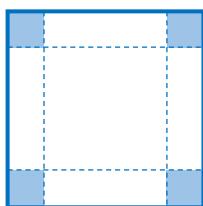


## Bài tập rèn luyện kỹ năng

**Câu 1:** Tại vị trí một khu đất có sẵn một bức tường cũ dài 12m, người ta dự định xây một căn nhà kho nền hình chữ nhật với diện tích  $112m^2$ . Biết rằng giá để sửa bức tường cũ dài 1m bằng 25% giá xây 1m dài mới; giá công đập dỡ bức tường cũ dài 1m và tận dụng vật liệu đã gỡ ra để xây 1m dài mới bằng 50% của giá công xây dựng 1m dài với vật liệu mới. Hỏi trong điều kiện như vậy, nên tận dụng giữ lại bao nhiêu mét tường cũ để kinh phí xây dựng kho là ít nhất?

- A. Khoảng 11,3 m      B. Khoảng 0,7 m  
C. Khoảng 10 m      D. Khoảng 2 m

**Câu 2:** Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 18 cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng  $x$  (cm), rồi gấp tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Tìm  $x$  để hộp nhận được có thể tích lớn nhất.



- A.  $x = 6$       B.  $x = 3$       C.  $x = 2$       D.  $x = 4$

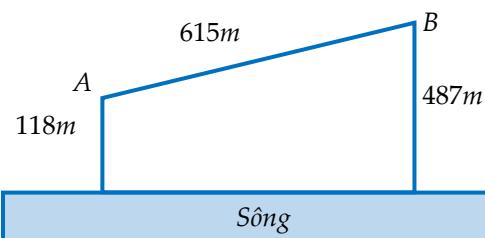
**Câu 3:** Khi nuôi cá thí nghiệm trong một hồ, nếu trên mỗi đơn vị diện tích mặt hồ nuôi  $n$  con cá ( $n \in \mathbb{N}^*$ ) thì trung bình sau mỗi vụ mỗi con cá nặng  $P(n) = 480 - 20n$  (gam). Hỏi phải thả bao nhiêu con cá trên mỗi đơn vị diện tích mặt hồ để sau mỗi vụ khối lượng cá thu được là nhiều nhất?

- A. 10 con      B. 12 con      C. 9 con      D. 15 con

**Câu 4:** Một công ty bất động sản có 50 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2.000.000 đồng một tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê và cứ tăng thêm giá cho thuê mỗi căn hộ 100.000 đồng một tháng thì sẽ có 2 căn hộ bị bỏ trống. Hỏi muốn có thu nhập cao nhất thì công ty đó phải cho thuê mỗi căn hộ với giá bao nhiêu một tháng.

- A. 2.225.000      B. 2.100.000  
C. 2.200.000      D. 2.250.000

**Câu 5:** Cho hai vị trí  $A, B$  cách nhau 615m, cùng nằm về một phía bờ sông như hình vẽ. Khoảng cách từ  $A$  và từ  $B$  đến bờ sông lần lượt là 118m và 487m. Một người đi từ  $A$  đến bờ sông để lấy nước mang về. Đoạn đường ngắn nhất mà người đó có thể đi là:



- A. 569,5 m      B. 671,4 m      C. 779,8 m      D. 741,2 m

**Câu 6:** Một trang trại chăn nuôi dự định xây dựng một hầm biogas với thể tích  $12 m^3$  để chứa chất thải chăn nuôi và tạo khí sinh học. Dự kiến hầm chứa có dạng hình hộp chữ nhật có chiều sâu gấp ruồi chiều rộng. Hãy xác định các kích thước đáy (dài, rộng) của hầm biogas để thi công tiết kiệm vật liệu nhất (không tính đến bề dày của thành bê). Ta có kích thước (dài; rộng – tính theo đơn vị  $m$ , làm tròn đến một chữ số thập phân sau dấu phẩy) phù hợp yêu cầu là:

- A. Dài 2,42 m và rộng 1,82 m  
B. Dài 2,74 m và rộng 1,71 m  
C. Dài 2,26 m và rộng 1,88 m  
D. Dài 2,19 m và rộng 1,91 m

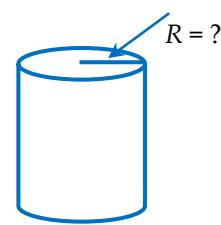
**Câu 7:** Người ta cần xây một hồ bơi với dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích là  $\frac{500}{3} m^3$ . Đáy hồ là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây hồ được tính theo mét vuông (gồm đáy hồ và bồn xung quanh thành hồ). Để chi phí thuê công nhân thấp nhất thì cần xây bờ hồ có chiều rộng là:

- A. 5m      B. 4m      C. 10m      D. 12m

**Câu 8:** Cần thiết kế các thùng dạng hình trụ có nắp đậy để đựng sản phẩm đã chế biến có dung tích  $V(cm^3)$ . Hãy xác định bán kính đường tròn đáy của hình trụ theo  $V$  để tiết kiệm vật liệu nhất.

