Nhóm trường:
THPT Nguyễn Văn Huyên
THPT Tháng 10
THPT Thượng Lâm

CHUYÊN ĐỀ
SỐ PHỨC

DẠNG ĐẠI SỐ VÀ CÁC PHÉP TOÁN TRÊN TẬP SỐ PHỨC

A. Kiến thức cơ bản.

1. Khái niệm số phức

- Số phức (dạng đại số) : $z = a + bi$
  (a, b$\in R$, a là phần thực, b là phần ảo, i là đơn vị ảo, $i^2 = -1$)
- z là số thực $\Leftrightarrow$ phần ảo của z bằng 0 (b = 0)
  z là thuần ảo $\Leftrightarrow$ phần thực của z bằng 0 (a = 0)
  Số 0 vừa là số thực vừa là số ảo.
- Tập hợp số phức: $\mathbb{C} = \left\{ z = a + bi, a, b \in \mathbb{R}, i^2 = -1 \right\}$
- Hai số phức bằng nhau: $a + bi = a' + b'i \Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b = b' \end{cases} \quad (a, b, a', b' \in R)$

Chú ý: $i^{4k} = 1;\ i^{4k+1} = i;\ i^{4k+2} = -1;\ i^{4k+3} = -i$

2. Số phức liên hợp của số phức z = a + bi là $\overline{z} = a - bi$

- $\overline{\overline{z}} = z$; $\overline{z \pm z'} = \overline{z} \pm \overline{z'}$; $\overline{z.z'} = \overline{z}.\overline{z'}$; $\overline{\left(\dfrac{z_1}{z_2}\right)} = \dfrac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}}$; $\quad z.\overline{z} = a^2 + b^2$
- z là số thực $\Leftrightarrow z = \overline{z}$; z là số ảo $\Leftrightarrow z = -\overline{z}$

3. Môđun của số phức : z = a + bi

- $|z| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{z\overline{z}} = |\overrightarrow{OM}|$
- $|z| \ge 0, \forall z \in C$, $\quad |z| = 0 \Leftrightarrow z = 0$
- $|z.z'| = |z|.|z'|$
- $\left|\dfrac{z}{z'}\right| = \dfrac{|z|}{|z'|}$
- $\big||z| - |z'|\big| \le |z \pm z'| \le |z| + |z'|$

4. Các phép toán trên số phức.

*** Phép cộng và phép trừ, nhân hai số phức.**

Cho hai số phức z = *a + bi* và z' = *a' + b'i*. Ta định nghĩa:

- $z + z' = (a + a') + (b + b')i$
- $z - z' = (a - a') + (b - b')i$
- $zz' = aa' - bb' + (ab' - a'b)i$

*** Phép chia số phức khác 0.**

Cho số phức z = *a + bi* $\neq 0$ *(tức là* $a^2 + b^2 > 0$ *)*

Ta định nghĩa số nghịch đảo z^{-1} của số phức $z \neq 0$ là số $z^{-1} = \dfrac{1}{a^2 + b^2}\overline{z} = \dfrac{1}{|z|^2}\overline{z}$

- Chia hai số phức: $\dfrac{a + bi}{a' + b'i} = \dfrac{aa' - bb'}{a'^2 + b'^2} + \dfrac{ab' + a'b}{a'^2 + b'^2}i$.

B. Kĩ năng cơ bản.

Tìm phần thực và phần ảo , mô đun, số phức liên hợp của số phức

Phương pháp giải

Biến đổi số phức về dạng đại số, áp dụng công thức tính.

Thực hiện các phép toán trên tập số phức

Phương pháp giải

Áp dụng các quy tắc cộng, trừ, nhân, chia hai số phức, chú ý các tính chất giao hoán, kết hợp đối với các phép toán cộng và nhân.

C. Bài tập luyện tập.

Bài 1: Tìm phần thực và phần ảo , mô đun, số phức liên hợp của số phức

$a)\ z=1+2i$ $\quad$ $b)\ z=(1+2i)+i(3-4i)$ $\quad$ $c)\ z=(1+i)^2-(5-2i)$

Giải:

a) $z=1+2i$

Phần thực: 1, phần ảo 2, số phức liên hợp $\bar{z}=1-2i$, mô đun: $|z|=\sqrt{5}$

$b)\ z=(1+2i)+i(3-4i)=5+5i$

Phần thực: 5, phần ảo : 5, số phức liên hợp $\bar{z}=5-5i$, mô đun: $|z|=5\sqrt{2}$

$c)\ z=(1+i)^2-(5-3i)=-5+4i$

Phần thực: -5, phần ảo : 4, số phức liên hợp $\bar{z}=-5-4i$, mô đun: $|z|=\sqrt{41}$

Bài 2: Tìm số phức liên hợp của: $z=(1+i)(3-2i)+\dfrac{1}{3+i}$

Giải:

Ta có $z=5+i+\dfrac{3-i}{(3+i)(3-i)}=5+i+\dfrac{3-i}{10}$.

Suy ra số phức liên hợp của z là: $\bar{z}=\dfrac{53}{10}-\dfrac{9}{10}i$

Bài 3: Tìm phần ảo của số phức z biết $\bar{z}=\left(\sqrt{2}+i\right)^2\left(1-\sqrt{2}i\right)$

Giải:

$\bar{z}=\left(1+2\sqrt{2}i\right)\left(1-\sqrt{2}i\right)=5+\sqrt{2}i$. Suy ra, $z=5-\sqrt{2}i$

Phần ảo của số phức $z=-\sqrt{2}$

Bài 4: Tìm mô đun của số phức $z=\dfrac{(1+i)(2-i)}{1+2i}$

Giải: Ta có: $z=\dfrac{5+i}{5}=1+\dfrac{1}{5}i$

Vậy mô đun của z bằng: $|z|=\sqrt{1+\left(\dfrac{1}{5}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{26}}{5}$

Bài 5: Cho số phức z = $\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{1}{2}i$. Tính các số phức sau: $\bar{z}$; z^2; $(\bar{z})^3$; $1+z+z^2$

Giải:

*Vì z = $\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{1}{2}i \Rightarrow \bar{z}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{1}{2}i$

*Ta có $z^2=\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{1}{2}i\right)^2=\dfrac{3}{4}+\dfrac{1}{4}i^2-\dfrac{\sqrt{3}}{2}i=\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$

$\Rightarrow (\bar{z})^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i\right)^2 = \frac{3}{4}+\frac{1}{4}i^2+\frac{\sqrt{3}}{2}i = \frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$

$(\bar{z})^3 = (\bar{z})^2.\ \bar{z} = \left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i\right) = \frac{\sqrt{3}}{4}+\frac{1}{2}i+\frac{3}{4}i-\frac{\sqrt{3}}{4} = i$

Ta có: $1 + z + z^2 = 1+\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i+\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i = \frac{3+\sqrt{3}}{2}-\frac{1+\sqrt{3}}{2}i$

Bài 6: Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z} = \frac{\left(1-\sqrt{3}i\right)^3}{1-i}$. Tìm môđun của số phức $\bar{z}+iz$.

Giải:

Ta có: $\left(1-\sqrt{3}i\right)^3 = -8$ Do đó $\bar{z} = \frac{-8}{1-i} = -4-4i \Rightarrow z = -4+4i$

$\Rightarrow \bar{z}+iz = -4-4i+(-4+4i)i = -8-8i$ Vậy $\left|\bar{z}+iz\right| = 8\sqrt{2}.$

*** Hai số phức bằng nhau:**

Bài 7: Tìm các số thực x, y thỏa mãn đẳng thức:

a) $3x + y + 5xi = 2y - 1 + (x - y)i$

b) $(2x + 3y + 1) + (-x + 2y)i = (3x - 2y + 2) + (4x - y - 3)i$.

c) $x(3+5i)+y(1-2i)^3 = -35+23i$

Giải:

a) Theo giả thiết:

$3x + y + 5xi = 2y - 1 + (x - y)i$

$\Leftrightarrow (3x + y) + (5x)i = (2y - 1) + (x - y)i$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x+y = 2y-1 \\ 5x = x-y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{7} \\ y = \frac{4}{7} \end{cases}$$

b) Theo giả thiết ta có: $\begin{cases} 2x+3y+1 = 3x-2y+2 \\ -x+2y = 4x-y-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x+5y = 1 \\ -5x+3y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{9}{11} \\ y = \frac{4}{11} \end{cases}$

c) Ta có $(1-2i)^3 = (1-2i)^2(1-2i) = (-3-4i)(1-2i) = 2i-11$.

Suy ra $x(3+5i)+y(1-2i)^3 = -35+23i \Leftrightarrow x(3+5i)+y(2i-11) = -35+23i$

$$\Leftrightarrow (3x-11y)+(5x+2y)i = -35+23i \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-11y = -35 \\ 5x+2y = 23 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases}$$

*** Tính i^n và áp dụng: Chú ý:**

- $i^{4n} = 1$; $i^{4n+1} = i$; $i^{4n+2} = -1$; $i^{4n+3} = -i$; $\forall n \in N^*$ Vậy $i^n \in \{-1;1;-i;i\}$, $\forall n \in N^*$
- $(1+i)^2 = 2i$; $(1-i)^2 = -2i$

Bài 8: Tính: $i^{105} + i^{23} + i^{20} - i^{34}$

Giải:

Ta có $i^{105} + i^{23} + i^{20} - i^{34} = i^{4.26+1} + i^{4.5+3} + i^{4.5} - i^{4.8+2} = i - i + 1 + 1 = 2$

Bài 9: Tính số phức sau: a) z = $(1+i)^{15}$ b) z = $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{16}+\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{8}$

Giải:

a) Ta có: $(1 + i)^2 = 1 + 2i - 1 = 2i \Rightarrow (1 + i)^{14} = (2i)^7 = 128.i^7 = -128.i$

nên $z = (1+i)^{15} = (1+i)^{14}(1+i) = -128i\,(1+i) = -128\,(-1 + i) = 128 - 128i$.

b) Ta có: $\frac{1+i}{1-i}=\frac{(1+i)(1+i)}{2}=\frac{2i}{2}=i$

$\Rightarrow \frac{1-i}{1+i}=-i$. Vậy $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{16}+\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{8}=i^{16}+(-i)^{8}=2$

Bài 10: (Vận dụng)Tìm phần thực, phần ảo của số phức sau:

$$1+(1+i)+(1+i)^2+(1+i)^3+...+(1+i)^{20}$$

Giải:

$$P=1+(1+i)+(1+i)^2+...+(1+i)^{20}=\frac{(1+i)^{21}-1}{i}$$

$$(1+i)^{21}=\left[(1+i)^2\right]^{20}(1+i)=(2i)^{10}(1+i)=-2^{10}(1+i)$$

$$\Rightarrow P=\frac{-2^{10}(1+i)-1}{i}=-2^{10}+\left(2^{10}+1\right)i$$

Vậy phần thực là -2^{10} và phần ảo là $2^{10}+1$

*** Tìm số phức dựa vào dạng đại số của số phức.**

Nếu trong hệ thức tìm số phức z xuất hiện 2 hay nhiều đại lượng sau: $z,\bar{z},|z|,...$ ta sẽ sử dụng Dạng đại số của z là $z=x+yi$ với $x,y\in R$

Bài 11: Tìm số phức z biết $z-(2+3i)\bar{z}=1-9i$

Giải:

Giả sử z= a+ bi (a,b $\in R$) ta có:

$$z-(2+3i)\bar{z}=1-9i \Leftrightarrow a+bi-(2+3i)(a-bi)=1-9i$$

$$\Leftrightarrow -a-3b-(3a-3b)i=1-9i \Leftrightarrow \begin{cases}-a-3b=1\\3a-3b=9\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=2\\b=-1\end{cases}$$

Vậy z = 2 – i

Bài 12(TH) Cho số phức z thỏa mãn: $(2+i)z+\frac{2(1+2i)}{1+i}=7+8i$ (1) . Tìm môđun của số phức $\omega=z+1+i$

Giải:

$$(2+i)z+\frac{2(1+2i)}{1+i}=7+8i \Leftrightarrow (2+i)z+3+i=7+8i$$

$$\Leftrightarrow (2+i)z=4+7i \Leftrightarrow z=\frac{4+7i}{2+i}=3+2i$$

Do đó $\omega=3+2i+1+i=4+3i \Rightarrow |\omega|=\sqrt{16+9}=5$.

Bài 13: (TH)Tính mô đun của số phức z biết rằng: $(2z-1)(1+i)+(\bar{z}+1)(1-i)=2-2i$

Giải: Gọi z= a+ bi (a, b$\in R$)

Ta có

$(2z-1)(1+i)+(\bar{z}+1)(1-i)=2-2i$

$\Leftrightarrow [(2a-1)+2bi](1+i)+[(a+1)-bi](1-i)=2-2i$

$\Leftrightarrow (2a-2b-1)+(2a+2b-1)i+(a-b+1)-(a+b+1)i=2-2i$

$\Leftrightarrow (3a-3b)+(a+b-2)i=2-2i \Leftrightarrow \begin{cases}3a-3b=2\\ a+b-2=-2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=\dfrac{1}{3}\\ b=-\dfrac{1}{3}\end{cases} \Rightarrow z=\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{3}i$

Suy ra mô đun: $|z|=\sqrt{a^2+b^2}=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$

Bài 14: Tìm số phức z thỏa mãn: $|z|^2+2z.\bar{z}+|\bar{z}|^2=8$ và $z+\bar{z}=2$.

