x^3}{\sqrt[3]{1+x^2}}\mathrm{d}x = \frac{m}{n}$ với $\frac{m}{n}$ là một phân số tối giản. Tính $m-7n$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 91.

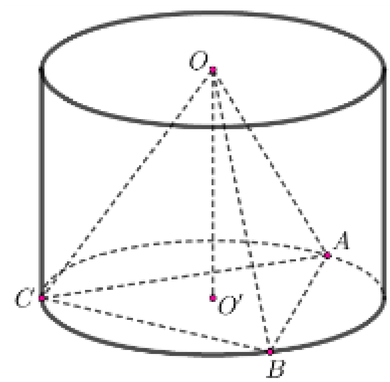
Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Hình chiếu của S lên mặt phẳng đáy trùng với trọng tâm của tam giác ABD. Cạnh SD tạo với đáy một góc $60°$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{15}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{15}}{27}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{15}}{9}$. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Câu 43. Một nhóm các chuyên gia y tế đang nghiên cứu và thử nghiệm độ chính xác của một bộ xét nghiệm $COVID-19$. Giả sử cứ sau n lần thử nghiệm và điều chỉnh bộ xét nghiệm thì tỷ lệ chính xác của bộ xét nghiệm đó tuân theo công thức $S(n) = \frac{1}{1+2020.10^{-0,01n}}$. Hỏi phải tiến hành ít nhất bao nhiêu lần thử nghiệm và điều chỉnh bộ xét nghiệm để đảm bảo tỉ lệ chính xác của bộ xét nghiệm đó đạt trên 90%?

A. 426. **B.** 425. **C.** 428. **D.** 427.

Câu 44. Cho hình trụ (T) có O, O' lần lượt là tâm hai đường tròn đáy. Tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn tâm O, $AB = 2a$, $\sin ACB = \frac{1}{\sqrt{3}}$ và OO' tạo với mặt phẳng $(O'AB)$ một góc 30° (tham khảo hình bên dưới). Thể tích khối trụ (T) bằng



A. $2\pi a^3\sqrt{6}$.

B. $3\pi a^3\sqrt{6}$.

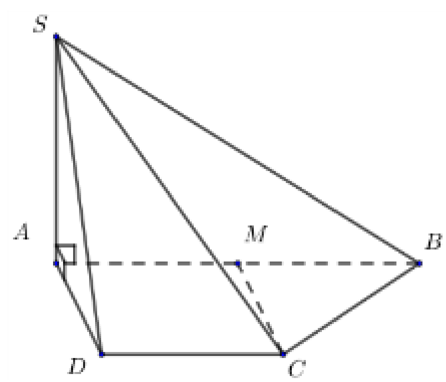
C. $\pi a^3\sqrt{3}$.

D. $\pi a^3\sqrt{6}$.

Câu 45. Số 7^{100000} có bao nhiêu chữ số?

A. 84510. **B.** 194591. **C.** 194592. **D.** 84509.

Câu 46. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $AB = 2a$, $AD = DC = CB = a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy (minh họa như hình vẽ dưới đây). Gọi M là trung điểm của cạnh AB. Khoảng cách giữa hai đường thẳng CM và SD bằng



A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{3a}{4}$.

C. $\frac{3a}{2}$.

D. $a\sqrt{3}$.

Câu 47. Cho hàm số $f(x) = \log_2^3 x - \log_2 x^3 + m$ (m là tham số thực). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho $\max_{[1;4]}|f(x)| + \min_{[1;4]}|f(x)| = 6$. Tổng bình phương tất cả các phần tử của S bằng

A. 13. **B.** 18. **C.** 5. **D.** 8.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(10;6;-2)$, $B(5;10;-9)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x+2y+z-12=0$. Điểm M di động trên (α) sao cho MA, MB luôn tạo với (α) các góc bằng nhau. Biết rằng M luôn thuộc một đường tròn (C) cố định. Hoành độ của tâm đường tròn (C) bằng

A. -4. **B.** $\frac{9}{2}$. **C.** 2. **D.** 10.

Câu 49. Giả sử z_1, z_2 là hai trong số các số phức z thỏa mãn $\left|iz+\sqrt{2}-i\right|=1$ và $\left|z_1-z_2\right|=2$. Giá trị lớn nhất của $\left|z_1\right|+\left|z_2\right|$ bằng

A. 4. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $3\sqrt{2}$. **D.** 3.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)=\left(m^{2024}+1\right)x^4+\left(-2m^{2024}-2^{2024}m^2-3\right)x^2+m^{2024}+2024$, với m là tham số. Số cực trị của hàm số $y=\left|f(x)-2023\right|$.

A. 3. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

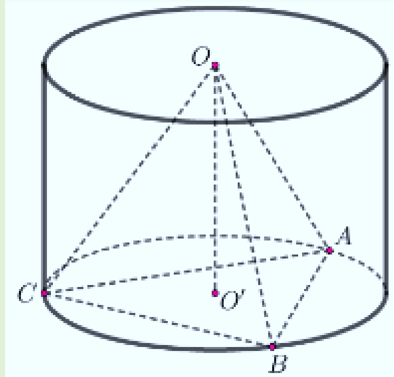
HẾT

ÑAÙP AÙN ÑEÀ SOÁ 04

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	B	C	A	C	A	D	B	A	C
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	B	C	C	D	C	A	A	B	D
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
B	D	B	B	D	A	A	D	A	A
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
B	A	A	C	A	D	A	D	C	D
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	C	A	B	A	A	B	C	A	D

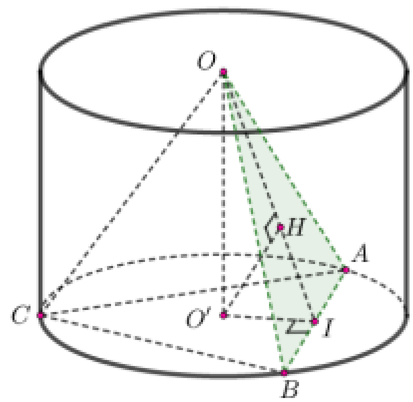
Lôøi giaûi caâu hoûi vaän duïng cao ñeà soá 04

Câu 44. Cho hình trụ (T) có O, O' lần lượt là tâm hai đường tròn đáy. Tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn tâm O, $AB=2a$, $\sin ACB=\frac{1}{\sqrt{3}}$ và OO' tạo với mặt phẳng $(O'AB)$ một góc 30° (tham khảo hình bên dưới). Thể tích khối trụ (T) bằng



A. $2\pi a^3\sqrt{6}$. **B.** $3\pi a^3\sqrt{6}$. **C.** $\pi a^3\sqrt{3}$. **D.** $\pi a^3\sqrt{6}$.

Hướng dẫn giải:



Gọi r là bán kính đáy của hình trụ. Tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn tâm O nên $r=\dfrac{AB}{2\sin ACB}=\dfrac{2a}{2.\dfrac{1}{\sqrt{3}}}=a\sqrt{3}$. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB, ta có: $\begin{cases} OI\perp AB \\ OO'\perp AB\end{cases}\Rightarrow AB\perp(O'OI)$. Kẻ đường cao OH của tam giác $O'OI$, ta có: $\begin{cases} OH\perp O'I \\ OH\perp AB\ (\text{do } AB\perp(O'OI))\end{cases}$, suy ra $OH\perp(O'AB)$. Do đó: $O'H$ là hình chiếu vuông góc của OO' lên mặt phẳng $(O'AB)\Rightarrow OO'H=OO'I=30^{\circ}$.