- A.  $\sqrt[3]{\frac{3V}{\pi}}(cm)$       B.  $\sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}(cm)$   
C.  $\sqrt[3]{\frac{2V}{\pi}}(cm)$       D.  $\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}(cm)$

**Câu 9:** Khi sản xuất vỏ lon sữa bò hình trụ, các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí nguyên liệu làm vỏ lon là ít nhất, tức là diện tích toàn phần



của hình trụ là nhỏ nhất. Muốn thể tích khối trụ đó bằng  $V$  và diện tích toàn phần hình trụ nhỏ nhất



thì bán kính đáy  $R$  bằng:

- A.  $R = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$    B.  $R = \sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$    C.  $R = \sqrt{\frac{V}{2\pi}}$    D.  $R = \sqrt{\frac{V}{\pi}}$

**Câu 10:** Cho hình nón tròn xoay ( $N$ ) có đỉnh  $S$  và đáy là hình tròn tâm  $O$  bán kính  $r$  nằm trên mặt phẳng ( $P$ ), đường cao  $SO = h$ . Điểm  $O'$  thay đổi trên đoạn  $SO$  sao cho  $SO' = x$  ( $0 < x < h$ ). Hình trụ tròn xoay ( $T$ ) có đáy thứ nhất là hình tròn tâm  $O$  bán kính  $r'$  ( $0 < r' < r$ ) nằm trên mặt phẳng ( $P$ ), đáy thứ hai là hình tròn tâm  $O'$  bán kính  $r'$  nằm trên mặt phẳng ( $Q$ ), ( $Q$ ) vuông góc với  $SO$  tại  $O'$  (đường tròn đáy thứ hai của ( $T$ ) là giao tuyến của ( $Q$ ) với mặt xung quanh của ( $N$ )). Hãy xác định giá trị của  $x$  để thể tích phần không gian nằm phía trong ( $N$ ) nhưng phía ngoài của ( $T$ ) đạt giá trị nhỏ nhất.

- A.  $x = \frac{1}{2}h$    B.  $x = \frac{1}{3}h$    C.  $x = \frac{2}{3}h$    D.  $x = \frac{1}{4}h$

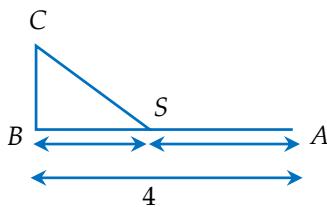
**Câu 11:** Một chất điểm chuyển động theo quy luật  $s = 6t^2 - t^3$ . Thời điểm  $t$  (giây) tại đó vận tốc  $v$  (m/s) của chuyển động đạt giá trị lớn nhất là:

- A.  $t = 2$    B.  $t = 3$    C.  $t = 4$    D.  $t = 5$

**Câu 12:** Một con cá hồi bơi ngược dòng để vượt một khoảng cách là 200km. Vận tốc của dòng nước là  $8\text{ km/h}$ . Nếu vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là  $v$  ( $\text{km/h}$ ) thì năng lượng tiêu hao của cá trong  $t$  giờ được cho bởi công thức:  $E(v) = cv^3t$ . Trong đó  $c$  là một hằng số,  $E$  được tính bằng jun. Tìm vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên để năng lượng tiêu hao là ít nhất.

- A.  $6\text{ km/h}$    B.  $9\text{ km/h}$    C.  $12\text{ km/h}$    D.  $15\text{ km/h}$

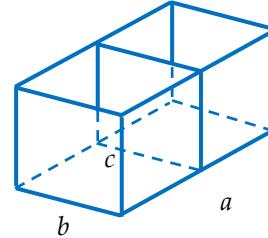
**Câu 13:** Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở  $A$  đến một hòn đảo ở  $C$ . Khoảng cách ngắn nhất từ  $C$  đến  $B$  là 1km. Khoảng cách từ  $B$  đến  $A$  là 4. Mỗi km dây điện đặt dưới nước là mất 5000 USD, còn đặt dưới đất mất 3000 USD. Hỏi điểm  $S$  trên bờ cách  $A$  bao nhiêu để khi mắc dây điện từ  $A$  qua  $S$  rồi đến  $C$  là ít tổn kém nhất.