Giải

Gọi z = x + iy (x, y∈R), ta có $\bar{z}=x-iy; |z|^2=|\bar{z}|^2=z\bar{z}=x^2+y^2$

$|z|^2+2z.\bar{z}+|\bar{z}|^2=8 \Leftrightarrow 4(x^2+y^2)=8 \Leftrightarrow (x^2+y^2)=2$ (1)

$z+\bar{z}=2 \Leftrightarrow 2x=2 \Leftrightarrow x=1$ (2)

Từ (1) và (2) tìm được x = 1 ; y = ±1

Vậy các số phức cần tìm là 1 + i và 1 - i

Bài 15: Tìm số phức z thỏa mãn $|z|=\sqrt{2}$ và z^2 là số thuần ảo.

Giải:

Gọi z= a+ bi (a, b $\in R$) Ta có $|z|=\sqrt{a^2+b^2}$ và $z^2=a^2-b^2+2abi$

Yêu cầu bài toán thỏa mãn khi và chỉ khi $\begin{cases}a^2+b^2=2\\ a^2-b^2=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a^2=1\\ b^2=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=\pm 1\\ b=\pm 1\end{cases}$

Vậy các số phức cần tìm là 1+i; 1-i; -1+i; -1-i

Bài 16: (Vận dụng) Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tìm tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-2|+|z+2|=10$.

Hướng dẫn giải

Gọi $M(x;y)$ là điểm biểu diễn số phức $z=x+yi$, $x,y\in\mathbb{R}$.

Gọi A là điểm biểu diễn số phức 2

Gọi B là điểm biểu diễn số phức -2

Ta có: $|z+2|+|z-2|=10 \Leftrightarrow MB+MA=10$.

Ta có $AB=4$. Suy ra tập hợp điểm M biểu diễn số phức z là Elip với 2 tiêu điểm là $A(2;0)$, $B(-2;0)$, tiêu cự $AB=4=2c$, độ dài trục lớn là $10=2a$, độ dài trục bé là $2b=2\sqrt{a^2-c^2}=2\sqrt{25-4}=2\sqrt{21}$.

Vậy, tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-2|+|z+2|=10$ là Elip có phương trình $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{21}=1$.

Bài 17: (Vận dụng)Tìm số phức z thỏa mãn hai điều kiện: $|z+1-2i|=|\bar{z}+3+4i|$ và $\dfrac{z-2i}{\bar{z}+i}$ là một số thuần ảo.

Giải

Đặt z= x+ yi (x,y $\in R$)   Theo bài ra ta có

$$|x+1+(y-2)i|=|x+3+(4-y)i|$$

$$\Leftrightarrow (x+1)^2+(y-2)^2=(x+3)^2+(y-4)^2 \Leftrightarrow y=x+5$$

Số phức $w=\dfrac{z-2i}{\bar{z}+i}=\dfrac{x+(y-2)i}{x+(1-y)i}=\dfrac{x^2-(y-2)(y-1)+x(2y-3)i}{x^2+(y-1)^2}$

w là một số ảo khi và chỉ khi $\begin{cases} x^2-(y-2)(y-1)=0 \\ x^2+(y-1)^2>0 \\ y=x+5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\dfrac{12}{7} \\ y=\dfrac{23}{7} \end{cases}$

Vậy $z=-\dfrac{12}{7}+\dfrac{23}{7}i$

Bài 18: (Vận dụng)Tìm số phức z biết $\bar{z}-\dfrac{5+i\sqrt{3}}{z}-1=0$

Giải:

Gọi z= a+ bi (a, b $\in R$) và $a^2+b^2\neq 0$ ta có

$$\bar{z}-\frac{5+i\sqrt{3}}{z}-1=0 \Leftrightarrow a-bi-\frac{5+i\sqrt{3}}{a+bi}-1=0 \Leftrightarrow a^2+b^2-5-i\sqrt{3}-a-bi=0$$

$$\Leftrightarrow (a^2+b^2-a-5)-(b+\sqrt{3})i=0 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2-a-5=0 \\ b+\sqrt{3}=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2-a-2=0 \\ b=-\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=-1;b=-\sqrt{3} \\ 2=a=2;b=-\sqrt{3} \end{array} \right.$$

Vậy $z=-1-i\sqrt{3}$ hoặc $z=2+i\sqrt{3}$

D. Bài tập TNKQ.

Câu 1. (Đề thi chính thức THPT QG năm 2017) Cho hai số phức $z_1=5-7i$ và $z_2=2+3i$. Tìm số phức $z=z_1+z_2$

A. $z=7-4i$ **B.** $z=2+5i$ **C.** $z=-2+5i$ **D.** $z=3-10i$

Câu 2. (**(Đề thi chính thức THPT QG năm 2017)** Cho số phức $z=a+bi,(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $z+1+3i-|z|i=0$. Tính $S=a+3b$

A. $S=\dfrac{7}{3}$ **B.** $S=-5$ **C.** $S=5$ **D.** $S=-\dfrac{7}{3}$

Giải : Đáp án B

Ta có: $z+1+3i-|z|i=0 \Leftrightarrow a+1+(b+3)i=\sqrt{a^2+b^2}i \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b+3=\sqrt{b^2+1},(1) \end{cases}$

Với $b\geq -3$ thì (1) tương đương với: $(b+3)^2=b^2+1 \Leftrightarrow b=\dfrac{-4}{3}$

Vậy $a+3b=-5$

Câu 3. **(Đề thi chính thức THPT QG năm 2017)** Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z-3i|=5$ và $\frac{z}{z-4}$ là số thuần ảo ?

A. 0 **B.** Vô số **C.** 1 **D.** 2

Giải: Đáp án C

Đặt $z=x+yi,(x,y\in\mathbb{R})$

$|z-3i|=\sqrt{x^2+(y-3)^2}=5\Leftrightarrow x^2+y^2-6y=16$

$\frac{z}{z-4}=\frac{x+yi}{x-4+yi}=\frac{(x+yi)(x-4-yi)}{(x-4)^2+y^2}=\frac{x^2-4x+y^2}{(x-4)^2+y^2}-\frac{4yi}{(x-4)^2+y^2}$

$\frac{z}{z-4}$ là số thuần ảo nên $\frac{x^2-4x+y^2}{(x-4)^2+y^2}=0\Leftrightarrow x^2-4x+y^2=0$

Ta có hệ: $\begin{cases}x^2+y^2-6y=16\\x^2+y^2-4x=0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=4\\y=0\end{cases}(loai)\\\begin{cases}x=\frac{16}{13}\\y=\frac{-24}{13}\end{cases}\end{array}\right.\Rightarrow z=\frac{16}{13}-\frac{24}{13}i$

Vậy chỉ có 1 số phức z thỏa mãn

Câu 4. (Vận dụng)Trong các số phức thỏa mãn điều kiện $|z+3i|=|z+2-i|$. Tìm số phức có môđun nhỏ nhất?

A. $z=1-2i$. **B.** $z=-\frac{1}{5}+\frac{2}{5}i$. **C.** $z=\frac{1}{5}-\frac{2}{5}i$. **D.** $z=-1-i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Phương pháp tự luận

Giả sử $z=x+yi\left(x,y\in\mathbb{R}\right)$

$|z+3i|=|z+2-i|\Leftrightarrow|x+(y+3)i|=|(x+2)+(y-1)i|\Leftrightarrow x^2+(y+3)^2=(x+2)^2+(y-1)^2$

$\Leftrightarrow 6y+9=4x+4-2y+1\Leftrightarrow 4x-8y-4=0\Leftrightarrow x-2y-1=0\Leftrightarrow x=2y+1$

$|z|=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(2y+1)^2+y^2}=\sqrt{5y^2+4y+1}=\sqrt{5\left(y+\frac{2}{5}\right)^2+\frac{1}{5}}\geq\frac{\sqrt{5}}{5}$

Suy ra $|z|_{\min}=\frac{\sqrt{5}}{5}$ khi $y=-\frac{2}{5}\Rightarrow x=\frac{1}{5}$

Vậy $z=\frac{1}{5}-\frac{2}{5}i.$

Phương pháp trắc nghiệm

Giả sử $z=x+yi\quad(x,y\in\mathbb{R})$

$|z+3i|=|z+2-i|\Leftrightarrow|x+(y+3)i|=|(x+2)+(y-1)i|\Leftrightarrow x^2+(y+3)^2=(x+2)^2+(y-1)^2$

$\Leftrightarrow 6y+9=4x+4-2y+1\Leftrightarrow 4x-8y-4=0\Leftrightarrow x-2y-1=0$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa điều kiện $|z+3i|=|z+2-i|$ là đường thẳng $d:x-2y-1=0$.

Phương án A: $z=1-2i$ có điểm biểu diễn $(1;-2)\notin d$ nên loại A.

Phương án B: $z=-\frac{1}{5}+\frac{2}{5}i$ có điểm biểu diễn $\left(-\frac{1}{5};\frac{2}{5}\right)\notin d$ nên loại B.

Phương án C: $z=\frac{1}{5}-\frac{2}{5}i\Rightarrow|z|=\frac{\sqrt{5}}{5}$ có điểm biểu diễn $\left(\frac{1}{5};-\frac{2}{5}\right)\in d$

Phương án D: $z=-1-i\Rightarrow|z|=\sqrt{2}$ có điểm biểu diễn $(-1;-1)\in d$

Do đó phương án C thỏa mãn

Câu 5. **(ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017)**Cho số phức $z\in\mathbb{C}$ thỏa mãn $|z|=4$. Biết tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức $w=(3+4i)z+i$ là đường tròn I, bán kính R. Khi đó.

A. $I(0;1),R=2\sqrt{5}$. **B.** $I(1;0),R=20$ **C.** $I(0;1),R=20$. **D.** $I(1;-2),R=22$.

Hướng dẫn giải

Đặt $\mathrm{w}=a+bi$ với $a;b;c\in\mathbb{R}$.

$$w=(3+4i)z+i\Leftrightarrow z=\frac{a+(b-1)i}{3+4i}=\frac{[a+(b-1)i](3-4i)}{25}$$

$$\Leftrightarrow z=\frac{3a+4b-4}{25}+\frac{(3b-4a-3)}{25}i\Rightarrow|z|=\frac{\sqrt{(3a+4b-4)^2+(3b-4a-3)^2}}{25}.$$

Mà

$$|z|=4\Rightarrow\frac{\sqrt{(3a+4b-4)^2+(3b-4a-3)^2}}{25}=4$$

$$\Leftrightarrow(3a+4b-4)^2+(3b-4a-3)^2=100^2$$

$$\Leftrightarrow a^2+b^2-2b=399\Leftrightarrow a^2+(b-1)^2=20^2$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn của số phức w là đường tròn $I(0;1),R=20$.

Câu 6. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện : $|z-1+2i|=\sqrt{5}$ và $w=z+1+i$ có môđun lớn nhất. Số phức z có môđun bằng:

A. $2\sqrt{5}$. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{6}$. **D.** $5\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải:

Gọi $z=x+yi\quad(x,y\in\mathbb{R})\quad\Rightarrow z-1+2i=(x-1)+(y+2)i$

Ta có: $|z-1+2i|=\sqrt{5}\Leftrightarrow\sqrt{(x-1)^2+(y+2)^2}=\sqrt{5}\Leftrightarrow(x-1)^2+(y+2)^2=5$

Suy ra tập hợp điểm $M(x;y)$ biểu diễn số phức z thuộc đường tròn (C) tâm $I(1;-2)$ bán kính $R=\sqrt{5}$:

Dễ thấy $O\in(C)$, $N(-1;-1)\in(C)$ Theo đề ta có:

$M(x;y)\in(C)$là điểm biểu diễn cho sốphức z thỏa mãn:

$w=z+1+i=x+yi+1+i=(x+1)+(y+1)i$

$\Rightarrow|z+1+i|=\sqrt{(x+1)^2+(y+1)^2}=|\overrightarrow{MN}|$

Suy ra $|z+1+i|$đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow MN$ lớn nhất

Mà $M,N\in(C)$ nên MN lớn nhất khi MN là đường kính đường tròn (C)

$\Leftrightarrow I$ là trung điểm $MN\Rightarrow M(3;-3)\Rightarrow z=3-3i\Rightarrow|z|=\sqrt{3^2+(-3)^2}=3\sqrt{2}$

Câu 7. Phần thực và phần ảo của số phức $z=1+2i$

A. 1 và 2. **B.** 2 và 1. **C.** 1 và $2i$. **D.** 1 và i.

Câu 8. Cho số phức $z=1+3i$. Số phức z^2 có phần thực là

A. -8. **B.** 10. **C.** $8+6i$. **D.** $-8+6i$.

Câu 9. Phần thực của số phức $z=\dfrac{3-4i}{4-i}$ bằng

A. $\dfrac{16}{17}$. **B.** $\dfrac{3}{4}$. **C.** $-\dfrac{13}{17}$. **D.** $-\dfrac{3}{4}$.

Câu 10. Phần ảo của số phức $z=\dfrac{(1-2i)^2}{(3+i)(2+i)}$ là

A. $-\dfrac{1}{10}$. **B.** $-\dfrac{7}{10}$. **C.** $-\dfrac{i}{10}$. **D.** $\dfrac{7}{10}$.

Câu 11. Tìm $|z|$ biết $z=(1+2i)(1-i)^2$?

A. $2\sqrt{5}$. **B.** $2\sqrt{3}$ **C.** $5\sqrt{2}$ **D.** 20.

Câu 12. Cho $z=\dfrac{2}{1+i\sqrt{3}}$. Số phức liên hợp của z là

A. $\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$. **B.** $\dfrac{1}{4}+\dfrac{\sqrt{3}}{4}i$. **C.** $\dfrac{1}{4}-\dfrac{\sqrt{3}}{4}i$. **D.** $\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$.