Xét tam giác OAI vuông tại I có: $OI=\sqrt{r^2-IA^2}=\sqrt{3a^2-a^2}=a\sqrt{2}$.

Xét tam giác $OO'I$ vuông tại O có: $OO'=\dfrac{OI}{\tan 30^0}=a\sqrt{6}=h$ với h là chiều cao của khối trụ (T).

Thể tích khối trụ (T) bằng $V=\pi r^2h=3\pi a^3\sqrt{6}$. $\xrightarrow{\text{Chọn}}\boxed{B}$

Câu 45. Số 7^{100000} có bao nhiêu chữ số?

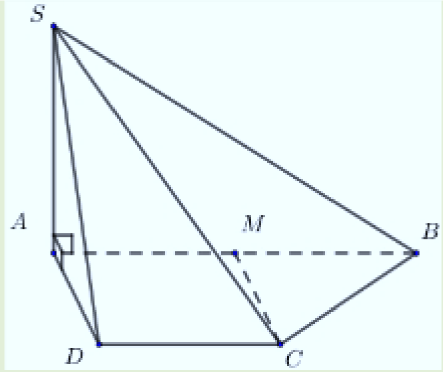
A. 84510. **B.** 194591. **C.** 194592. **D.** 84509.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $\log 7^{100\,000}=100\,000.\log 7\approx 84\,509{,}804\in[84\,509;84\,510]$.

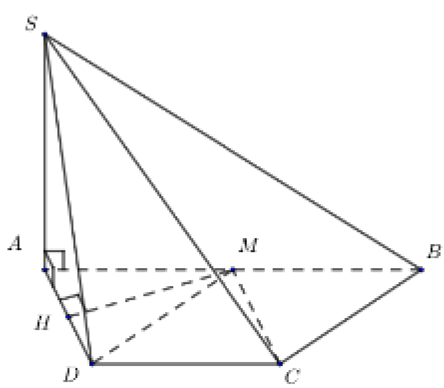
Do đó: $\log 10^{84\,509}<\log 7^{100\,000}<\log 10^{84\,510}$, suy ra số $7^{100\,000}$ có ít hơn $10^{84\,510}$ một chữ số mà $10^{84\,510}$ có 84 511 chữ số nên $7^{100\,000}$ có 84510 chữ số. $\xrightarrow{\text{Chọn}}\boxed{A}$

Câu 46. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $AB=2a$, $AD=DC=CB=a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy (minh họa như hình vẽ dưới đây). Gọi M là trung điểm của cạnh AB. Khoảng cách giữa hai đường thẳng CM và SD bằng



A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{3a}{4}$. **C.** $\dfrac{3a}{2}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải:



Ta có M là trung điểm của $AD \Rightarrow \begin{cases} AM = a = CD \\ AM // CD \end{cases} \Rightarrow AMCD$ là hình bình hành $\Rightarrow CM // AD \Rightarrow CM // (SAD)$, mà $SD \subset (SAD)$

$\Rightarrow \boxed{d(CM, SD) = d(CM, (SAD)) = d(M, (SAD))}$ (1).

Dễ thấy $MBCD$ cũng là hình bình hành suy ra $DM = BC = a$.

Ta thấy: $AD = AM = DM = a$ nên tam giác ADM đều cạnh a.

Gọi H là trung điểm của $AD \Rightarrow MH \perp AD$ (1) và $MH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Ta lại có: $MH \perp SA$ (2) (do $SA \perp (ABCD)$). Từ (1) và (2) suy ra $\boxed{MH \perp (SAD)}$.

Do đó: $\boxed{d(M, (SAD)) = MH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}}$. Vậy $d(CM, SD) = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. $\xrightarrow{\text{Chọn}} \boxed{A}$

Câu 47. Cho hàm số $f(x) = \log_2^3 x - \log_2 x^3 + m$ (m là tham số thực). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho $\max\limits_{[1;4]} |f(x)| + \min\limits_{[1;4]} |f(x)| = 6$. Tổng bình phương tất cả các phần tử của S bằng

A. 13. **B.** 18. **C.** 5. **D.** 8.

Hướng dẫn giải:

Đặt $M = \max\limits_{[1;4]} |f(x)|$, $N = \min\limits_{[1;4]} |f(x)|$.

Đặt $t = \log_2 x$; vì $x \in [1;4] \Rightarrow t \in [0;2]$. Hàm số đã cho trở thành: $g(t) = t^3 - 3t + m$.

Ta có $g'(t) = 3t^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow t = \pm 1$. Bảng biến thiên của $g(t)$:

x	0		1		2
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	m	$\searrow$	$m-2$	$\nearrow$	$m+2$

Suy ra: $\max\limits_{[0;2]} g(t) = m+2$, $\min\limits_{[0;2]} g(t) = m-2$.

$\boxed{\text{Trường hợp 1:}}$ $0 < m-2 < m+2 \Leftrightarrow \boxed{m>2}$. Ta có $M = |m+2| = m+2$, $N = |m-2| = m-2$.

Khi đó: $M+N=6 \Leftrightarrow m+2+m-2=6 \Leftrightarrow m=3$ (nhận).

$\boxed{\text{Trường hợp 2:}}$ $m-2 < m+2 < 0 \Leftrightarrow \boxed{m<-2}$. Ta có: $M = |m-2| = 2-m$, $N = |m+2| = -m-2$.

Khi đó: $M+m=6 \Leftrightarrow 2-m-m-2=6 \Leftrightarrow m=-3$ (nhận).

$\boxed{\text{Trường hợp 3:}}$ $m-2 \le 0 \le m+2 \Leftrightarrow \boxed{-2\le m\le 2}$. Ta có: $\begin{cases} M = |m+2| \vee M = |m-2| \\ N = 0 \end{cases}$.

Xét $\begin{cases} |m+2| \ge |m-2| \\ \underbrace{|m+2|}_{M} + \underbrace{0}_{N} = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2+4m+4 \ge m^2-4m+4 \\ \left[\begin{array}{l} m+2=6 \\ m+2=-6 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ge 0 \\ \left[\begin{array}{l} m=4 \\ m=-8 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m=4$ (loại).

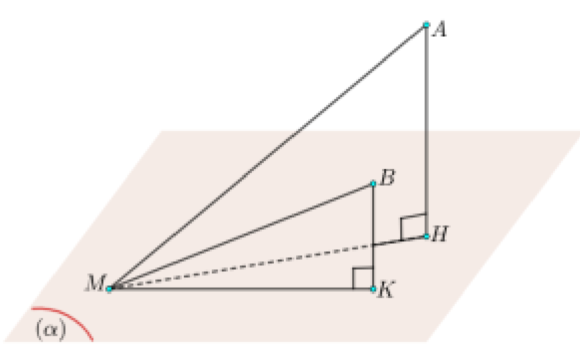
Xét $\begin{cases} |m+2| < \underbrace{|m-2|}_{M} \\ \underbrace{|m-2|}_{M} + \underbrace{0}_{N} = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2+4m+4 < m^2-4m+4 \\ \left[\begin{array}{l} m-2=6 \\ m-2=-6 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ \left[\begin{array}{l} m=8 \\ m=-4 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m=-4$ (loại).