- A.  $\frac{15}{4}\text{ km}$    B.  $\frac{13}{4}\text{ km}$    C.  $\frac{10}{4}\text{ km}$    D.  $\frac{19}{4}\text{ km}$

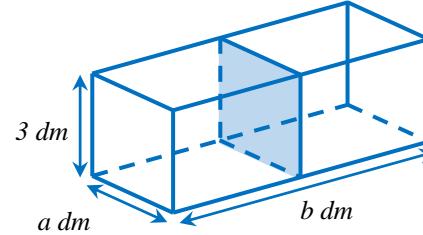
**Câu 14:** Người thợ cần làm một bể cá hai ngăn, không có nắp ở phía trên với thể tích  $1,296\text{ m}^3$ . Người thợ

này cắt các tấm kính ghép lại một bể cá dạng hình hộp chữ nhật với 3 kích thước  $a, b, c$  như hình vẽ. Hỏi người thợ phải thiết kế các kích thước  $a, b, c$  bằng bao nhiêu để đỡ tốn kính nhất, giả sử độ dày của kính không đáng kể.



- A.  $a = 3,6\text{ m}; b = 0,6\text{ m}; c = 0,6\text{ m}$   
B.  $a = 2,4\text{ m}; b = 0,9\text{ m}; c = 0,6\text{ m}$   
C.  $a = 1,8\text{ m}; b = 1,2\text{ m}; c = 0,6\text{ m}$   
D.  $a = 1,2\text{ m}; b = 1,2\text{ m}; c = 0,9\text{ m}$

**Câu 15:** Người ta muốn thiết kế một bể cá bằng kính không có nắp với thể tích  $72\text{ dm}^3$  và chiều cao là  $3\text{ dm}$ . Một vách ngăn (cùng bằng kính) ở giữa, chia bể cá thành hai ngăn, với các kích thước  $a, b$  (đơn vị dm) như hình vẽ.



Tính  $a, b$  để bể cá tốn ít nguyên liệu nhất (tính cả tấm kính ở giữa), coi bề dày các tấm kính như nhau và không ảnh hưởng đến thể tích của bể.

- A.  $a = \sqrt{24}, b = \sqrt{24}$ .   B.  $a = 3, b = 8$ .  
C.  $a = 3\sqrt{2}, b = 4\sqrt{2}$ .   D.  $a = 4, b = 6$ .

**Câu 16:** Trong bài thực hành của môn huấn luyện quân sự có tình huống chiến sĩ phải bơi qua một con sông để tấn công một mục tiêu ở phía bờ bên kia sông. Biết rằng lòng sông rộng  $100\text{ m}$  và vận tốc bơi của chiến sĩ bằng một nửa vận tốc chạy trên bộ. Hãy cho biết chiến sĩ phải bơi bao nhiêu mét để đến được mục tiêu nhanh nhất, nếu như dòng sông là thẳng, mục tiêu ở cách chiến sĩ  $1\text{ km}$  theo đường chim bay và chiến sĩ cách bờ bên kia sông  $100\text{ m}$ ?

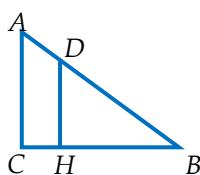
- A.  $\frac{200}{\sqrt{3}}$    B.  $100$    C.  $100\sqrt{101}$    D.  $\frac{200}{\sqrt{2}}$

**Câu 17:** Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức  $H(x) = 0,025x^2(30 - x)$  trong đó  $x$  là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân ( $x$  được tính bằng miligam). Tính liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân trên để huyết áp giảm nhiều nhất?

- A. 10   B. 20   C. 30   D. 15



**Câu 18:** Chiều dài bé nhất của cái thang  $AB$  để có thể tựa vào tường  $AC$  và mặt đất  $BC$ , ngang qua cột đỡ  $DH$  cao  $4\text{m}$ , song song và cách tường  $CH = 0,5\text{m}$  là:

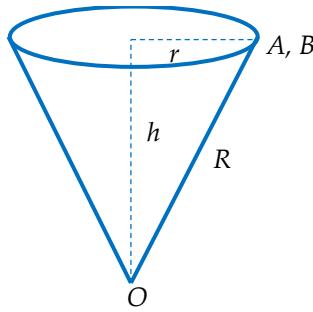
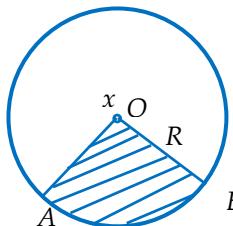


- A. Xấp xỉ  $5,602\text{ m}$     B. Xấp xỉ  $6,5902\text{ m}$   
 C. Xấp xỉ  $5,4902\text{ m}$     D. Xấp xỉ  $5,5902\text{ m}$

**Câu 19:** Một nhà sản suất cần thiết kế một thùng đựng dầu nhớt hình trụ có nắp đậy với dung tích là  $2000\text{dm}^3$ . Để tiết kiệm nguyên liệu nhất thì bán kính của nắp đậy phải bằng bao nhiêu?