Câu 13. Cho số phức $z=\dfrac{1+i}{1-i}+\dfrac{1-i}{1+i}$. Trong các kết luận sau kết luận nào **sai**?

A. $z\in\mathbb{R}$. **B.** z là số thuần ảo.

C. Mô đun của z bằng 1. **D.** z có phần thực và phần ảo đều bằng 0.

Câu 14. Cho số phức $z=m+ni\neq 0$. Số phức $\dfrac{1}{z}$ có phần thực là

A. $\dfrac{m}{m^2-n^2}$. **B.** $-\dfrac{n}{m^2-n^2}$. **C.** $\dfrac{m}{m^2+n^2}$. **D.** $-\dfrac{n}{m^2+n^2}$.

Câu 15. Cho số phức z, Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai** ?

A. $|z|=|\overline{z}|$. **B.** $z+\overline{z}$ là một số thuần ảo .

C. $z.\overline{z}$ là một số thực . **D.** mođun số phức z là một số thực dương.

Câu 16. Cho số phức $z=x+yi$. Số phức z^2 có phần thực là

A. x^2+y^2. **B.** x^2-y^2. **C.** x^2. **D.** $2xy$.

Câu 17. Cho số phức z thỏa mản $(1+i)^2(2-i)z=8+i+(1+2i)z$. Phần thực và phần ảo của số phức z lần lượt là:

A. $2;3$. **B.** $2;-3$. **C.** $-2;3$. **D.** $-2;-3$.

Câu 18. Tính $z=\dfrac{1+i^{2017}}{2+i}$.

A. $\dfrac{3}{5}+\dfrac{1}{5}i$. **B.** $\dfrac{1}{5}-\dfrac{3}{5}i$. **C.** $\dfrac{1}{5}+\dfrac{3}{5}i$. **D.** $\dfrac{3}{5}-\dfrac{1}{5}i$.

Câu 19. Trên tập số phức, tính $\dfrac{1}{i^{2017}}$

A. i. **B.** $-i$. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 20. Tổng $i^k+i^{k+1}+i^{k+2}+i^{k+3}$ bằng:

A. i. **B.** $-i$. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 21. Phần thực và phần ảo của số phức $z=\dfrac{i^{2012}+i^{2013}+i^{2014}+i^{2015}+i^{2016}}{i^{2017}+i^{2018}+i^{2019}+i^{2020}+i^{2021}}$ lần lượt là:

A. $0;-1$. **B.** $1;0$. **C.** $-1;0$. **D.** $0;1$.

Câu 22. Số phức z thỏa mãn $z+2\left(z+\overline{z}\right)=2-6i$ có phần thực là

A. -6. **B.** $\dfrac{2}{5}$. **C.** -1. **D.** $\dfrac{3}{4}$.

Câu 23. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $2z+3(1-i)\overline{z}=1-9i$. Môđun của z bằng:

A. $\sqrt{13}$. **B.** $\sqrt{82}$. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** 13.

Câu 24. Phần thực của số phức $(1+i)^2(2-i)z=8+i+(1+2i)z$ là

A. -6. **B.** -3. **C.** 2. **D.** -1.

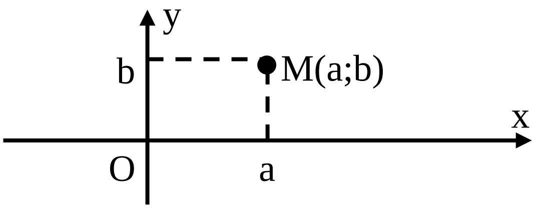
Câu 25. Cho số phức $z=6+7i$. Số phức liên hợp của z có điểm biểu diễn là:

A. $(6;7)$. **B.** $(6;-7)$. **C.** $(-6;7)$. **D.** $(-6;-7)$.

BIỂU DIỄN HÌNH HỌC SỐ PHỨC. TÌM TẬP HỢP ĐIỂM BIỂU DIỄN SỐ PHỨC

A. Kiến thức cơ bản.

Biểu diễn hình học: Số phức z = a + bi (a, b$\in$ R) được biểu diễn bởi điểm M(a; b) trong mp(Oxy) (mp phức)



Trong dạng này, ta gặp các bài toán biểu diễn hình học của số phức hay còn gọi là tìm tập hợp điểm biểu diễn một số phức z trong đó số phức z thỏa mãn một hệ thức nào đó (thường là hệ thức liên quan đến môđun của số phức). Khi đó ta giải bài toán này như sau:

Giả sử z = x+yi (x, y $\in$ R). Khi đó số phức z biểu diễn trên mặt phẳng phức bởi điểm M(x;y). Sử dụng dữ kiện của đề bài để tìm mối liên hệ giữa x và y từ đó suy ra tập hợp điểm M.

B. Kĩ năng cơ bản.

Tìm điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn điều kiện cho trước:

+ Số phức z = a + bi (a, b $\in\mathbb{R}$) được biểu diễn bởi M(a; b) trong mặt phẳng toạ độ Oxy hay còn gọi là mặt phẳng phức.

+ Trục Ox biểu diễn các số thực gọi là trục thực, trục Oy biểu diễn các số ảo gọi là trục ảo

+ Số phức z = a + bi (a, b $\in\mathbb{R}$) cũng được biểu diễn bởi vectơ $\vec{u}=(a;b)$, do đó M(a; b) là điểm biểu diễn của số phức z = a + bi (a, b $\in\mathbb{R}$) cũng có nghĩa là $\overrightarrow{OM}$ biểu diễn số phức đó.

Ta có: Nếu $\vec{u},\vec{v}$ theo thứ tự biểu diễn các số phức z, z' thì

$\vec{u}+\vec{v}$ biểu diễn số phức z + z',

$\vec{u}-\vec{v}$ biểu diễn số phức z - z',

$k\vec{u}$ $(k\in\mathbb{R})$ biểu diễn số phức kz,

$\left|\overrightarrow{OM}\right|=\left|\vec{u}\right|=\left|z\right|$, với M là điểm biểu diễn của z.

C. Bài tập luyện tập.

Bài 1: Tìm điểm biểu diễn của số phức z biết:

a) Điểm biểu diễn số phức $z=2-3i$ có tọa độ là:: $(2;-3)$.

b) Điểm biểu diễn số phức $z=-2i$ có tọa độ là: $(0;-2)$

c) Cho số phức $z=6+7i$. Số phức liên hợp của z có điểm biểu diễn là: $(6;-7)$.

d) Điểm biểu diễn của số phức $z=\dfrac{1}{2-3i}$ là: $\left(\dfrac{2}{13};\dfrac{3}{13}\right)$.

e) Cho số phức $z=2016-2017i$. Số phức đối của z là $-Z=-2016+2017i$ có điểm biểu diễn là: $(-2016;\,2017)$

f) Cho số phức $z=2017-2018i$. Số phức liên hợp $\overline{z}=2017+2018i$ có điểm biểu diễn là điểm có tọa độ $(2017;\,2018)$.

g) Điểm biểu diễn số phức $z=\dfrac{(2-3i)(4-i)}{3+2i}=-1-4i$ có tọa độ là $(-1;-4)$.

h) Trong mặt phẳng 0xy, điểm biểu diễn của số phức $z=\dfrac{i^{2016}}{(1+2i)^2}$ là điểm nào?

$$z=\frac{i^{2018}}{(1+2i)^2}=\frac{i^{4.504+2}}{(-3+4i)}=\frac{i^2}{(-3+4i)}=\frac{-1}{(-3+4i)}=\frac{3}{25}+\frac{4}{25}i$$

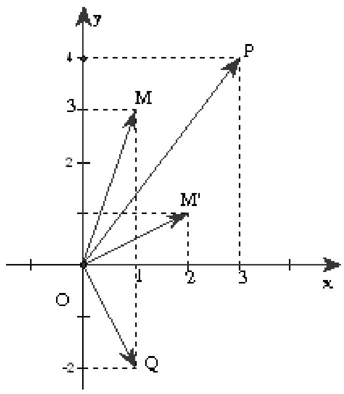
Điểm biểu diễn của số phức $z=\dfrac{i^{2016}}{(1+2i)^2}$ là điểm $\left(\dfrac{3}{25};\dfrac{4}{25}\right)$.

Bài 2: Cho số phức z = 1+ 3i và số phức z’ = 2 + i. Hãy:
a) Biểu diễn số phức z và z’ trên mp phức.
b) Biểu diễn số phức z + z’ và z’ – z trên mp phức.

Giải:

a) Biểu diễn số phức z = 1 + 3i là điểm M(1;3)
Biểu diễn số phức z’ = 2 + i là điểm M’(2;1)

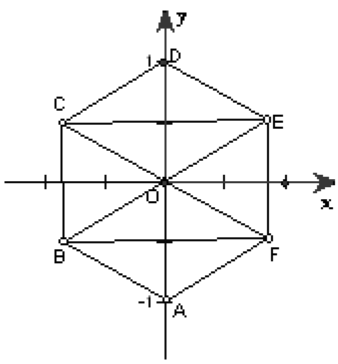
b) z + z’ = 3 + 4i, biểu diễn trên mp phức bởi P(3;4
z’ – z = 1 – 2i, biểu diễn trên mp phức bởi Q(1;-2).



Bài 3: **(**Vận dụng)Xác định các số phức biểu diễn bởi các đỉnh của một lục giác đều có tâm là gốc tọa độ O trong mặt phẳng phức, biết rằng một đỉnh biểu diễn số i.

Giải: Gọi D là điểm biểu diễn số i $\Rightarrow$ A biểu diễn số $-$i.

Dễ thấy điểm E có tọa độ $\left(\cos\dfrac{\pi}{6};\sin\dfrac{\pi}{6}\right)=\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2};\dfrac{1}{2}\right)$ nên E biểu diễn số phức $\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{1}{2}i$;



C đối xứng với E qua Oy nên C biểu diễn số phức $-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$;

F biểu diễn số phức $\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$; B biểu diễn số phức $-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$.

Bài 4: Xác định tập hợp các điểm trong mp phức biểu diễn các số phức z thỏa mãn từng điều kiện sau:

a) z^2 là số thực âm

b) z^2 là số ảo

c) $z^2 = (\bar{z})^2$

d) $\frac{1}{z-i}$ là số ảo.

Giải:

a) z^2 là số thực âm ⇔ z là số ảo. Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z nằm trên trục ảo (Oy), trừ điểm O

b) Gọi z = a + bi ⇒ $z^2 = a^2 - b^2 + 2abi$ là số ảo ⇔ $a^2 - b^2 = 0$ ⇔ b = ±a. Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z nằm trên hai đường phân giác của các gốc tọa độ.

c) $z^2 = (\bar{z})^2 \Leftrightarrow (z+\bar{z})(z-\bar{z}) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} z+\bar{z}=0 & \text{(truïc thöïc)} \\ z-\bar{z}=0 & \text{(truïc aûo)} \end{array}\right.$$. Vậy tập hợp các điểm là các trục tọa độ.

d) $\frac{1}{z-i}$ là số ảo ⇔ z – i là số ảo ⇔ x + (y – 1)i là số ảo

⇔ x = 0 và y ≠ 1.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn nằm trên trục Oy (trừ điểm có tung độ bằng 1).

<u>Bài 5:</u> Giả sử M(z) là điểm trên mặt phẳng phức biểu diễn số phức z. Tìm tập hợp các điểm M(z) thỏa mãn một trong các điều kiện sau đây:

a) $|z-1+i| = 2$ b) $|2+z| = |1-i|$ c) $|z-4i|+|z+4i|=10$

Giải:

Đặt z = x +yi (x, y ∈ R) được biểu diễn bởi điểm M(x;y)

a) Xét hệ thức: $|z-1+i| = 2$ (1)

Đặt z = x +yi (x, y ∈ R) ⇒ z – 1 + i = (x – 1) + (y + 1)i.

Khi đó (1) ⇔ $\sqrt{(x-1)^2+(y+1)^2} = 2$

$\Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+1)^2 = 4.$

⇒ Tập hợp các điểm M(z) trên mặt phẳng tọa độ biểu diễn số phức z thỏa mãn (1) là đường tròn có tâm tại I(1;-1) và bán kính R = 2.

b) Xét hệ thức $|2+z| = |z-i|$ ⇔ |(x+2) +yi| = |-x+(1-y)i|

$\Leftrightarrow (x+2)^2 + y^2 = x^2 + (1-y)^2 \Leftrightarrow 4x + 2y + 3 = 0.$

Vậy tập hợp các điểm M là đường thẳng 4x + 2y + 3 = 0.

Nhận xét: Đường thẳng 4x + 2y + 3 = 0 chính là đường trung trực của đoạn AB.

c) Xét hệ thức: $|z-4i|+|z+4i|=10$

Xét F_1, F_2 tương ứng biểu diễn các điểm 4i và -4i tức là F_1 (0;4) và F_2=(0;-4). Do đó:

$$|z-4i|+|z+4i|=10 \Leftrightarrow MF_1 + MF_2 = 10$$

Ta có $F_1F_2 = 8$ ⇒ Tập hợp tất cả các điểm M nằm trên (E) có hai tiêu điểm là F_1 và F_2 và có độ dài trục lớn bằng 10.

Phương trình của (E) là: $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1$

Bài 6: Tìm tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z sao cho $u=\frac{z+2+3i}{z-i}$ là một số thuần ảo.