Vậy $S=\{-3;3\}$. Suy ra tổng bình phương tất cả các phần tử của S bằng 18. $\xrightarrow{\text{Chọn}} \boxed{B}$

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(10;6;-2)$, $B(5;10;-9)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x+2y+z-12=0$. Điểm M di động trên (α) sao cho MA, MB luôn tạo với (α) các góc bằng nhau. Biết rằng M luôn thuộc một đường tròn (C) cố định. Hoành độ của tâm đường tròn (C) bằng

A. -4. **B.** $\dfrac{9}{2}$. **C.** 2. **D.** 10.

Hướng dẫn giải:



Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B trên mặt phẳng (α), khi đó:

$$AH = d(A;(\alpha)) = \frac{|2.10+2.6+(-2)-12|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}} = 6;$$

$$BK = d(B;(\alpha)) = \frac{|2.5+2.10+(-9)-12|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}} = 3.$$

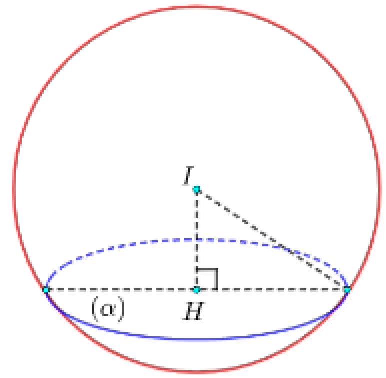
Vì MA, MB tạo với (α) các góc bằng nhau nên $AMH = BMK$ mà $AH = 2BK$ suy ra $MA = 2MB$.

Gọi $M(x;y;z)$, ta có: $MA = 2MB \Leftrightarrow MA^2 = 4MB^2$

$\Leftrightarrow (x-10)^2+(y-6)^2+(z+2)^2=4\left[(x-5)^2+(y-10)^2+(z+9)^2\right]$

$\Leftrightarrow 3x^2+3y^2+3z^2-20x-68y+68z+684=0 \Leftrightarrow \boxed{x^2+y^2+z^2-\frac{20}{3}x-\frac{68}{3}y+\frac{68}{3}z+228=0}$.

Như vậy, điểm M nằm trên mặt cầu (S) có tâm $I\left(\frac{10}{3};\frac{34}{3};-\frac{34}{3}\right)$ và bán kính $R=2\sqrt{10}$.



Mặt khác ta có M di động trên (α), vì vậy tập hợp điểm M chính là đường tròn giao tuyến (C) được tạo bởi mặt cầu (S) và mặt phẳng (α). Gọi H là tâm của đường tròn (C), khi đó H là hình chiếu vuông góc của I trên mặt phẳng (α).

Phương trình đường thẳng d đi qua I và vuông góc với mặt phẳng (α) là: $d:\begin{cases} x=\frac{10}{3}+2t \\ y=\frac{34}{3}+2t \\ z=-\frac{34}{3}+t \end{cases}$. Thay phương trình tham số của d vào (α):

$2\left(\frac{10}{3}+2t\right)+2\left(\frac{34}{3}+2t\right)+\left(-\frac{34}{3}+t\right)-12=0 \Leftrightarrow t=-\frac{2}{3}$, từ đó suy ra $H(2;10;-12)$. $\xrightarrow{\text{Chọn}} \boxed{C}$

Câu 49. Giả sử z_1, z_2 là hai trong số các số phức z thỏa mãn $\left|iz+\sqrt{2}-i\right|=1$ và $\left|z_1-z_2\right|=2$. Giá trị lớn nhất của $\left|z_1\right|+\left|z_2\right|$ bằng

A. 4. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $3\sqrt{2}$. **D.** 3.

Hướng dẫn giải:

Ta có : $\left|iz+\sqrt{2}-i\right|=1 \Leftrightarrow \left|i\left(z+\frac{\sqrt{2}-i}{i}\right)\right|=1 \Leftrightarrow \boxed{\left|z-\left(1+i\sqrt{2}\right)\right|=1}$ (*).

Gọi A, B lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2. Khi đó A, B thỏa (*) nên A, B di động trên đường tròn (C) có tâm $I\left(1;\sqrt{2}\right)$, bán kính $R=1$.

Ta có : $\left|z_1-z_2\right|=2 \Leftrightarrow AB=2=2R$, suy ra AB là đường kính của (C) hay I là trung điểm của AB.

Khi đó : $\left|z_1\right|+\left|z_2\right|=\underbrace{OA+OB\le\sqrt{2\left(OA^2+OB^2\right)}}_{Cauchy-Schwarz}=\sqrt{2\left(2OI^2+\frac{AB^2}{2}\right)}=\sqrt{4OI^2+AB^2}=\sqrt{16}=4$.

Dấu bằng khi $OA=OB$. $\xrightarrow{\text{Chọn}} \boxed{A}$

Câu 50. Cho hàm số $f\left(x\right)=\left(m^{2024}+1\right)x^4+\left(-2m^{2024}-2^{2024}m^2-3\right)x^2+m^{2024}+2024$, với m là tham số. Số cực trị của hàm số $y=\left|f\left(x\right)-2023\right|$.

A. 3. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

Hướng dẫn giải:

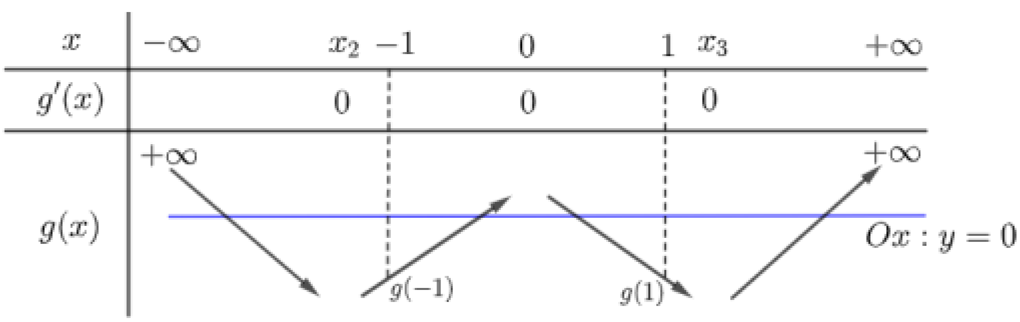
Đặt $g\left(x\right)=f\left(x\right)-2023$. Ta có: $g'\left(x\right)=f'\left(x\right)=4\left(m^{2024}+1\right)x^3+2\left(-2m^{2024}-2^{2024}m^2-3\right)x$;

$$f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x^2=\dfrac{2m^{2024}+2^{2024}m^2+3}{2\left(m^{2024}+1\right)}\end{array}\right.$$

Ta thấy $\dfrac{2m^{2024}+2^{2024}m^2+3}{2\left(m^{2024}+1\right)}>0,\ \forall m\in\mathbb{R}$ nên hàm số $g\left(x\right)=f\left(x\right)-2023$ luôn có 3 cực trị gồm $x_1=0,\ x_{2,3}=\pm\sqrt{\dfrac{2m^{2024}+2^{2024}m^2+3}{2\left(m^{2024}+1\right)}}$. Ta lại có: $a_g=m^{2024}+1>0\Rightarrow$ Đồ thị hàm $g\left(x\right)$ có nhánh phải hướng lên trên.

Mặt khác: $g\left(\pm1\right)=\left(m^{2024}+1\right)+\left(-2m^{2024}-2^{2024}m^2-3\right)+m^{2024}+1=-2^{2024}m^2-1<0,\ \forall m\in\mathbb{R}$.

Ta có bảng biến thiên hàm $g\left(x\right)=f\left(x\right)-2023$ như sau:



Từ bảng biến thiên, ta thấy đồ thị hàm số $g\left(x\right)$ luôn có ba điểm cực trị, trong đó có hai điểm cực tiểu nằm bên dưới trục Ox. Vì vậy số cực trị của hàm số $y=\left|f\left(x\right)-2023\right|$ là $m+n=3+4=7$; trong đó $m=3$ là số cực trị của hàm $g\left(x\right)$, $n=4$ là số giao điểm của hai đồ thị hàm số $\begin{cases}y=g\left(x\right)\\ y=0\ \left(Ox\right)\end{cases}$.