Giải

Đặt z= x+ yi (x, y $\in R$), khi đó:

$$u=\frac{(x+2)+(y+3)i}{x+(y-1)i}=\frac{\left[(x+2)+(y+3)i\right]\left[x-(y-1)i\right]}{x^2+(y-1)^2}$$

$$=\frac{\left(x^2+y^2+2x+2y-3\right)+2(2x-y+1)i}{x^2+(y-1)^2}$$

u là số thuần ảo khi và chỉ khi $\begin{cases}x^2+y^2+2x+2y-3=0\\x^2+(y-1)^2>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(x+1)^2+(y+1)^2=5\\(x;y)\neq(0;1)\end{cases}$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn của z là đường tròn tâm I(-1;-1), bán kính $\sqrt{5}$ trừ điểm (0;1)

Bài 7: Trong mặt phẳng Oxy, tìm tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z-i|=|(1+i)z|$

Giải:

Đặt z= x+ yi (x,y $\in R$)

Ta có:

$$|z-i|=|(1+i)z|\Leftrightarrow|x+(y-1)i|=|(x-y)+(x+y)i|$$

$$\Leftrightarrow x^2+(y-1)^2=(x-y)^2+(x+y)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2+y^2+2xy-1=0\Leftrightarrow x^2+(y+1)^2=2$$

Vậy tập hợp các điểm M biểu diễn các số phức z là đường tròn có phương trình $x^2+(y+1)^2=2$

Bài 8: (Vận dụng)Trong các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-2-4i|=|z-2i|$.Tìm số phức z có môđun nhỏ nhất.

Giả sử số phức z cần tìm có dạng z = x + yi (x,y $\in$ R) được biểu diễn bởi điểm M(x;y).

Ta có $|x-2+(y-4)i|=|x+(y-2)i|$ (1) $\Leftrightarrow\sqrt{(x-2)^2+(y-4)^2}=\sqrt{x^2+(y-2)^2}$

$\Leftrightarrow y=-x+4$. Do đó tập hợp các điểm M biểu diễn cho các số phức z thỏa mãn (1) là đường thẳng x + y = 4. Mặt khác $|z|=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{x^2+x^2-8x+16}=\sqrt{2x^2-8x+16}$

Hay $|z|=\sqrt{2(x-2)^2+8}\geq2\sqrt{2}$

Do đó $|z|_{\min}\Leftrightarrow x=2\Rightarrow y=2$. Vậy $z=2+2i$

Bài 9: (Vận dụng) Biết rằng số phức z thỏa mãn $u=(z+3-i)(\overline{z}+1+3i)$ là một số thực. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z|$.

Giải

Đặt z= x+ yi (x, y $\in R$) ta có

$$u=\left[(x+3)+(y-1)i\right]\left[(x+1)-(y-3)i\right]=x^2+y^2+4x-4y+6+2(x--y-4)i$$

Ta có: $u\in R\Leftrightarrow x-y-4=0$

Tập hợp các điểm biểu diễn của z là đường thẳng d: x-y-4=0, M(x;y) là điểm biểu diễn của z thì mô đun của z nhỏ nhất khi và chỉ khi độ dài OM nhỏ nhất $\Leftrightarrow OM \perp d$ Tìm được M(-2;2) suy ra z=-2+2i.

<u>Bài 10:</u> (Vận dụng)Tìm số phức Z có mô đun lớn nhất và thỏa mãn điều kiện $\left|\overline{z}(1+i)-3+2i\right| = \dfrac{\sqrt{13}}{2}$

Giải

Gọi $z = x + yi(x, y \in R) \Rightarrow \overline{z} = x - yi$

$$\left|\overline{z}(1+i)-3+2i\right| = \frac{\sqrt{13}}{2} \Leftrightarrow x^2 + y^2 - x - 5y + \frac{39}{8} = 0$$

Gọi M (x;y) là điểm biểu diễn của z trong mặt phẳng tọa độ Oxy$\Rightarrow M \in (C)$ là đường tròn có tâm $I(\frac{1}{2};\frac{5}{2})$ và bán kính $R = \dfrac{\sqrt{26}}{4}$

Gọi d là đường thẳng đi qua O và I $\Rightarrow d : y = 5x$

Gọi M_1, M_2 là hai giao điểm của d và (C)$\Rightarrow M_1(\frac{3}{4};\frac{15}{4})$ và $M_2(\frac{1}{4};\frac{5}{4})$

Ta thấy $\begin{cases} OM_1 > OM_2 \\ OM_1 = OI + R \geq OM\,(M \in (C)) \end{cases}$

$\Rightarrow$ số phức cần tìm ứng với điểm biểu diễn M_1 hay $z = \dfrac{3}{4} + \dfrac{15}{4}i$

D. Bài tập TNKQ.

Câu 1. (Đề thi chính thức THPT QG năm 2017) Cho số phức $z = 1 - 2i$. Điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w = iz$ trên mặt phẳng tọa độ ?

A. $Q(1;2)$ **<u>B.</u>** $N(2;1)$ **C.** $M(1;-2)$ **D.** $P(-2;1)$

Giải : $w = iz = i(1-2i) = 2 + i$. Vậy điểm biểu diễn w có tọa độ là: (2;1)

Câu 2. (Vận dụng)Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-3+4i| \leq 2$. Trong mặt phẳng Oxy tập hợp điểm biểu diễn số phức $w = 2z + 1 - i$ là hình tròn có diện tích **A.** $S = 9\pi$. **B.** $S = 12\pi$. **<u>C.</u>** $S = 16\pi$. **D.** $S = 25\pi$.

Hướng dẫn giải

$$w = 2z + 1 - i \Rightarrow z = \frac{w-1+i}{2}$$

$$|z-3+4i| \leq 2 \Leftrightarrow \left|\frac{w-1+i}{2} - 3 + 4i\right| \leq 2 \Leftrightarrow |w-1+i-6+8i| \leq 4 \Leftrightarrow |w-7+9i| \leq 4 \ (1)$$

Giả sử $w = x + yi \ \ (x, y \in \mathbb{R})$, khi đó $(1) \Leftrightarrow (x-7)^2 + (y+9)^2 \leq 16$

Suy ra tập hợp điểm biểu diễn số phức w là hình tròn tâm $I(7;-9)$, bán kính $r = 4$. Vậy diện tích cần tìm là $S = \pi.4^2 = 16\pi$.

Câu 3. Điểm biểu diễn hình học của số phức $z = a + ai$ nằm trên đường thẳng:

<u>A.</u> $y = x$ **B.** $y = 2x$ **C.** $y = -x$ **D.** $y = -2x$

Câu 4. Gọi A là điểm biểu diễn của số phức $5+8i$ và B là điểm biểu diễn của số phức $-5+8i$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

A. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua trục hoành.

<u>B.</u> Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua trục tung.

C. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua gốc toạ độ O.

D. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua đường thẳng $y = x$.

Câu 5. Gọi A là điểm biểu diễn của số phức $z = 2+5i$ và B là điểm biểu diễn của số phức $z' = -2+5i$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua trục hoành
B. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua trục tung
C. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua gốc toạ độ O
D. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua đường thẳng $y = x$

Câu 6. Điểm M biểu diễn số phức $z = \dfrac{3+4i}{i^{2019}}$ có tọa độ là

A. $M(4;-3\ )$ **B.** $M(3;-4)$ **C.** $M(3;4)$ **D.** $M(-4;3)$

Câu 7. Trong mặt phẳng phức, gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức $z_1 = -1+3i$, $z_2 = 1+5i$, $z_3 = 4+i$. Số phức với điểm biểu diễn D sao cho tứ giác $ABCD$ là một hình bình hành là:

A. $2+3i$. **B.** $2-i$.. **C.** $2+3i$.. **D.** $3+5i$..

Câu 8. Gọi z_1 và z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2-4z+9=0$. Gọi M, N là các điểm biểu diễn của z_1 và z_2 trên mặt phẳng phức. Khi đó độ dài của MN là:

A. $MN = 4$.. **B.** $MN = 5$. **C.** $MN = -2\sqrt{5}$. **D.** $MN = 2\sqrt{5}$.

Câu 9. Gọi z_1 và z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2-4z+9=0$. Gọi M, N, P lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2 và số phức $k = x+yi$ trên mặt phẳng phức. Khi đó tập hợp điểm P trên mặt phẳng phức để tam giác MNP vuông tại P là:

A. đường thẳng có phương trình $y = x-\sqrt{5}$.
B. là đường tròn có phương trình $x^2-2x+y^2-8=0$.
C. là đường tròn có phương trình $x^2-2x+y^2-8=0$, nhưng không chứa M, N.
D. là đường tròn có phương trình $x^2-4x+y^2-1=0$ nhưng không chứa M, N.

Câu 10. Biết $|z-i| = |(1+i)z|$, tập hợp điểm biểu diễn số phức z có phương trinh

A. $x^2++y^2+2y+1=0$. **B.** $x^2+y^2-2y+1=0$.
C. $x^2+y^2+2y-1=0$. **D.** $x^2y^2-2y-1=0$.

Câu 11. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-1| = |(1+i)z|$ là:

A. Đường tròn có tâm $I(0;-1)$, bán kính $r = \sqrt{2}$
B. Đường tròn có tâm $I(0;1)$, bán kính $r = \sqrt{2}$
C. Đường tròn có tâm $I(1;0)$, bán kính $r = \sqrt{2}$
D. Đường tròn có tâm $I(-1;0)$, bán kính $r = \sqrt{2}$

Câu 12. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|2+z| = |i-z|$ là:

A. Đường thẳng có phương trình $4x+2y+3=0$
B. Đường thẳng có phương trình $4x-2y+3=0$
C. Đường thẳng có phương trình $-4x+2y+3=0$
D. Đường thẳng có phương trình $4x+2y-3=0$

Câu 13. Gọi A, B, C, D lần lượt là các điểm biểu diễn cho các số phức $z_1 = 7-3i$, $z_2 = 8+4i$, $z_3 = 1+5i$, $z_4 = -2i$. Tứ giác $ABCD$ là

A. là hình vuông. **B.** là hình thoi.
C. là hình chữ nhật. **D.** là hình bình hành.

Câu 14. Gọi A,B,C lần lượt là các điểm biểu diễn cho các số phức $z_1=-1+3i; z_2=-3-2i; z_3=4+i$. Chọn kết luận **sai**:

A. Tam giác ABC vuông cân. **B.** Tam giác ABC cân.

C. Tam giác ABC vuông. **<u>D.</u>** Tam giác ABC đều.

Câu 15. Tập hợp các điểm M biểu diễn cho số phức z thoả mãn $|z-i|+|z+i|=4$ có dạng là

<u>A.</u> $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1.$ **B.** $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1.$

C. $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1.$ **D.** $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{3}=1.$

Câu 16. Cho thỏa mãn $z\in\mathbb{C}$ thỏa mãn $(2+i)|z|=\dfrac{\sqrt{10}}{z}+1-2i$. Biết tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức $w=(3-4i)z-1+2i$ là đường tròn I, bán kính R. Khi đó.

A. $I(-1;-2), R=\sqrt{5}.$ **B.** $I(1;2), R=\sqrt{5}.$

<u>C.</u> $I(-1;2), R=5.$ **D.** $I(1;-2), R=5.$

Hướng dẫn giải

Đặt $z=a+bi$ và $|z|=c>0$, với $a;b;c\in\mathbb{R}$.

Lại có $w=(3-4i)z-1+2i \Leftrightarrow z=\dfrac{w+1-2i}{3-4i}$.

Gọi $w=x+yi$ với $x;y\in\mathbb{R}$.

Khi đó $|z|=c\Rightarrow\left|\dfrac{w+1-2i}{3-4i}\right|=c\Leftrightarrow\dfrac{|w+1-2i|}{|3-4i|}=c\Leftrightarrow|x+yi+1-2i|=5c$

$\Leftrightarrow\sqrt{(x+1)^2+(y-2)^2}=5c\Leftrightarrow(x+1)^2+(y-2)^2=25c^2$.

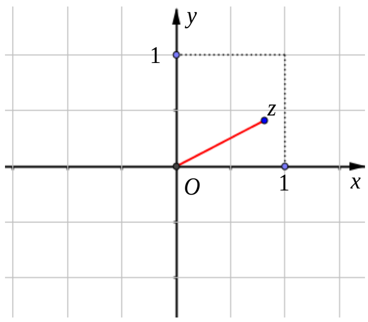
Vậy tập hợp các điểm biểu diễn của số phức w là đường tròn $I(-1;2)$.

Khi đó chỉ có đáp án C có khả năng đúng và theo đó $R=5\Rightarrow 5c=5\Rightarrow c=1$.

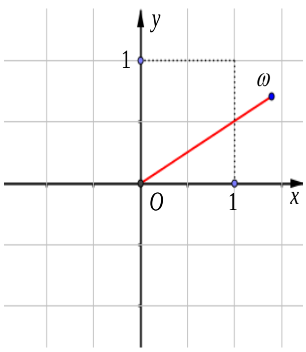
Thử $c=1$ vào phương trình (1) thì thỏa mãn.

Câu 17. Số phức z được biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ như hình vẽ:

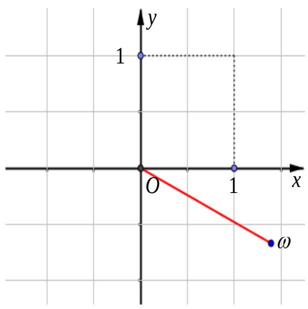
Hỏi hình nào biểu diễn cho số phức $\varpi=\dfrac{i}{z}$?



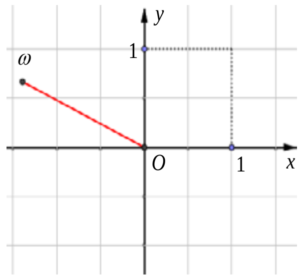
A.



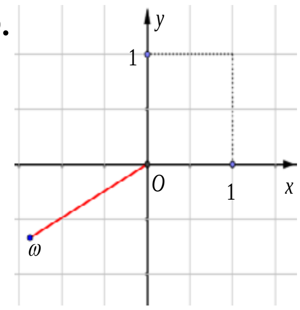
B.



C.



D.



Hướng dẫn giải

Gọi $z = a + bi; a,b \in \mathbb{R}$.

Từ giả thiết điểm biểu diễn số phức z nằm ở góc phần tư thứ nhất nên $a,b > 0$.

Ta có $\varpi = \dfrac{i}{z} = \dfrac{i}{a-bi} = \dfrac{i\left(a+bi\right)}{a^2+b^2} = -\dfrac{b}{a^2+b^2} + \dfrac{a}{a^2+b^2}i$

Do $a,b > 0$ nên $\begin{cases} -\dfrac{b}{a^2+b^2} < 0 \\ \dfrac{a}{a^2+b^2} > 0 \end{cases}$ $\Rightarrow$ điểm biểu diễn số phức ω nằm ở góc phần tư thứ hai.Vậy chọn **C**.

Câu 18. Trong các số phức z thỏa $\left|z+3+4i\right| = 2$, gọi z_0 là số phức có mô đun nhỏ nhất. Khi đó

A. Không tồn tại số phức z_0.
B. $\left|z_0\right| = 2$.
C. $\left|z_0\right| = 7$.
D. $\left|z_0\right| = 3$.

Hướng dẫn giải.

Cách 1:

Đặt $z = a+bi \ \ (a,b\in\mathbb{R})$. Khi đó $\left|z+3+4i\right| = 2 \Leftrightarrow (a+3)^2 + (b+4)^2 = 4$.

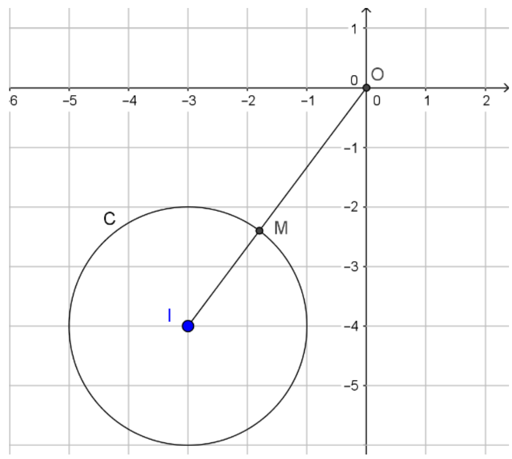
Suy ra biểu diễn hình học của số phức z là đường tròn $\left(C\right)$ tâm $I\left(-3;-4\right)$ và bán kính $R = 5$.

Gọi $M\left(z\right)$ là điểm biểu diễn số phức z.

Ta có: $M\left(z\right) \in \left(C\right)$.

$\left|z\right| = OM \geq OI - R = 3$.

Vậy $\left|z\right|$ bé nhất bằng 3 khi $M\left(z\right) = \left(C\right) \cap IM$.



Cách 2:

Đặt $\begin{cases} a+3 = 2\cos\varphi \\ b+4 = 2\sin\varphi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3+2\cos\varphi \\ b = -4+2\sin\varphi \end{cases}$.

$\Rightarrow \left|z\right| = \sqrt{a^2+b^2} = \sqrt{(2\cos\varphi-3)^2 + (2\sin\varphi-4)^2} = \sqrt{29-12\cos\varphi-16\sin\varphi}$.

$= \sqrt{29-20\left(\dfrac{3}{5}\cos\varphi + \dfrac{4}{5}\sin\varphi\right)} = \sqrt{29-20\cos(\alpha-\varphi)} \geq \sqrt{9}$.

$\Rightarrow \left|z_0\right| = 3$

Câu 19. Tính $S = 1009 + i + 2i^2 + 3i^3 + ... + 2017i^{2017}$.

A. $S = 2017 - 1009i$.
B. $1009 + 2017i$.
C. $2017 + 1009i$.
D. $1008 + 1009i$.

Hướng dẫn giải

Ta có

$$S=1009+i+2i^2+3i^3+4i^4+...+2017i^{2017}$$

$$=1009+\left(4i^4+8i^8+...+2016i^{2016}\right)+\left(i+5i^5+9i^9+...+2017i^{2017}\right)+$$

$$+\left(2i^2+6i^6+10i^{10}+...+2014i^{2014}\right)+\left(3i^3+7i^7+11i^{11}+...+2015i^{2015}\right)$$

$$=1009+\sum_{n=1}^{504}(4n)+i\sum_{n=1}^{505}(4n-3)-\sum_{n=1}^{504}(4n-2)-i\sum_{n=1}^{504}(4n-1)$$

$$=1009+509040+509545i-508032-508536i$$

$$=2017+1009i.$$

Cách khác:

Đặt

$$f(x)=1+x+x^2+x^3+....+x^{2017}$$

$$f'(x)=1+2x+3x^2+...+2017x^{2016}$$

$$xf'(x)=x+2x^2+3x^3+...+2017x^{2017}\quad(1)$$

Mặt khác:

$$f(x)=1+x+x^2+x^3+....+x^{2017}=\frac{x^{2018}-1}{x-1}$$

$$f'(x)=\frac{2018x^{2017}(x-1)-\left(x^{2018}-1\right)}{(x-1)^2}$$

$$\Rightarrow xf'(x)=x.\frac{2018x^{2017}(x-1)-\left(x^{2018}-1\right)}{(x-1)^2}\quad(2)$$

Thay $x=i$ vào (1) và (2) ta được:

$$S=1009+i.\frac{2018i^{2017}(i-1)-\left(i^{2018}-1\right)}{(i-1)^2}=1009+i\frac{-2018-2018i+2}{-2i}=2017+1009i$$

Câu 20. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-1|=\sqrt{2}$. Tìm giá trị lớn nhất của $T=|z+i|+|z-2-i|$.

A. $\max T=8\sqrt{2}$. **<u>B.</u>** $\max T=4$. **C.** $\max T=4\sqrt{2}$. **D.** $\max T=8$.

Hướng dẫn giải

$$T=|z+i|+|z-2-i|=|(z-1)+(1+i)|+|(z-1)-(1+i)|.$$

Đặt $w=z-1$. Ta có $|w|=1$ và $T=|w+(1+i)|+|w-(1+i)|$.

Đặt $w=x+y.i$. Khi đó $|w|^2=2=x^2+y^2$.

$$T=|(x+1)+(y+1)i|+|(x-1)+(y-1)i|$$

$$=1.\sqrt{(x+1)^2+(y+1)^2}+1.\sqrt{(x-1)^2+(y-1)^2}$$

$$\le\sqrt{\left(1^2+1^2\right)\left((x+1)^2+(y+1)^2+(x-1)^2+(y-1)^2\right)}$$

$$=\sqrt{2\left(2x^2+2y^2+4\right)}=4$$

Vậy $\max T=4$.

PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI VỚI HỆ SỐ THỰC

A. Kiến thức cơ bản.

Phương trình bậc hai với hệ số thực $Az^2 + Bz + C = 0$ (*) ($A \neq 0$).

$$\Delta = B^2 - 4AC$$

- $\Delta > 0$: PT có hai nghiệm phân biệt $z_{1,2} = \dfrac{-B \pm \sqrt{\Delta}}{2A}$
- $\Delta = 0$: PT có 1 nghiệm kép: $z_1 = z_2 = -\dfrac{B}{2A}$
- $\Delta < 0$: PT có hai nghiệm phức phân biệt $z_{1,2} = \dfrac{-B \pm i\sqrt{|\Delta|}}{2A}$

Chú ý: *Nếu $z_0 \in C$ là một nghiệm của (*) thì $\overline{z}_0$ cũng là một nghiệm của (*).*

B. Kĩ năng cơ bản.

Biết cách giải phương trình bậc hai với hệ số thực.

Biết giải phương trình qui về phương trình bậc hai với hệ số thực.

C. Bài tập luyện tập.

<u>Bài 1:</u> Tìm nghiệm phức của các phương trình sau :

a) $iz + 2 - i = 0$ b) $(2 + 3i)z = z - 1$ c) $(2 - i)\overline{z} - 4 = 0$

d) $(iz - 1)(z + 3i)(\overline{z} - 2 + 3i) = 0$ e) $z^2 + 4 = 0$.

Giải:

a) $z = \dfrac{i-2}{i} = 1 + 2i$

b) $z = \dfrac{-1}{1+3i} = -\dfrac{1}{10} + \dfrac{3}{10}i$

c) $\overline{z} = \dfrac{4}{2-i} = \dfrac{8}{5} + \dfrac{4}{5}i \Rightarrow z = \dfrac{8}{5} - \dfrac{4}{5}i$

d) $z = -i, z = -3i, z = 2 + 3i$

e) $z = \pm 2i$.

<u>Bài 2:</u> Giải các phương trình sau trên tập số phức

$a)\ z^2 - z + 1 = 0$ $b)\ x^2 + 2x + 5 = 0$ $c)\ z^4 + 2z^2 - 3 = 0$

Giải:

$a)\ z^2 - z + 1 = 0$

$\Delta = 1 - 4 = -3 = 3i^2$, căn bậc hai của Δ là $\pm i\sqrt{3}$

Phương trình có nghiệm: $z_1 = \dfrac{1 + i\sqrt{3}}{2} = \dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}i,\quad z_2 = \dfrac{1}{2} - \dfrac{\sqrt{3}}{2}i$

$b)\ x^2 + 2x + 5 = 0$

$\Delta = 4 - 20 = -16 = 16i^2$; Căn bậc hai của Δ là $\pm 4i$.

Phương trình có nghiệm: $x_1 = -1 - 2i,\ x_2 = -1 + 2i$

$c)\ z^4 + 2z^2 - 3 = 0$ Đặt $t = z^2$.

Phương trình trở thành: $t^2 + 2t - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \\ t = -3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z^2 = 1 \\ z^2 = -3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = \pm 1 \\ z = \pm i\sqrt{3} \end{array}\right.$

Vậy phương trình có 4 nghiệm: -1, 1, $-i\sqrt{3},\ i\sqrt{3}$

Bài 3: Giải các phương trình bậc hai sau:

a) $z^2 + 2z + 5 = 0$

a) $z^2 + (1-3i)z - 2(1 + i) = 0$ *(tham khảo)*

Giải:

a) Xét phương trình: $z^2 + 2z + 5 = 0$

Ta có: $\Delta = -4 = 4i^2 \Rightarrow$ phương trình có hai nghiệm: $z_1 = -1 + 2i$ và $z_2 = -1 - 2i$.

b) Ta có: $\Delta = (1-3i)^2 + 8(1+i) = 2i = (1+i)^2$

nên 1+i là một căn bậc hai của số phức 2i

$\Rightarrow$ Phương trình có hai nghiệm là: $z_1 = \dfrac{3i-1+1+i}{2} = 2i$; $z_2 = \dfrac{3i-1-1-i}{2} = -1+i$

Bài 4: Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$ Tính giá trị biểu thức $A = |z_1|^2 + |z_2|^2$

Giải:

Ta có $z^2 + 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow (z+1)^2 = -9 \Leftrightarrow (z+1)^2 = (3i)^2$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = -1+3i \\ z = -1-3i \end{array}\right.$$

$z_1 = -1+3i \Rightarrow |z_1| = \sqrt{(-1)^2 + 3^2} = \sqrt{10}$

$z_2 = -1-3i \Rightarrow |z_2| = \sqrt{10}$

Vậy $A = |z_1|^2 + |z_2|^2 = 20$

Bài 5: Cho z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $2z^2 - 4z + 11 = 0$. Tính giá trị của biểu thức A = $\dfrac{|z_1|^2 + |z_2|^2}{(z_1+z_2)^2}$.

Bài 6: Cho số phức z thỏa mãn $z^2 - 6z + 13 = 0$ Tính $\left|z + \dfrac{6}{z+i}\right|$

Giải:

$$z^2 - 6z + 13 = 0 \Leftrightarrow (z-3)^2 = -4 \Leftrightarrow (z-3)^2 = (2i)^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = 3+2i \\ z = 3-2i \end{array}\right.$$

Với $z = 3+2i$ ta có $\left|z + \dfrac{6}{z+i}\right| = \left|3+2i + \dfrac{6}{3+3i}\right| = |4+i| = \sqrt{17}$

Với $z = 3-2i$ ta có $\left|z + \dfrac{6}{z+i}\right| = \left|3-2i + \dfrac{6}{3-i}\right| = \dfrac{1}{5}|24-7i| = 5$

Bài 7: Tìm các số thực b, c để phương trình (với ẩn z) : $z^2 + bz + c = 0$ nhận $z = 1 + i$ làm một nghiệm.

Giải:

Theo H2 trang 195, với $z = 1 + i$ là nghiệm thì:

$(1 + i)^2 + b(1 + i) + c = 0 \Leftrightarrow b + c + (2 + b)i = 0$

$\Leftrightarrow b + c = 0$ và $2 + b = 0$, suy ra : $b = -2$, $c = 2$

Bài 8: Giải phương trình trên tập hợp các số phức: $\dfrac{4z-3+7i}{z-i} = z - 2i$ (tham khảo)

Giải Điều kiện: $z \neq i$

Phương trình đã cho tương đương với $z^2-(4+3i)z+1+7i=0$

Phương trình có biệt thức $\Delta=(4+3i)^2-4(1+7i)=3-4i=(2-i)^2$

Phương trình có hai nghiệm là: $z=1+2i$ và $z=3+i$.