$\xrightarrow{\text{Chọn}}\boxed{D}$

Đề 5

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+(y-1)^2+z^2=2$. Trong các điểm cho dưới đây, điểm nào nằm ngoài mặt cầu (S)?

A. $M(1;1;1)$. **B.** $N(0;1;0)$. **C.** $P(1;0;1)$. **D.** $Q(1;1;0)$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên và có bảng xét dấu đạo hàm như sau. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị dương?

x	$-\infty$		-2		0		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 3. Đặt $a=\log_5 3$. Tính theo a giá trị của biểu thức $\log_9 1125$.

A. $\log_9 1125=1+\dfrac{3}{2a}$. **B.** $\log_9 1125=2+\dfrac{3}{a}$. **C.** $\log_9 1125=2+\dfrac{2}{3a}$. **D.** $\log_9 1125=1+\dfrac{3}{a}$.

Câu 4. Thể tích khối tứ diện đều cạnh a bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

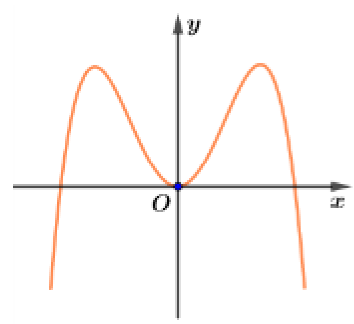
Câu 5. Giới hạn $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x+2}-2}{x-2}$ bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1)<3$ là:

A. $(-\infty;10)$. **B.** $(1;9)$. **C.** $(1;10)$. **D.** $(-\infty;9)$.

Câu 7. Đồ thị hàm bậc bốn trùng phương nào dưới đây có dạng đồ thị hình vẽ bên



A. $f(x)=x^4-2x^2$.

B. $f(x)=-x^4+2x^2$.

C. $f(x)=x^4+2x^2$.

D. $f(x)=-x^4+2x^2-1$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-t\\ y=-2+2t\\ z=1+t\end{cases}$. Vectơ nào dưới đây là vectơ chỉ phương của d ?

A. $\vec{n}=(1;-2;1)$. **B.** $\vec{n}=(1;2;1)$. **C.** $\vec{n}=(-1;-2;1)$. **D.** $\vec{n}=(-1;2;1)$.

Câu 9. Đồ thị hàm số nào trong các hàm số được cho dưới đây **không** có tiệm cận ngang?

A. $y=\dfrac{x+2}{x^2+1}$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x^2-1}{x+2}$. **D.** $y=\dfrac{1}{x+2}$.

Câu 10. Nguyên hàm của hàm số $f(x)=5\cos x+\dfrac{1}{x^2}$ là hàm số nào sau đây:

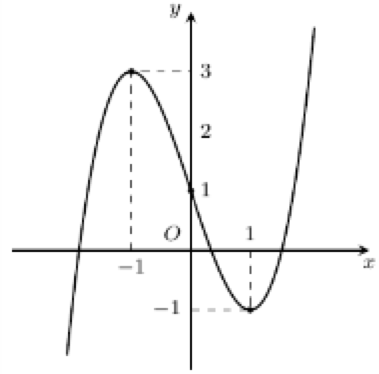
A. $F(x)=-5\sin x-\dfrac{1}{x}+C$. **B.** $F(x)=5\sin x+\dfrac{1}{x}+C$.

C. $F(x)=5\sin x+\ln x+C$. **D.** $F(x)=5\sin x-\dfrac{1}{x}+C$.

Câu 11. Thể tích của khối nón có chiều cao bằng 4 và đường sinh bằng 5 bằng

A. 16π. **B.** 48π. **C.** 12π. **D.** 36π.

Câu 12. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ cho ở hình bên. Phương trình $x^3 - 3x - m = 0$ (m là tham số) có ba nghiệm phân biệt khi



A. $-1 < m < 3$.

B. $-2 < m < 2$.

C. $-2 < m < 3$.

D. $-2 \le m < 2$.

Câu 13. Cho khối chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = 3a$, $ABCD$ là hình chữ nhật và $AB = 2a$, $AD = a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{3}{2}a^3$. **B.** $3a^3$.

C. $2a^3$. **D.** $9a^3$.

Câu 14. Với a và b là các số thực dương. Biểu thức $\log_a\left(a^2b\right)$ bằng

A. $2 - \log_a b$. **B.** $2 + \log_a b$. **C.** $1 + 2\log_a b$. **D.** $2\log_a b$.

Câu 15. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = x^2 - 4x$ và trục hoành.

A. $S = \frac{41}{3}$. **B.** $S = \frac{32}{3}$. **C.** $S = \frac{7}{4}$. **D.** $S = \frac{9}{4}$.

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào được cho dưới đây là phương trình mặt phẳng (Oyz)?

A. $y = 0$. **B.** $z = 0$. **C.** $y + z = 0$. **D.** $x = 0$.

Câu 17. Cho số phức $z = 1 + i^{2020}$. Số phức liên hợp của z là

A. $\bar{z} = 2$. **B.** $\bar{z} = -2 + 2i$. **C.** $\bar{z} = 0$. **D.** $\bar{z} = -2$.

Câu 18. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng a^2 và khoảng cách giữa hai đáy bằng $3a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{3}{2}a^3$. **B.** $V = 3a^3$. **C.** $V = a^3$. **D.** $V = 9a^3$.

Câu 19. Cho x, y là các số thực tùy ý. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $e^{x+y} = e^x + e^y$. **B.** $e^{x-y} = e^x - e^y$. **C.** $e^{xy} = e^x e^y$. **D.** $\frac{e^x}{e^y} = e^{x-y}$.

Câu 20. Tích phân $\int_0^2 \frac{2}{2x+1}dx$ bằng.

A. $2\ln 5$. **B.** $\frac{1}{2}\ln 5$. **C.** $\ln 5$. **D.** $4\ln 5$.

Câu 21. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên khoảng $(1;5)$?

A. $y = \frac{x+1}{3x+2}$. **B.** $\frac{x-3}{x-4}$. **C.** $y = \frac{3x-1}{x+1}$. **D.** $\frac{2x+1}{x-2}$.

Câu 22. Nghiệm của phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{2x-1} = \frac{27}{8}$ là

A. $x = 2$. **B.** $x = 3$.

C. $x = -1$. **D.** $x = 4$.

Câu 23. Thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng $2a$ và cạnh bên bằng a là

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $V = a^3\sqrt{3}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 24. Cho số phức z thỏa mãn: $(3+2i)z+(2-i)^2=4+i$. Hiệu phần thực và phần ảo của số phức z là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 25. Trong các hàm số được cho dưới đây, hàm số nào có tập xác định là $D=\mathbb{R}$?

A. $y=\ln\left(x^2-1\right)$. **B.** $y=\ln\left(1-x^2\right)$. **C.** $y=\ln\left(x+1\right)^2$. **D.** $y=\ln\left(x^2+1\right)$.

Câu 26. Cho khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 12, đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O. Thể tích của khối chóp $A'.BCO$ bằng

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 27. Ta xác định được các số a, b, c để đồ thị hàm số $y=x^3+ax^2+bx+c$ đi qua điểm $(1;0)$ và có điểm cực trị $(-2;0)$. Tính giá trị biểu thức $T=a^2+b^2+c^2$.