*** Phương trình quy về bậc hai**

Bài 9: Giải các phương trình: $z^3 - 27 = 0$

Giải: $z^3 - 27 = 0 \Leftrightarrow (z-1)(z^2+3z+9)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=1 \\ z^2+3z+9=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=1 \\ z_{2,3}=\dfrac{-3\pm 3\sqrt{3}i}{2} \end{array}\right.$

Vậy phương trình đã cho có 3 nghiệm.

Bài 10: Giải phương trình trên tập hợp số phức: $z^4-z^3+6z^2-6z-16=0$

Giải:

Nhận biết được hai nghiệm z=-1 và z=2

Phương trình đã cho tương đương với $(z-2)(z+1)(z^2+8)=0$

Giải ra ta được bốn nghiệm: $z=-1;\ z=2;\ z=\pm 2\sqrt{2}i$

Bài 11: (Đặt ẩn phụ) Giải phương trình sau trên tập số phức $(z^2+z)^2+4(z^2+z)-12=0$

Giải:

Đặt $t = z^2 + z$, khi đó phương trình đã cho có dạng:

$$t^2+4t-12=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-6 \\ t=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z^2+z-6=0 \\ z^2+z-2=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=\dfrac{-1+\sqrt{23}i}{2} \\ z=\dfrac{-1-\sqrt{23}i}{2} \\ z=1 \\ z=-2 \end{array}\right.$$

Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm.

Bài 12: Giải phương trình: $(z^2-z)(z+3)(z+2)=10$, $z\in\mathbb{C}$.

Giải:

PT $\Leftrightarrow z(z+2)(z-1)(z+3)=10 \Leftrightarrow (z^2+2z)(z^2+2z-3)=0$

Đặt $t=z^2+2z$. Khi đó phương trình (8) trở thành:

Đặt $t=z^2+2z$. Khi đó phương trình (8) trở thành

$$t^2-3t-10=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-2 \\ t=5 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} z=-1\pm i \\ z=-1\pm\sqrt{6} \end{array}\right.$$

Vậy phương trình có các nghiệm: $z=-1\pm\sqrt{6}$; $z=-1\pm i$

Bài 13: Gọi z_1,z_2,z_3,z_4 là bốn nghiệm của phương trình $z^4-z^3-2z^2+6z-4=0$ trên tập số phức tính tổng: $S=\dfrac{1}{z_1^2}+\dfrac{1}{z_2^2}+\dfrac{1}{z_3^2}+\dfrac{1}{z_4^2}$.

Giải:

PT: $z^4-z^3-2z^2+6z-4=0 \Leftrightarrow (z-1)(z+2)(z^2-2z+2)=0\ (1)$

Không mất tính tổng quát ta gọi 4 nghiệm của(1)là $\left[\begin{array}{l} z_1=1 \\ z_2=-2 \\ z_3=1+i \\ z_4=1-i \end{array}\right.$

Thay và biểu thức ta có: $S=\frac{1}{z_1^2}+\frac{1}{z_2^2}+\frac{1}{z_3^2}+\frac{1}{z_4^2}=1+\frac{1}{4}+\frac{1}{(1-i)^2}+\frac{1}{(1+i)^2}=\frac{5}{4}$

D. Bài tập TNKQ.

Câu 1. Trong $\mathbb{C}$, phương trình $iz+2-i=0$ có nghiệm là:

A. $z=1-2i$. **B.** $z=2+i$. **C.** $z=1+2i$. **D.** $z=4-3i$.

Câu 2. Trong $\mathbb{C}$, phương trình $(2+3i)z=z-1$ có nghiệm là:

A. $z=\frac{7}{10}+\frac{9}{10}i$. **B.** $z=-\frac{1}{10}+\frac{3}{10}i$. **C.** $z=\frac{2}{5}+\frac{3}{5}i$. **D.** $z=\frac{6}{5}-\frac{2}{5}i$.

Câu 3. Cho số phức z thỏa mãn: $\overline{z}(1+2i)=7+4i$. Tìm mô đun số phức $\omega=z+2i$.

A. 4. **B.** $\sqrt{17}$. **C.** $\sqrt{24}$. **D.** 5.

Câu 4. Trong $\mathbb{C}$, phương trình $(2-i)\overline{z}-4=0$ có nghiệm là:

A. $z=\frac{8}{5}-\frac{4}{5}i$ **B.** $z=\frac{4}{5}-\frac{8}{5}i$ **C.** $z=\frac{2}{5}+\frac{3}{5}i$ **D.** $z=\frac{7}{5}-\frac{3}{5}i$

Câu 5. Trong $\mathbb{C}$, phương trình $(iz)(\overline{z}-2+3i)=0$ có nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l} z=0 \\ z=2-3i \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} z=0 \\ z=5+3i \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} z=0 \\ z=2+3i \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} z=0 \\ z=2-5i \end{array}\right.$.

Câu 6. Cho số phức thỏa mãn $z+(1-2i)\overline{z}=2-4i$. Tìm môđun của $w=z^2-z$

A. $\sqrt{10}$. **B.** 10. **C.** 2. **D.** $\sqrt{2}$.

Câu 7. Trong $\mathbb{C}$, phương trình $z^2-z+1=0$ có nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l} z=1+\frac{\sqrt{3}}{2}i \\ z=1-\frac{\sqrt{3}}{2}i \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} z=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i \\ z=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i \end{array}\right.$.

C. $\left[\begin{array}{l} z=1+\frac{\sqrt{5}}{2}i \\ z=1-\frac{\sqrt{5}}{2}i \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} z=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{5}}{2}i \\ z=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{5}}{2}i \end{array}\right.$.

Câu 8. Gọi z_1 và z_2 là các nghiệmcủa phương trình $z^2-2z+5=0$. Tính $P=z_1^4+z_2^4$

A. -14. **B.** 14. **C.** $-14i$. **D.** $14i$.

Câu 9. Gọi z_1, z_2 là 2 nghiệm phức của phương trình $z^2+2z+5=0$. Giá trị của $A=|z_1|^2+|z_2|^2$

A. 6. **B.** 8. **C.** 10. **D.** $\sqrt{10}$

Câu 10. Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2+2z+3=0$. Tọa độ điểm M biểu diễn số phức z_1 là:

A. $M(-1;2)$. **B.** $M(-1;-2)$. **C.** $M(-1;-\sqrt{2})$. **D.** $M(-1;-\sqrt{2}i)$.

Câu 11. Gọi z_1 và z_2 lần lượt là nghiệmcủa phươngtrình: $z^2-2z+5=0$. Tính $F=|z_1|+|z_2|$

A. $2\sqrt{5}$. **B.** 10. **C.** 3. **D.** 6.

Câu 12. Nghiệm của phương trình $z^4-z^2-2=0$ là

A. $2;-1$. **B.** $\pm\sqrt{2};\ \pm i$. **C.** $\pm 1;\ \pm i\sqrt{2}$. **D.** $2,\pm i$.

Câu 13. Cho số phức $z=3+4i$ và $\overline{z}$ là số phức liên hợp của z. Phương trình bậc hai nhận z và $\overline{z}$ làm nghiệm là

A. $z^2-6z+25=0$. **B.** $z^2+6z-25=0$.

C. $z^2-6z+\frac{3}{2}i=0$. **D.** $z^2-6z+\frac{1}{2}=0$.

Câu 14. Trong $\mathbb{C}$, Phương trình $z^3+1=0$ có nghiệm là

A. -1. **B.** $-1;\frac{1\pm i\sqrt{3}}{2}$. **C.** $-1;\ \frac{5\pm i\sqrt{3}}{4}$. **D.** $-1;\frac{2\pm i\sqrt{3}}{2}$.

Câu 15. Trong $\mathbb{C}$, phương trình $z^4-1=0$ có nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l} z=\pm 2 \\ z=\pm 2i \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} z=\pm 3 \\ z=\pm 4i \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} z=\pm 1 \\ z=\pm i \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} z=\pm 1 \\ z=\pm 2i \end{array}\right.$.

Câu 16. Trong $\mathbb{C}$, biết z_1,z_2 là nghiệm của phương trình $z^2-\sqrt{3}z+1=0$. Khi đó, tổng bình phương của hai nghiệm có giá trị bằng:

A. 0. **B.** 1. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

Câu 17. Tìm số phức z thỏa mãn: $|z-(2+i)|=\sqrt{10}$ và $z.\overline{z}=25$.

A. $z=3+4i$ hoặc $z=5$. **B.** $z=-3+4i$ hoặc $z=-5$.

C. $z=3-4i$ hoặc $z=5$. **D.** $z=4+5i$ hoặc $z=3$.

Câu 18. Phương trình $iz+2-i=0$ (với ẩn z) có nghiệm là:

A. $1+1i$. **B.** $1+2i$. **C.** $1-2i$. **D.** $1-i$.

Câu 19. Các căn bậc hai của số phức $1+4\sqrt{3}i$ là:

A. $\pm\sqrt{3}(2-i)$. **B.** $\pm\left(2-i\sqrt{3}\right)$. **C.** $\pm\left(2+i\sqrt{3}\right)$. **D.** $\pm\sqrt{3}(2+i)$.

Câu 20. Phương trình $z+\frac{1}{z}=\sqrt{2}$ có nghiệm là:

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}(1\pm i)$. **B.** $-\frac{\sqrt{2}}{2}(1\pm i)$. **C.** $\frac{1}{2}(1\pm i)$. **D.** $-\frac{1}{2}(1\pm i)$.

Câu 21. Phương trình $z^4+4=0$ có nghiệm là:

A. $\pm(1+i)$ và $\pm(1-i)$. **B.** $\pm(1+i)$ và $\pm(2-i)$.

C. $\pm(2+i)$ và $\pm(1-i)$. **D.** $\pm(2+i)$ và $\pm(2-i)$.

Câu 22. Phương trình $iz+2-i=0$ (với ẩn z) có nghiệm là:

A. $1+1i$. **B.** $1+2i$. **C.** $1-2i$. **D.** $1-i$.

Câu 23. Các căn bậc hai của số phức $1+4\sqrt{3}i$ là:

A. $\pm\sqrt{3}(2-i)$. **B.** $\pm\left(2-i\sqrt{3}\right)$. **C.** $\pm\left(2+i\sqrt{3}\right)$. **D.** $\pm\sqrt{3}(2+i)$.

Câu 24. Phương trình $z+\frac{1}{z}=\sqrt{2}$ có nghiệm là:

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}(1\pm i)$. **B.** $-\frac{\sqrt{2}}{2}(1\pm i)$. **C.** $\frac{1}{2}(1\pm i)$. **D.** $-\frac{1}{2}(1\pm i)$.

Câu 25. Phương trình $z^4+4=0$ có nghiệm là:

A. $\pm(1+i)$ và $\pm(1-i)$. **B.** $\pm(1+i)$ và $\pm(2-i)$.

C. $\pm(2+i)$ và $\pm(1-i)$. **D.** $\pm(2+i)$ và $\pm(2-i)$.

LUYỆN TẬP – KIỂM TRA

CÁC CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM- LUYỆN TẬP

Câu 1: Tìm số phức z^{-1} biết rằng $\overline{z}=(2-i)^2(3-2i)$

A. $z^{-1}=325-\frac{18}{325}i$

B. $z^{-1}=\frac{1}{325}-\frac{325}{18}i$

C. $z^{-1}=\frac{1}{325}-\frac{18}{325}i$

D. $z^{-1}=325-\frac{325}{18}i$

Câu 2 : Tìm số phức z + 2 biết $\overline{z}=(1+i)^{2010}$

A. $z+2=2^{1005}i$

B. $z+2=-2^{1005}i$

C. $z+2=2-2^{1005}i$

D. $z+2=-2^{1004}i$

Câu 3: Cho số phức $z=\frac{5}{1+2i}+\frac{(1+i)^{2010}}{2^{1005}}$. Tìm số phức $2z^{-1}+3\overline{z}$

A. $2z^{-1}+3\overline{z}=4+4i.$

B. $2z^{-1}+3\overline{z}=4-4i.$

C. $2z^{-1}+3\overline{z}=3+4i.$

D. $2z^{-1}+3\overline{z}=1+i.$

Câu 4:Tìm phần thực a và phần ảo b của các số phức $\frac{i}{(1+i)^{10}}$

A. a = 0 và b = 32

B. a = 32 và b = 0

C. a = 0 và b = - 32

D. a = - 32 và b = 0

Câu 5:Tìm phần thực a và phần ảo b của các số phức $\frac{(3+2i)(1-3i)}{1+i\sqrt{3}}+(2-i)$

A. $\begin{cases} a=\frac{17+7\sqrt{3}}{4} \\ b=-\frac{11+9\sqrt{3}}{4} \end{cases}$

B. $\begin{cases} a=\frac{17-7\sqrt{3}}{4} \\ b=-\frac{11-9\sqrt{3}}{4} \end{cases}$

C. $\begin{cases} a=\frac{17-7\sqrt{3}}{4} \\ b=-\frac{11+9\sqrt{3}}{4} \end{cases}$.

D. $\begin{cases} a=\frac{-17-7\sqrt{3}}{4} \\ b=-\frac{-11+9\sqrt{3}}{4} \end{cases}$

Câu 6: Tìm phần ảo a của số phức z, biết $\overline{z}=(\sqrt{2}+i)^2(1-\sqrt{2}i)$.