A. 25. **B.** -1. **C.** 7. **D.** 14.

Câu 28. Hình chóp đều $S.ABCD$ tất cả các cạnh bằng a. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là:

A. $4\pi a^2$. **B.** πa^2. **C.** $\sqrt{2}\pi a^2$. **D.** $2\pi a^2$.

Câu 29. Cho $A=\{1,2,3,4\}$. Từ A lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau?

A. 32. **B.** 24. **C.** 256. **D.** 1.

Câu 30. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=\dfrac{mx+16}{x+m}$ đồng biến trên $(0;10)$.

A. $m\in(-\infty;-10]\cup(4;+\infty)$. **B.** $m\in(-\infty;-4)\cup(4;+\infty)$.

C. $m\in(-\infty;-10]\cup[4;+\infty)$. **D.** $m\in(-\infty;-4]\cup[4;+\infty)$

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-2;3)$ và hai đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-4}{3}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-2}{2}$, $\Delta':\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z}{1}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình tham số của đường thẳng đi qua M và vuông góc với hai đường thẳng Δ và Δ'?

A. $\begin{cases}x=2-7t\\y=-2+t\\z=3+11t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-2-7t\\y=2+3t\\z=-3+11t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2-7t\\y=-2-t\\z=3+8t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-2-7t\\y=2-t\\z=3+8t\end{cases}$.

Câu 32. Cho $\displaystyle\int_0^3\frac{x}{4+2\sqrt{x+1}}\,dx=\frac{a}{3}+b\ln2+c\ln3$ với a, b, c là các số nguyên. Giá trị của $a+b+c$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 7. **D.** 9.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với đáy. Biết khoảng cách từ A đến (SCD) bằng $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$ **B.** $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $a^3\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 34. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$. Hỏi hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi nào?

A. $\left[\begin{array}{l}a=b=0,c>0\\a>0\,;\,b^2-3ac\le0\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}a=b=0,c>0\\a>0\,;\,b^2-3ac\ge0\end{array}\right.$.

C. $\left[\begin{array}{l}a=b=0,c>0\\a<0\,;\,b^2-3ac\le0\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}a=b=c=0\\a<0\,;\,b^2-3ac<0\end{array}\right.$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z+1}{1}$ và điểm $M(2;-1;5)$. Phương trình mặt phẳng (P) qua M và vuông góc với Δ là

A. $2x-3y+z-12=0$. **B.** $2x-3y+z+12=0$.

C. $2x-y+5z-12=0$. **D.** $2x-y+5z+12=0$.

Câu 36. Cho số phức z, biết rằng các điểm biểu diễn hình học của các số phức $z\,;iz$ và $z+i\,z$ tạo thành một tam giác có diện tích bằng 18. Mô đun của số phức z bằng

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** 6. **D.** 9.

Câu 37. Số nghiệm của phương trình $\log_{x^2-x+2}(x+3)=\log_{x+5}(x+3)$ là:

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):x+2y-2z-6=0$ và $(Q):x+2y-2z+3=0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** 9. **D.** 6.

Câu 39. Tính thể tích V của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x=0$ và $x=\pi$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x\,(0\le x\le\pi)$ là một tam giác đều cạnh $2\sqrt{\sin x}$.

A. $V=3$. **B.** $V=3\pi$. **C.** $V=2\pi\sqrt{3}$. **D.** $V=2\sqrt{3}$.

Câu 40. Cho số phức $z=a+bi$, $(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $\left|\dfrac{z-1}{z-i}\right|=1$ và $\left|\dfrac{z-3i}{z+i}\right|=1$. Tính $P=a+b$.

A. $P=7$. **B.** $P=-1$. **C.** $P=1$. **D.** $P=2$.

Câu 41. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AC=1$cm, $AB=2$cm, M là trung điểm của AB. Quay tam giác BMC quanh trục AB, gọi V là thể tích khối tròn xoay thu được, khi đó V bằng:

A. $\dfrac{3\pi}{4}cm^3$. **B.** $\dfrac{\pi}{3}cm^3$. **C.** $\pi\,cm^3$. **D.** $\dfrac{\pi}{2}cm^3$.

Câu 42. Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn: $|\bar{z}+2-i|=4$ là đường tròn có tâm I và bán kính R lần lượt là:

A. $I(-2;-1);R=4$. **B.** $I(-2;-1);R=2$. **C.** $I(2;-1);R=4$. **D.** $I(2;-1);I(2;-1)$.

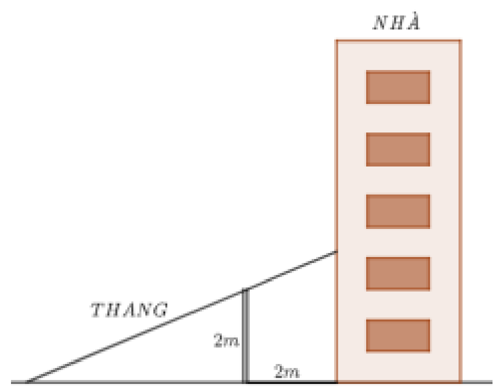
Câu 43. Một bức tường cao 2m nằm song song với tòa nhà và cách tòa nhà 2m. Người ta muốn chế tạo một chiếc thang bắc từ mặt đất bên ngoài bức tường, gác qua bức tường và chạm vào tòa nhà (xem hình vẽ). Hỏi chiều dài tối thiểu của thang bằng bao nhiêu mét ?

A. $\dfrac{5\sqrt{13}}{3}$m.

B. $4\sqrt{2}$m.

C. 6m.

D. $3\sqrt{5}$m.



Câu 44. Tập các giá trị của m để phương trình $4.\left(\sqrt{5}+2\right)^x+\left(\sqrt{5}-2\right)^x-m+3=0$ có đúng hai nghiệm âm phân biệt là:

A. $(-\infty;-1)\cup(7;+\infty)$. **B.** $(7;\,8)$. **C.** $(-\infty;\,3)$. **D.** $(7;\,9)$.

Câu 45. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{\sqrt{2x^2-2x-m}-x-1}$ có đúng bốn đường tiệm cận.

A. $m\in[-5;4]\backslash\{-4\}$. **B.** $m\in[-5;4]$. **C.** $m\in(-5;4)\backslash\{-4\}$. **D.** $m\in(-5;4]\backslash\{-4\}$.

Câu 46. Cho tập hợp $A=\{1;2;3;...;10\}$. Chọn ngẫu nhiên ba số từ A. Tìm xác suất để trong ba số chọn ra không có hai số nào là hai số nguyên liên tiếp.

A. $P=\frac{7}{90}$. **B.** $P=\frac{7}{24}$. **C.** $P=\frac{7}{10}$. **D.** $P=\frac{7}{15}$.

Câu 47. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=2,\ AC=3,\ AD=BC=4,\ BD=2\sqrt{5},\ CD=5$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BD bằng.

A. $\frac{3\sqrt{15}}{4}$. **B.** 2. **C.** $\sqrt{\frac{240}{79}}$. **D.** 3.

Câu 48. Cho hai hàm số $y=x^3+x^2-3x-1,\ y=2x^3+2x^2-mx+2$ có đồ thị lần lượt là $(C_1),(C_2)$ và m là tham số thực. Biết rằng tồn tại m để (C_1) cắt (C_2) tại ba điểm phân biệt có tung độ là $y_1,\ y_2,\ y_3$ thỏa mãn $\frac{1}{y_1+4}+\frac{1}{y_2+4}+\frac{1}{y_3+4}=\frac{2}{3}$, khi đó:

A. $m\in(4;7)$. **B.** $m\in(9;12)$. **C.** $m\in(6;9)$. **D.** $m\in(8;11)$.

Câu 49. Cho $x,\ y>0$ thỏa mãn $\log(x+2y)=\log(x)+\log(y)$. Khi đó, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\frac{x^2}{1+2y}+\frac{4y^2}{1+x}$ là:

A. 6. **B.** $\frac{32}{5}$. **C.** $\frac{31}{5}$. **D.** $\frac{29}{5}$.

Câu 50. Cho số phức z thỏa mãn $5|z-i|=|z+1-3i|+3|z-1+i|$. Tìm giá trị lớn nhất T của $|z-2+3i|$?

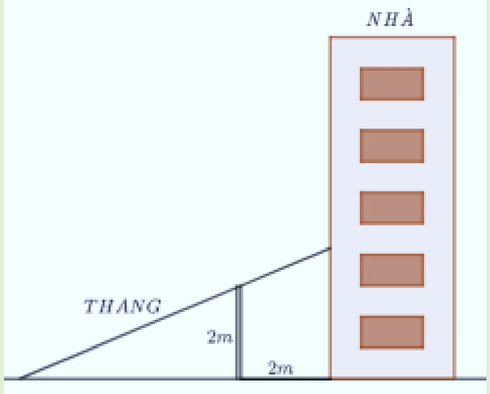
A. $T=\frac{10}{3}$. **B.** $T=1+\sqrt{13}$. **C.** $T=4\sqrt{5}$. **D.** $T=9$.

________________HẾT________________

ÑAÙP AÙN ÑEÀ SOÁ 05									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	B	A	C	B	B	B	D	C	D
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	B	C	B	B	D	A	B	D	C
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
A	C	B	D	D	A	A	D	B	A
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A	A	A	A	A	C	A	B	D	D
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	A	B	B	D	D	C	D	B	C

Lôøi giaûi caâu hoûi vaän duïng cao ñeà soá 05

Câu 43. Một bức tường cao 2m nằm song song với tòa nhà và cách tòa nhà 2m. Người ta muốn chế tạo một chiếc thang bắc từ mặt đất bên ngoài bức tường, gác qua bức tường và chạm vào tòa nhà (xem hình vẽ). Hỏi chiều dài tối thiểu của thang bằng bao nhiêu mét ?



A. $\dfrac{5\sqrt{13}}{3}\text{m}$. **B.** $4\sqrt{2}\text{m}$. **C.** 6m. **D.** $3\sqrt{5}\text{m}$.

Hướng dẫn giải:

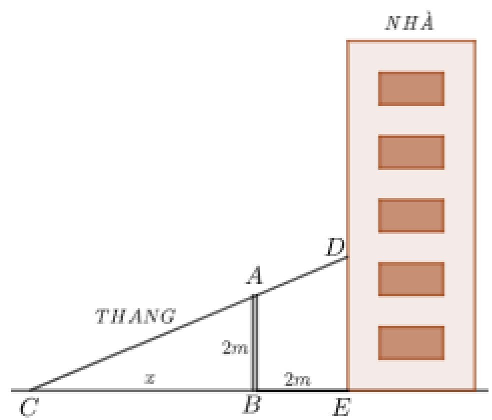
Xét hệ điểm A, B, C, D, E như hình vẽ.

Gọi $BC = x\ (x>0)$. Ta cần tìm x để độ dài CD đạt giá trị nhỏ nhất.

Dễ thấy hai tam giác CAB, CDE đồng dạng, suy ra:

$$\frac{BC}{CE}=\frac{x}{x+2}=\frac{AC}{CD}\Rightarrow CD=AC.\frac{x+2}{x}=\sqrt{x^2+4}.\frac{x+2}{x}.$$

Đặt $f(x)=\sqrt{x^2+4}.\dfrac{x+2}{x}$ với $x>0$.



☺ **Cách giải 1:**

$$f'(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+4}}.\frac{x+2}{x}+\sqrt{x^2+4}.\frac{-2}{x^2}=\frac{x+2}{\sqrt{x^2+4}}-\frac{2\sqrt{x^2+4}}{x^2}=0\Leftrightarrow\frac{x+2}{\sqrt{x^2+4}}=\frac{2\sqrt{x^2+4}}{x^2}$$

$\Leftrightarrow x^2(x+2)=2(x^2+4)\Leftrightarrow x^3=8\Leftrightarrow x=2$. Bảng biến thiên của $f(x)$:

x	0		2		3
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$4\sqrt{2}$	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy chiều dài tối thiểu của thang bằng $4\sqrt{2}$. $\xrightarrow{\text{Chọn}}\boxed{B}$

☺ **Cách giải 2:**

Ta có: $f(x)=\dfrac{\sqrt{\underbrace{x^2+4}_{AM-GM}}\left(\underbrace{x+2}_{AM-GM}\right)}{x}\geq\dfrac{\sqrt{4x}.2\sqrt{2x}}{x}=4\sqrt{2}$. Dấu đẳng thức xảy tra $\Leftrightarrow\begin{cases}x^2=4\\x=2\end{cases}\Leftrightarrow x=2.$

Câu 44. Tập các giá trị của m để phương trình $4.\left(\sqrt{5}+2\right)^x+\left(\sqrt{5}-2\right)^x-m+3=0$ có đúng hai nghiệm âm phân biệt là:

A. $(-\infty;-1)\cup(7;+\infty)$. **B.** $(7;8)$. **C.** $(-\infty;3)$. **D.** $(7;9)$.

Hướng dẫn giải:

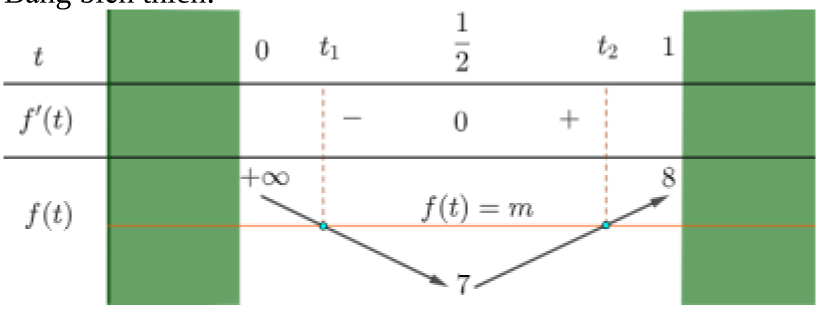
Đặt $t=\left(\sqrt{5}+2\right)^{x}>0\Rightarrow x=\log_{\sqrt{5}+2}t$. Phương trình đã cho trở thành: $4t+\dfrac{1}{t}+3=m\quad(*)$.

Nhận xét: Với mỗi $t\in(0;1)$ thì ta tìm được đúng một nghiệm $x<0$.

Bài toán trở thành: Tìm m để phương trình $(*)$ có đúng hai nghiệm phân biệt $t_{1,2}\in(0;1)$.

Xét hàm số $f(t)=4t+\dfrac{1}{t}+3$ với $t\in(0;1)$; $f'(t)=4-\dfrac{1}{t^2}=\dfrac{4t^2-1}{t^2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=\dfrac{1}{2}\in(0;1)\\ t=-\dfrac{1}{2}\notin(0;1)\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:



Dựa vào bảng biến thiên ta có: $7<m<8$. $\xrightarrow{\text{Chọn}}\boxed{B}$

Câu 45. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{\sqrt{2x^2-2x-m}-x-1}$ có đúng bốn đường tiệm cận.