A. $a=\sqrt{2}$

B. $a=-2$

C. $a=-\sqrt{2}$.

D. $a=-2\sqrt{2}$

Câu 7: Cho số phức z thỏa mãn $\overline{z}=\frac{(1-\sqrt{3}i)^3}{1-i}$. Tìm môđun của số phức $\overline{z}+iz$

A. $|\overline{z}+iz|=\sqrt{2}$

B. $|\overline{z}+iz|=4\sqrt{2}$

C. $|\overline{z}+iz|=8\sqrt{2}i$

D. $|\overline{z}+iz|=8\sqrt{2}$

Câu 8: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, tập hợp các điểm biểu diễn các số phức thỏa mãn điều kiện: $|z+1-2i|=2$ là:

A. đường tròn tâm I(–1; 2) bán kính R = 2.

B. đường tròn tâm I(–1; -2) bán kính R = 2.

C. đường tròn tâm I(1; - 2) bán kính R = 2.

D. đường tròn tâm I(1; 2) bán kính R = 2.

Câu 9: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, tập hợp các điểm biểu diễn các số phức thỏa mãn điều kiện: $\left|\overline{z}-2z\right|=6$ là:

A. $(E):\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{4}=1.$

B. $(E):\dfrac{x^2}{6}+\dfrac{y^2}{4}=1$

C. $(E):\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$

D. $(E):\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{36}=1$

Câu 10: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện |z – (3 – 4i)| = 2 là:

A. đường tròn tâm I(- 3; - 4), bán kính R = 2

B. đường tròn tâm I(3; - 4), bán kính R = 4

C. đường tròn tâm I(3; 4), bán kính R = 2

D. đường tròn tâm I(3; - 4), bán kính R = 2

Câu 11 : Tìm số phức z thỏa mãn phương trình: $z^2-2\overline{z}+|z|^2=4+6i$

A. z = 2 + i

B. z = 2

C. z = 2 - i

D. z = i

Câu 12:Tìm số phức z thoả mãn hệ phương trình $\begin{cases} |z+\overline{z}|=4 & (1) \\ \left|z^2+\left(\overline{z}\right)^2\right|=9 & (2) \end{cases}$

A. z = 3 + i

B. z = 2i

C. z = 2 + i hoặc z = 2 – i, hoặc z = – 2 + i hoặc z = – 2 – i.

D. z = 2 - 3i

Câu 13:Tìm tất cả các số phức z thỏa mãn hai điều kiện |z + i – 1 | = $\sqrt{5}$ và $z.\overline{z}=5$

A. z = 2 - i và z = 1 – 2i.

B. z = 3 + i và z = 1 – i.

C. z = i và z = – 1 – 2i.

D. z = 2 + i và z = – 1 – 2i.

Câu 14:Tìm tất cả các số phức z thoả mãn : $\left|z-(2+i)\right|=\sqrt{10}$ và $z.\overline{z}=25$.

A. z = 3 - 4i

B. z = 3 + 4i và z = 5

C. z = 2 + 4i và z = 4

D. z = 4i và z = 5

Câu 15: Tìm số phức z = x + yi, biết rằng hai số thực x, y thỏa mãn phương trình phức sau:

$x(2-3i)+y(1+2i)^3=(2-i)^2$

A. $z=\dfrac{50}{37}-\dfrac{1}{37}i$

B. $z=\dfrac{37}{50}-37i$

C. $z=\dfrac{5}{37}-\dfrac{1}{37}i$

D. $z=-\dfrac{50}{37}+\dfrac{1}{37}i$

Câu 16:Trên tập số phức, tìm x biết : 5 – 2ix = (3 + 4i) (1 – 3i)

A. $x=\dfrac{5}{2}-5i$

B. $x=5+\dfrac{5}{2}i$

C. $x=\dfrac{5}{2}+5i$

D. $x=5-\dfrac{5}{2}i$

Câu 17: Trên tập số phức, tìm x biết: (3 + 4i) x = (1 + 2i) (4 + i)

A. $x=25+\dfrac{19}{25}i$

B. $x=\dfrac{42}{25}+\dfrac{19}{25}i$

C. $x=\dfrac{25}{42}+\dfrac{19}{25}i$

D. $x=\dfrac{25}{42}+\dfrac{25}{19}i$

Câu 18:Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2-z+5=0$ trên tập số phức. Tính giá trị biểu thức $A=|z_1|^2+|z_2|^2+|z_1+z_2|^2$.

A. A = 99

B. A = 101

C. A = 102 D. A = 100

Câu 19:Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức (khác số thực) của phương trình $z^3 + 8 = 0$. Tính giá trị biểu thức: $A = |z_1|^2 + |z_2|^2 + \dfrac{1}{|z_1 z_2|}$

A. $A = \dfrac{33}{4}$ B. $A = \dfrac{3}{4}$

C. $A = \dfrac{4}{33}$ D. $A = \dfrac{35}{4}$

Câu 20: Gọi z_1 và z_2 là 2 nghiệm phức của phương trình: $z^2 + 2z + 10 = 0$. Tính giá trị của biểu thức

$$M = |z_1|^2 + |z_2|^2.$$

A. M = 21 B. M = 10

C. M = 20 D. M = 2

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu số	Đáp án	Lời giải
1	C	Ta có: $\overline{z} = (2-i)^2(3-2i) = (4-4i+i^2)(3-2i) = (3-4i)(3-2i) = 9-18i+8i^2 = 1-18i$ $\Rightarrow z = 1+18i.$ $\Rightarrow z^{-1} = \dfrac{1}{1+18i} = \dfrac{1-18i}{(1+18i)(1-18i)} = \dfrac{1}{325} - \dfrac{18}{325}i$
2	C	$\overline{z} = (1+i)^{2010} = \left[(1+i)^2\right]^{1005} = \left(1+2i+i^2\right)^{1005} = (2i)^{1005} = 2^{1005}i^{1004}.i = 2^{1005}i$ $\Rightarrow z = -2^{1005}i \Rightarrow z+2 = 2-2^{1005}i$
3	A	$z = \dfrac{5}{1+2i} + \dfrac{(1+i)^{2010}}{2^{1005}} = 1-2i+\dfrac{1}{2^{1005}}\left[(1+i)^2\right]^{1005} = 1-2i+\dfrac{1}{2^{1005}}\left(1+2i+i^2\right)^{1005}$ $= 1-2i+\dfrac{1}{2^{1005}}(2i)^{1005} = 1-2i+\dfrac{1}{2^{1005}}2^{1005}i^{1004}.i = 1-2i+i^{4.201}.i = 1-i$ $\Rightarrow \overline{z} = 1+i$ và $z^{-1} = \dfrac{1}{1-i} = \dfrac{1+i}{2}$ $\Rightarrow 2z^{-1} + 3\overline{z} = 1+i+3(1+i) = 4+4i.$
4	B	Ta có: $(1+i)^2 = 1+2i+i^2 = 2i$ Do đó: $(1+i)^{10} = \left((1+i)^2\right)^5 = (2i)^5 = 2^5 i^5 = 32i$ $\Rightarrow \dfrac{i}{(1+i)^{10}} = \dfrac{i}{32i} = \dfrac{1}{32}$ Vậy phần thực của số phức là 32 và phần ảo của số phức là 0.
5	C	Ta có:

		$\frac{(3+2i)(1-3i)}{1+i\sqrt{3}}+(2-i)=\frac{(9-7i)(1-i\sqrt{3})}{4}+(2-i)$ $=\frac{(9-7\sqrt{3})-(7+9\sqrt{3})i+4(2-i)}{4}=\frac{17-7\sqrt{3}}{4}-\frac{11+9\sqrt{3}}{4}i$ Vậy phần thực của số phức là $\frac{17-7\sqrt{3}}{4}$ và phần ảo của số phức là $-\frac{11+9\sqrt{3}}{4}$.
6	C	$\overline{z}=(\sqrt{2}+i)^2(1-\sqrt{2}i)=(1+2\sqrt{2}i)(1-\sqrt{2}i)=5+\sqrt{2}i$. Do đó: $z=5-\sqrt{2}i \Rightarrow$ Phần ảo của số phức z là $-\sqrt{2}$.
7	D	$\overline{z}=\frac{(1-\sqrt{3}i)^3}{1-i}=\frac{1-3\sqrt{3}i+9i^2+3\sqrt{3}i}{1-i}=\frac{-8}{1-i}=\frac{-8(1+i)}{2}=-4-4i \Rightarrow z=-$ $\Rightarrow \overline{z}+iz=-4-4i+i(-4+4i)=-8(1+i) \Rightarrow \left\|\overline{z}+iz\right\|=8\sqrt{2}$
8	A	Gọi $z=x+yi(x,y\in\mathbb{R})$, ta có: $z+1-2i=(x+yi)+1-2i=(x+1)+(y-2)i$ Do đó: $\|z+1-2i\|=2 \Leftrightarrow \sqrt{(x+1)^2+(y-2)^2}=2 \Leftrightarrow (x+1)^2+(y-2)^2=4$ Vậy tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn tâm I(–1; 2) bán kính R = 2.
9	A	Gọi $z=x+yi(x,y\in\mathbb{R})$, ta có: $\overline{z}-2z=(x-yi)-2(x+yi)=-x-3yi$ Do đó: $\|\overline{z}-2z\|=6 \Leftrightarrow \sqrt{(-x)^2+(3y)^2}=6 \Leftrightarrow x^2+9y^2=36 \Leftrightarrow \frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{4}=1$ Vậy tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là elip có phương trình chính tắc là: $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{4}=1$.
10	D	Gọi $z=x+yi(x,y\in\mathbb{R})$. Ta có z – (3 – 4i) = x – 3 + (y + 4)i Do đó: $\|z-(3-4i)\|=2 \Leftrightarrow \sqrt{(x-3)^2+(y+4)^2}=2$ $\Leftrightarrow (x-3)^2+(y+4)^2=4$ Vậy tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn tâm $I(3;-4)$, bán kính R = 2
11	A	Gọi z = a + bi (a, b ∈ R), ta có: $z^2-2\overline{z}+\|z\|^2=4+6i \Leftrightarrow a^2-b^2+2abi-2(a-bi)+(a^2+b^2)=4+6i$ $\Leftrightarrow 2a^2-2a+2b(a+1)i=4+6i \Leftrightarrow \begin{cases}2a^2-2a=4\\2b(a+1)=6\end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases}a=-1\\2b(a+1)=6\end{cases} \vee \begin{cases}a=2\\2b(a+1)=6\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=2\\b=1\end{cases}$ Vậy z = 2 + i
12	C	Gọi $z=a+bi(x,y\in\mathbb{R})$ thì: $\begin{cases}\|z+\overline{z}\|=4\\\left\|z^2-\left(\overline{z}\right)^2\right\|=8\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\|2a\|=4\\\|4abi\|=8\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=\pm2\\b=\pm2\end{cases}$

		Do đó các số phức cần tìm là: 2 + i, 2 – i, – 2 + i và – 2 – i.
13	D	Gọi z = a + bi (a, b $\in$ $\mathbb{R}$). Ta có: $\begin{cases} \lvert z+i-1\rvert=\sqrt{5} \\ z.\overline{z}=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lvert (a-1)+(b+1)i\rvert=5 \\ a^2+b^2=5 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} (a-1)^2+(b+1)^2=5 \\ a^2+b^2=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2-2a+2b=3 \\ a^2+b^2=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b=1 \\ a^2+b^2=5 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} a=b+1 \\ (b+1)^2+b^2=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=b+1 \\ 2b^2+2b-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases} \vee \begin{cases} a=-1 \\ b=-2 \end{cases}$ Vậy có hai số phức thỏa mãn đề toán là z = 2 + i và z = – 1 – 2i.
14	B	Đặt z = a + bi với a, b $\in$ $\mathbb{R}$ thì z – 2 – i = a – 2 + (b – 1)i Ta có: $\begin{cases} \lvert z-(2+i)\rvert=\sqrt{10} \\ z.\overline{z}=25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-2)^2+(b-1)^2=10 \\ a^2+b^2=25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a+2b=20 \\ a^2+b^2=25 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} b=10-2a \\ a^2-8a+15=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=4 \end{cases} \vee \begin{cases} a=5 \\ b=0 \end{cases}$ Vậy z = 3 + 4i và z = 5
15	A	(1) $\Leftrightarrow$ x(2 – 3i) + y(1 + 6i – 12 – 8i) = 4 – 4i – 1 $\Leftrightarrow$ (2x – 11y) + (– 3x – 2y)i = 3 – 4i $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x-11y=3 \\ -3x-2y=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{50}{37} \\ y=-\dfrac{1}{37} \end{cases}$ Vậy số phức z cần tìm là: $z=\dfrac{50}{37}-\dfrac{1}{37}i$.
16	C	$(1) \Leftrightarrow 2ix=5-(3+4i)(1-3i) \Leftrightarrow 2ix=5-(3-9i+4i+12)$ $\Leftrightarrow 2ix=5-(15-5i) \Leftrightarrow 2ix=-10+5i \Leftrightarrow x=\dfrac{5}{2}+5i$
17	D	$(2) \Leftrightarrow (3+4i)x=(4+i+8i-2) \Leftrightarrow (3+4i)x=2+9i \Leftrightarrow x=\dfrac{2+9i}{3+4i}=\dfrac{42}{25}+\dfrac{19}{25}i$
18	B	Phương trình đã cho có hai nghiệm là: $z_1=\dfrac{1-\sqrt{19}i}{2}, z_2=\dfrac{1+\sqrt{19}i}{2}$ $z_1^2=\left(\dfrac{1-\sqrt{19}i}{2}\right)^2=\dfrac{-9-\sqrt{19}i}{2} \Rightarrow \lvert z_1^2\rvert=50$ $z_2^2=\left(\dfrac{1+\sqrt{19}i}{2}\right)^2=\dfrac{-9+\sqrt{19}i}{2} \Rightarrow \lvert z_2^2\rvert=50$ $z_1+z_2=1 \Rightarrow \lvert z_1+z_2\rvert=1$ $\Rightarrow$ **A =** $\lvert z_1\rvert^2+\lvert z_2\rvert^2+\lvert z_1+z_2\rvert^2=101$
19	A	Xét phương trình: $z^3+8=0$ Ta có: $z^3+8=0 \Leftrightarrow (z+2)(z^2-2z+4)=0$