A. $m\in[-5;4]\backslash\{-4\}$. **B.** $m\in[-5;4]$. **C.** $m\in(-5;4)\backslash\{-4\}$. **D.** $m\in(-5;4]\backslash\{-4\}$.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\cancel{x}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)}{\cancel{x}\left(\sqrt{2-\dfrac{2}{x}-\dfrac{m}{x^2}}-1-\dfrac{1}{x}\right)}=\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}=1+\sqrt{2}$;

$\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\cancel{x}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)}{\cancel{x}\left(-\sqrt{2-\dfrac{2}{x}-\dfrac{m}{x^2}}-1-\dfrac{1}{x}\right)}=\dfrac{1}{-\sqrt{2}-1}=1-\sqrt{2}$. Do đó đồ thị hàm số có ***hai đường tiệm cận ngang*** là $y=1+\sqrt{2}$ và $y=1-\sqrt{2}$. Vì vậy ta cần tìm *m* để đồ thị hàm số đã cho có ***hai đường tiệm cận đứng***.

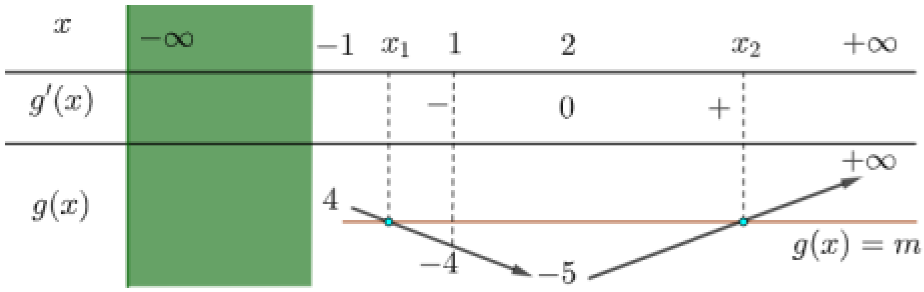
Khi tìm tiệm cận đứng, ta xét: $\sqrt{2x^2-2x-m}-x-1=0\Leftrightarrow\sqrt{2x^2-2x-m}=x+1$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge-1\\2x^2-2x-m=x^2+2x+1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge-1\\\underbrace{x^2-4x-1}_{g(x)}=m\quad(*)\end{cases}$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow(*)$ có hai nghiệm phân biệt $x_{1,2}\ge-1$ và khác 1 (không trùng nghiệm của tử số).

Xét hàm số $g(x)=x^2-4x-1$ với $x\ge-1$ và $x\ne1$. Ta có: $g'(x)=2x-4=0\Leftrightarrow x=2$.

Bảng biến thiên:



Dựa vào bảng biến thiên, ta có $m\in(-5;4]\setminus\{-4\}$. $\xrightarrow{\text{Chọn}}\boxed{D}$

Câu 46. Cho tập hợp $A=\{1;2;3;...;10\}$. Chọn ngẫu nhiên ba số từ A. Tìm xác suất để trong ba số chọn ra không có hai số nào là hai số nguyên liên tiếp.

A. $P=\dfrac{7}{90}$. **B.** $P=\dfrac{7}{24}$. **C.** $P=\dfrac{7}{10}$. **D.** $P=\dfrac{7}{15}$.

Hướng dẫn giải:

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{10}^{3}=120$.

Gọi B là biến cố "Ba số chọn ra không có hai số nào là hai số nguyên liên tiếp".

$\Rightarrow$ $\overline{B}$ là biến cố "Ba số được chọn có ít nhất hai số là các số tự nhiên liên tiếp".

Tìm các kết quả thuận lợi cho $\overline{B}$:

Xét bộ ba số có dạng $(1;2;a_1)$, với $a_1\in A\setminus\{1;2\}$: có 8 bộ thỏa mãn.

Xét bộ ba số có dạng $(2;3;a_2)$, với $a_2\in A\setminus\{1;2;3\}$: có 7 bộ thỏa mãn.

Xét bộ ba số có dạng $(3,4,a_3)$ với $a_3\in A\setminus\{2;3;4\}$: có 7 bộ thỏa mãn.

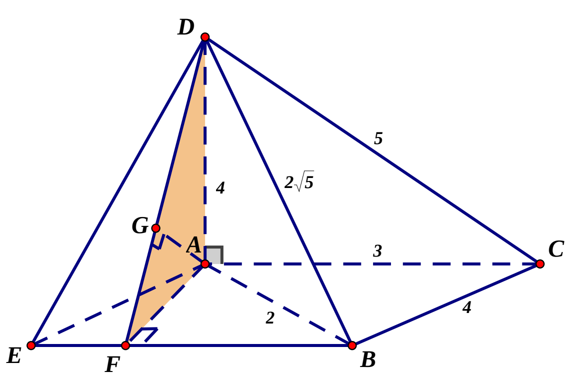
Thực hiện tương tự mỗi bộ ba số dạng: $(4,5,a_4)$, $(5,6,a_5)$, $(6,7,a_6)$, $(7,8,a_7)$, $(8,9,a_8)$, $(9,10,a_9)$: đều có 7 bộ thỏa mãn.

Suy ra: $n(\overline{B})=8+8.7=64$. Do vậy: $P(B)=1-P(\overline{B})=1-\dfrac{64}{120}=\dfrac{7}{15}$. $\xrightarrow{\text{Chọn}}\boxed{D}$

Câu 47. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=2$, $AC=3$, $AD=BC=4$, $BD=2\sqrt{5}$, $CD=5$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BD bằng.

A. $\dfrac{3\sqrt{15}}{4}$. **B.** 2. **C.** $\sqrt{\dfrac{240}{79}}$. **D.** 3.

Hướng dẫn giải:



Ta có: $AD^2+AC^2=CD^2$ nên tam giác ACD vuông tại A hay $AD\perp AC$. Mặt khác: $AD^2+AB^2=BD^2$ nên tam giác ABD vuông tại A hay $AD\perp AB$.

Ta có: $\begin{cases}AD\perp AC\\ AD\perp AB\end{cases}\Rightarrow AD\perp(ABC)$.

Dựng hình bình hành $ACBE$.Khi đó $AC//(BDE)$.

Suy ra khoảng cách cần tìm:

$d(AC,BD)=d(AC,(BDE))=d(A,(BDE))$ (1).

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, kẻ $AF\perp BE$ tại F, trong tam giác ADF, dựng đường cao AG. Ta sẽ chứng minh $AG\perp(BDE)$.

Thật vậy: $\begin{cases}BE\perp AF\\ BE\perp AD\end{cases}\Rightarrow BE\perp(ADF)$ mà $AG\subset(ADF)\Rightarrow AG\perp BE$.

Vì $\begin{cases} AG \perp BE \\ AG \perp DF \end{cases} \Rightarrow AG \perp (BDE)$ (2). Từ (1) & (2) $\Rightarrow \boxed{d(AC, BD) = AG}$.

Đặt: $p = \dfrac{AB + BE + AE}{2} = \dfrac{9}{2} \Rightarrow S_{\Delta ABE} = \sqrt{p(p-AB)(p-BE)(p-AE)} = \dfrac{3\sqrt{15}}{4}$.

Ta lại có: $S_{\Delta ABE} = \dfrac{1}{2} AF.\underbrace{BE}_{=3} \Rightarrow \boxed{AF = \dfrac{\sqrt{15}}{2}}$.

Xét tam giác ADF vuông tại A có đường cao $AG = \dfrac{AD.AF}{\sqrt{AD^2 + AF^2}} = \sqrt{\dfrac{240}{79}}$. $\xrightarrow{\text{Chọn}} \boxed{C}$

Câu 48. Cho hai hàm số $y = x^3 + x^2 - 3x - 1$, $y = 2x^3 + 2x^2 - mx + 2$ có đồ thị lần lượt là $(C_1), (C_2)$ và m là tham số thực. Biết rằng tồn tại m để (C_1) cắt (C_2) tại ba điểm phân biệt có tung độ là y_1, y_2, y_3 thỏa mãn $\dfrac{1}{y_1+4} + \dfrac{1}{y_2+4} + \dfrac{1}{y_3+4} = \dfrac{2}{3}$, khi đó:

A. $m \in (4;7)$. **B.** $m \in (9;12)$. **C.** $m \in (6;9)$. **D.** $m \in (8;11)$.

Hướng dẫn giải:

Cần nhớ: Định lí Vi-ét dành cho phương trình bậc ba.

Nếu phương trình $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ có ba nghiệm x_1, x_2, x_3 thì $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = -\dfrac{b}{a} \\ x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3 = \dfrac{c}{a} \\ x_1x_2x_3 = -\dfrac{d}{a} \end{cases}$.

Phương trình hoành độ giao điểm của $(C_1), (C_2)$: $\boxed{x^3 + x^2 + (3-m)x + 3 = 0}$ (*).

Giả sử A, B, C là giao điểm của hai đồ thị hàm số đã cho thì tọa độ A, B, C thỏa hệ

$\begin{cases} y = x^3 + x^2 - 3x - 1 \\ y = 2x^3 + 2x^2 - mx + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y = 2x^3 + 2x^2 - 6x - 2 \\ y = 2x^3 + 2x^2 - mx + 2 \end{cases}$. Suy ra $\boxed{y = (m-6)x - 4}$.

Khi đó, ta có: $y_1 + 4 = (m-6)x_1$; $y_2 + 4 = (m-6)x_2$; $y_3 + 4 = (m-6)x_3$ với x_1, x_2, x_3 là nghiệm của phương trình (*).

Theo ***định lí Vi-ét bậc ba***, ta có $\begin{cases} x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 = 3 - m \\ x_1x_2x_3 = -3 \end{cases}$.

Theo giả thiết: $\dfrac{2}{3} = \dfrac{1}{y_1+4} + \dfrac{1}{y_2+4} + \dfrac{1}{y_3+4} = \dfrac{1}{m-6} \cdot \dfrac{x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1}{x_1x_2x_3} = \dfrac{m-3}{3(m-6)}$. Suy ra $m = 9$.

Thử lại: với $m = 9$ thì (*) trở thành $x^3 + x^2 - 6x + 3 = 0$. Phương trình này có 3 nghiệm phân biệt.

Vậy $m = 9$ là giá trị cần tìm. $\xrightarrow{\text{Chọn}} \boxed{D}$

Câu 49. Cho x, $y > 0$ thỏa mãn $\log(x + 2y) = \log(x) + \log(y)$. Khi đó, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \dfrac{x^2}{1+2y} + \dfrac{4y^2}{1+x}$ là:

A. 6. **B.** $\dfrac{32}{5}$. **C.** $\dfrac{31}{5}$. **D.** $\dfrac{29}{5}$.

Hướng dẫn giải:

Cần nhớ:

Bất đẳng thức ***Cauchy-Schwarz dạng Engel*** (còn gọi là bất đẳng thức cộng mẫu):

$\dfrac{x^2}{a}+\dfrac{y^2}{b}\ge\dfrac{(x+y)^2}{a+b}$. Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\dfrac{x}{a}=\dfrac{y}{b}$.

Điều kiện: $x>0,\ y>0$.

Ta có: $\log(x+2y)=\log(x)+\log(y)\Rightarrow\log(x+2y)=\log(x.y)\Rightarrow\boxed{x+2y=xy}$ (*).

Áp dụng bất đẳng thức ***Cauchy-Schwarz dạng Engel***, ta có: $P=\dfrac{x^2}{1+2y}+\dfrac{(2y)^2}{1+x}\ge\dfrac{(x+2y)^2}{2+x+2y}$.

Theo ***AM-GM***, ta có: $x+2y\ge2\sqrt{x.2y}\overset{(1)}{=}2\sqrt{2(x+2y)}\Leftrightarrow(x+2y)^2\ge8(x+2y)$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x+2y\le0\ \text{(loại)}\\x+2y\ge8\ \text{(nhận)}\end{array}\right.$ (do điều kiện $x>0,\ y>0$). Suy ra $\boxed{x+2y\ge8}$.

Đặt $t=x+2y\ge8$, ta có: $P\ge\dfrac{t^2}{t+2}=t-2+\dfrac{4}{t+2}$

$\Leftrightarrow P\ge\underbrace{\dfrac{1}{25}(t+2)+\dfrac{4}{t+2}}_{AM-GM}+\underbrace{\dfrac{24}{25}t}_{\ge\frac{24}{25}.8}-\dfrac{52}{25}\ge2\sqrt{\dfrac{4}{25}}+\dfrac{24}{25}.8-\dfrac{52}{25}=\dfrac{32}{5}$. Do vậy $P_{\min}=\dfrac{32}{5}$.

Dấu đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{x}{1+2y}=\dfrac{2y}{1+x}\\\underbrace{x+2y}_{t}=8;\ \dfrac{1}{25}(t+2)=\dfrac{4}{t+2}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{8-2y}{1+2y}=\dfrac{2y}{1+8-2y}\\x=8-2y\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=4\\y=2\end{cases}$.

$\xrightarrow{\text{Chọn}}\boxed{B}$

Câu 50. Cho số phức z thỏa mãn $5|z-i|=|z+1-3i|+3|z-1+i|$. Tìm giá trị lớn nhất T của $|z-2+3i|$?

A. $T=\dfrac{10}{3}$. **B.** $T=1+\sqrt{13}$. **C.** $T=4\sqrt{5}$. **D.** $T=9$.

Hướng dẫn giải:

Gọi M là điểm biểu diễn của z; gọi $A(0;1)$, $B(-1;3)$, $C(1;-1)$. Ta thấy A là trung điểm của BC.

Ta có : $MB^2+MC^2=2MA^2+\dfrac{BC^2}{2}=2MA^2+10$.

Theo giả thiết : $5|z-i|=|z+1-3i|+3|z-1+i|\Leftrightarrow5MA=MB+3MC\overset{Cauchy-Schwarz}{\le}\sqrt{10}.\sqrt{\underbrace{MB^2+MC^2}_{=2MA^2+10}}$

$\Leftrightarrow25MA^2\le10(2MA^2+10)\Leftrightarrow5MA^2\le100\Rightarrow\boxed{MA\le2\sqrt{5}}$ (1).

Xét $|z-2+3i|=|(z-i)+(-2+4i)|\le|z-i|+|2-4i|\le MA+2\sqrt{5}\le4\sqrt{5}$ (do (1)).

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi: $\begin{cases}|z-i|=2\sqrt{5}\\\dfrac{a}{-2}=\dfrac{b-1}{4}>0\end{cases}$, với $z=a+bi$; $a,\ b\in\mathbb{R}$. Suy ra $\left[\begin{array}{l}z=2-3i\ \text{(loại)}\\z=-2+5i\end{array}\right.$.

Vậy giá trị lớn nhất của $|z-2+3i|$ là $T=4\sqrt{5}$. $\xrightarrow{\text{Chọn}}\boxed{C}$