		$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=-2 \\ z^2-2z+4=0 \end{array}\right.$ $\Rightarrow$ Hai nghiệm phức (khác số thực) của (1) là nghiệm phương trình: $z^2-2z+4=0$ $\Rightarrow z_1=1-\sqrt{3}i, z_2=1+\sqrt{3}i$ $\Rightarrow z_1.z_2=(1-\sqrt{3}i)(1+\sqrt{3}i)=4 \Rightarrow \frac{1}{z_1z_2}=\frac{1}{4}$ Do đó: $\lvert z_1\rvert^2+\lvert z_2\rvert^2+\frac{1}{\lvert z_1z_2\rvert}=1^2+\left(-\sqrt{3}\right)^2+1^2+\sqrt{3}^2+\frac{1}{4}=\frac{33}{4}$.
20	C	$z_1=-1-3i,\ z_2=-1+3i$ $\Rightarrow \lvert z_1\rvert^2+\lvert z_2\rvert^2=(-1)^2+(-3)^2+(-1)^2+(3)^2=20$

KIỂM TRA 1 TIẾT: Chuyên đề số phức

I. MỤC TIÊU

Kiểm tra mức độ đạt chuẩn KTKN trong chương trình môn Toán lớp 12 sau khi học xong chương số phức.

1. Kiến thức.

Củng cố định nghĩa số phức. Phần thực, phần ảo, môđun của số phức. Số phức liên hợp. Cách giải phương trình bậc hai với hệ số thực trên tập số phức. Biểu diễn số phức trong mặt phẳng tọa độ.

2. Kĩ năng.

Tìm được phần thực, phần ảo, môđun của số phức. Điểm biểu diện của số phức

Thực hiện được các phép cộng, trừ, nhân, chia số phức.

Giải được phương trình bậc hai với hệ số thực trên tập số phức

3. Thái độ.

Rèn luyện tính cẩn thận, chính xác. Độc lập khi làm bài kiểm tra

II. HÌNH THỨC ĐỀ KIỂM TRA

Hình thức kiểm tra: TNKQ.

Học sinh làm bài trên lớp.

III. MA TRẬN ĐỀ

Chủ đề	Nhận biết	Thông hiểu	Vận dụng	Tổng
Dạng đại số các phép toán trên tập số phức	*Số câu: 4* *Số điểm:1,6*	*Số câu: 4* *Số điểm:1,6*	*Số câu: 2* *Số điểm: 0,8*	*Số câu: 10* *Số điểm: 4,0*
Phương trình bậc hai với hệ số thực	*Số câu: 3* *Số điểm: 1,2*	*Số câu: 3* *Số điểm: 1,2*	*Số câu: 4* *Số điểm: 1,2*	*Số câu: 10* *Số điểm: 4,0*
Biểu diễn hình học của số phức	*Số câu: 1* *Số điểm:0,4*	*Số câu: 1* *Số điểm: 0,4*	*Số câu: 3* *Số điểm: 1,2*	*Số câu: 5* *Số điểm: 2,0*
Tổng	*Số câu:* *Số điểm:*	*Số câu:* *Số điểm:*	*Số câu:* *Số điểm:*	*Số câu:* *Số điểm:*

IV. CÁC CHUẨN ĐÁNH GIÁ

Chủ đề	Câu	Chuẩn đánh giá
Dạng đại số các phép toán trên tập số	1	Biết xác định phần thực phần ảo của một số phức
	3	Nhận biết được số phức liên hợp

phức	5	Hiểu và tính được modun của số phức
	9	Biết cách tính tổng của hai số phức
	10	Biết cách nhân hai số phức
	11	Hiểu và tính được tích các số phức
	12	Hiểu và tính được lũy thừa một số phức
	13	Hiểu và thực hiện được phép chia số phức.
	14	Vận dụng tìm được số phức thỏa mãn điều kiện cho trước
	15	Vận dụng các phép toán về số phức tìm được phần ảo của số phức thỏa mãn biểu thức cho trước.
Phương trình bậc hai với hệ số thực	16	Biết tính căn bậc hai của một số âm cho trước .
	17	Biết công thức tính căn bậc hai của một số thực âm
	18	Nhận biết được công thức nghiệm của phương trình bậc hai với $\Delta < 0$.
	19	Hiểu và giải được phương trình bậc hai với hệ số thực.
	20	Hiểu và giải được phương trình bậc hai với hệ số thực (dạng đặc biệt).
	21	Hiểu và giải được phương trình chứa ẩn ở mẫu.
	22	Vận dụng giải được phương trình bậc hai để tính tổng bình phương hai nghiệm
	23	Vận dụng giải được phương trình bậc hai để tính tổng bình phương môđun hai nghiệm
	24	Vận dụng giải được phương trình bậc hai để tính được modun của số phức thỏa mãn biểu thức cho trước.
	25	Vận dụng giải được phương trình bậc hai ; tính được khoảng cách giữa hai điểm biểu diễn nghiệm của phương trình.
Biểu diễn hình học của số phức	2	Nhận biết được điểm biểu diễn của một số phức.
	4	Hiểu và xác định được tâm và bán kính đường tròn biểu diễn số phức cho trước.
	6	Vận dụng và xác định được phương trình đường thẳng biểu diễn số phức cho trước.
	7	Vận dụng và xác định được phương trình đường thẳng biểu diễn số phức thỏa mãn biểu thức cho trước.
	8	Vận dụng kiến thức tổng hợp về số phức xác định được điều kiên để điểm biểu diễn số phức nằm trong đường tròn có tâm và bán kính cho trước.

V. ĐỀ KIỂM TRA

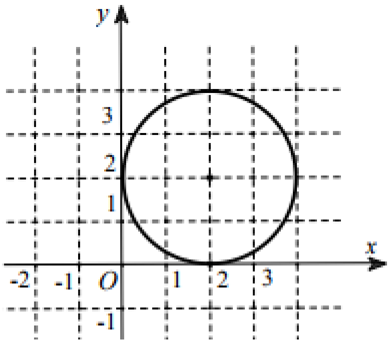
Câu 1: Số phức z = 3 - 4i có phần thực bằng?

A. 3 B. -3 C. -4 D. 4i

Câu 2: Số phức z = 2 + 3i được biểu diễn bởi điểm M có tọa độ là:
A. (2;-3)   B. (2;3)   C. (2 ; 3i)   D.(2 ; i)

Câu 3: Số phức liên hợp của số phức z = a + bi $a,b \in \mathbb{R}$ là số phức:
A. $\overline{z}$ = -a + bi   B. $\overline{z}$ = b - ai   C. $\overline{z}$ = -a - bi   D. $\overline{z}$ = a – bi

Câu 4:
Biết số phức z có tập hợp điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là đường tròn tô đậm trong hình vẽ.



Tập hợp các điểm biểu diễn số phức $z-1$ là
A. đường tròn tâm I(1;2), bán kính R=2
B. đường tròn tâm I(2;2), bán kính R=2
C. đường tròn tâm I(-3;-2), bán kính R=2
D. đường tròn tâm I(2;-2), bán kính R=2

Câu 5: Cho số phức z = 3 + 4i, khi đó $|z|$ bằng?
A. 5   B. -5   C. 25   D. 3

Câu 6: Điểm biểu diễn của các số phức z = 3 + bi với b $\in$ R, nằm trên đường thẳng có phương trình là:
A. x = 3   B. y = 3   C. y = x   D. y = x + 3

Câu 7: Điểm biểu diễn của các số phức z = a + ai với a $\in$ R, nằm trên đường thẳng có phương trình là:
A. y = x   B. y = 2x   C. y = 3x   D. y = 4x

Câu 8: Cho số phức z = a + bi ; $a,b \in \mathbb{R}$. Để điểm biểu diễn của z nằm trong hình tròn tâm O bán kính R = 2, điều kiện của a và b là:
A. a + b = 4   B. $a^2 + b^2 > 4$ C. $a^2 + b^2 = 4$ D. $a^2 + b^2 < 4$

Câu 9: Cho số phức z = a + bi $a,b \in \mathbb{R}$, khi đó z + $\overline{z}$ bằng?
A. a   B. -2a   C. 2b   D. 2a

Câu 10: Cho số phức z = a + bi $a,b \in \mathbb{R}$, khi đó z . $\overline{z}$ bằng?
A. a^2 B. b^2 C. $a^2 + b^2$ D. $a^2 . b^2$

Câu 11: Thu gọn z = i(2 - i)(3 + i) ta được:
A. z = 2 + 5i   B. z = 1 + 7i   C. z = 6   D. z = 5i

Câu 12: Nếu z = 2 - 3i thì z^3 bằng:
A. -46 - 9i   B. 46 + 9i   C. 54 - 27i   D. 27 + 24i

Câu 13: Số phức $z = \dfrac{3-4i}{4-i}$ bằng?
A. $\dfrac{16}{17}-\dfrac{13}{17}i$ B. $\dfrac{16}{15}-\dfrac{11}{15}i$ C. $\dfrac{9}{5}-\dfrac{4}{5}i$ D. $\dfrac{9}{25}-\dfrac{23}{25}i$

Câu 14: Cho số phức $z = \dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$. Số phức $1 - z + z^2$ bằng:
A. $-\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$. B. $2 - \sqrt{3}i$ C. 1   D. 0

Câu 15: Cho số phức z = x + yi ≠ 1. (x, y ∈ R). Phần ảo của số $\frac{z+1}{z-1}$ là:

A. $\frac{-2x}{(x-1)^2+y^2}$ B. $\frac{-2y}{(x-1)^2+y^2}$ C. $\frac{xy}{(x-1)^2+y^2}$ D. $\frac{x+y}{(x-1)^2+y^2}$

Câu 16: Căn bậc hai của -5 là:

A. $\sqrt{5}$ B. $-\sqrt{5}$ C. $\pm\sqrt{-5}$ D. $\pm i\sqrt{5}$

Câu 17: Căn bậc hai của số thực a âm là:

A. $\sqrt{a}$ B. $-\sqrt{a}$ C. $\pm\sqrt{-a}$ D. $\pm i\sqrt{a}$

Câu 18: Cho phương trình bậc hai $ax^2+bx+c=0$, có $\Delta=b^2-4ac$, nếu $\Delta<0$, phương trình có hai nghiệm phức xác định theo công thức:

A. $x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$ B. $x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{a}$ C. $x_{1,2}=\frac{-b\pm i\sqrt{|\Delta|}}{2a}$ D. $x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{|\Delta|}}{a}$

Câu 19: Trong $\mathbb{C}$ phương trình $z^2+2z+4=0$ có nghiệm là:

A. $z_{1,2}=-1\pm\sqrt{3}$ B. $z_{1,2}=-1\pm\sqrt{5}$ C. $z_{1,2}=-1\pm i\sqrt{3}$ D. $z_{1,2}=1\pm i\sqrt{3}$

Câu 20: Trong C, phương trình $z^2+4=0$ có nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l}z=2i\\z=-2i\end{array}\right.$ B. $\left[\begin{array}{l}z=1+2i\\z=1-2i\end{array}\right.$ C. $\left[\begin{array}{l}z=1+i\\z=3-2i\end{array}\right.$ D. $\left[\begin{array}{l}z=5+2i\\z=3-5i\end{array}\right.$

Câu 21: Trong C, phương trình $\frac{4}{z+1}=1-i$ có nghiệm là:

A. z = 2 - i B. z = 3 + 2i C. z = 5 - 3i D. z = 1 + 2i

Câu 22: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình: $z^2-4z+5=0$. Khi đó phần thực của $z_1^2+z_2^2$ là:

A. 6 B. 5 C.4 D.7

Câu 23: Gọi $z_1; z_2$ là hai nghiệm của phương trình $z^2+2z+4=0$. Khi đó $P=|z_1|^2+|z_2|^2$ bằng:

A. 2 B. -7 C. 8 D. 4

Câu 24: Cho số phức z có phần ảo âm và thỏa mãn $z^2-3z+5=0$. Modun của số phức $w=2z-3+\sqrt{14}$ bằng

A. $\sqrt{13}$ B. $\sqrt{17}$ C. $\sqrt{11}$ D. 5

Câu 25: Gọi $z_1; z_2$ là hai nghiệm của phương trình $-z^2+4z-9=0$. A,B lần lượt là điểm biểu diễn z_1, z_2. Độ dài AB là:

A. $\sqrt{5}$ B. $2\sqrt{5}$ C. $3\sqrt{5}$ D. $4\sqrt{5}$

VI. ĐÁP ÁN

Mỗi câu 04, điểm

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Đ.A	A	B	D	A	A	A	A	D	D	C	B	A	A
Câu	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
Đ.A	D	B	D	D	C	C	A	D	A	D	D	B	

--------------------Hết -------------------------