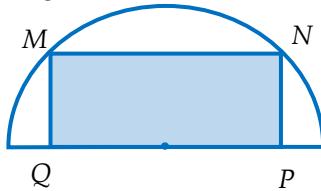
- A.  $\frac{10}{\sqrt[3]{\pi}}\text{dm}$     B.  $\frac{20}{\sqrt[2]{\pi}}\text{dm}$     C.  $\frac{10}{\sqrt[3]{2\pi}}\text{dm}$     D.  $\frac{20}{\sqrt[3]{2\pi}}\text{dm}$

**Câu 20:** Cắt bỏ hình quạt tròn  $AOB$  (hình phẳng có nét gạch trong hình dưới) từ một mảnh các tông hình tròn bán kính  $R$  rồi dán hai bán kính  $OA$  và  $OB$  của quạt hình tròn lại với nhau để được một cái phễu có dạng của một hình nón. Gọi  $x$  là số đo góc ở tâm của hình quạt tròn dùng làm phễu,  $0 < x < 2\pi$ . Tìm  $x$  để khối nón có thể tích lớn nhất?



- A.  $x = \frac{2\sqrt{6}}{27}\pi$     B.  $x = \frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$   
 C.  $x = \frac{2\sqrt{6}}{9}\pi$     D. Đáp án khác

**Câu 21:** Từ một miếng tôn hình bán nguyệt có bán kính  $R = 3$ , người ta muốn cắt ra một hình chữ nhật (xem hình) có diện tích lớn nhất. Diện tích lớn nhất có thể có của miếng tôn hình chữ nhật là:



- A.  $6\sqrt{3}$     B.  $6\sqrt{2}$     C. 9    D. 7

**Câu 22:** Từ một tấm tôn hình chữ nhật có chiều rộng là  $20\text{cm}$ , chiều dài là  $60\text{cm}$ , người ta gò tấm tôn thành mặt xung quanh của một chiếc hộp có dạng hình hộp

chữ nhật sao cho chiều rộng của tấm tôn là chiều cao của chiếc hộp. Hỏi thể tích lớn nhất của chiếc hộp là bao nhiêu?

- A.  $4000\text{ cm}^3$     B.  $9000\text{ cm}^3$     C.  $18000\text{ cm}^3$     D.  $4500\text{ cm}^3$

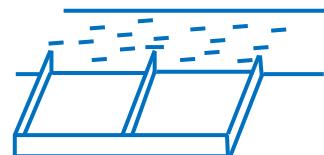
**Câu 23:** Một người có một dây duy băng dài  $130\text{ cm}$ , người đó cần bọc dây duy băng đó quanh một hộp quà hình trụ. Khi bọc quà, người này dùng  $10\text{ cm}$  của

dây duy băng để thắt nơ ở trên nắp hộp (như hình vẽ minh họa). Hỏi dây duy băng có thể bọc được hộp quà có thể tích lớn nhất là bao nhiêu?



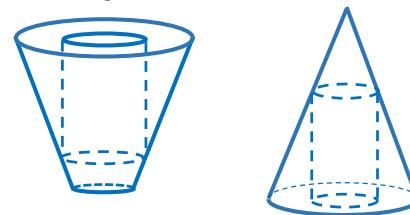
- A.  $4000\pi\text{ cm}^3$     B.  $32000\pi\text{ cm}^3$   
 C.  $1000\pi\text{ cm}^3$     D.  $16000\pi\text{ cm}^3$

**Câu 24:** Một người nông dân có  $15\ 000\ 000$  đồng để làm một cái hàng rào hình chữ E dọc theo một con sông (như hình vẽ) để làm một khu đất có hai phần chữ nhật để trồng rau. Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là  $60\ 000$  đồng một mét, còn đối với ba mặt hàng rào song song nhau thì chi phí nguyên vật liệu là  $50\ 000$  đồng một mét. Tìm diện tích lớn nhất của đất rào thu được.



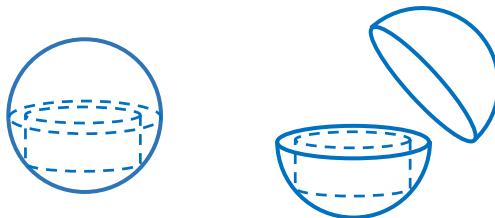
- A.  $6250\text{ m}^2$     B.  $1250\text{ m}^2$     C.  $3125\text{ m}^2$     D.  $50\text{ m}^2$

**Câu 25:** Khi sản xuất hộp mì tôm, các nhà sản xuất luôn để một khoảng trống ở dưới đáy hộp để nước chảy xuống dưới và ngấm vào vắt mì, giúp mì chín. Hình vẽ dưới mô tả cấu trúc của một hộp mì tôm (hình vẽ chỉ mang tính chất minh họa). Vắt mì tôm có hình một khối trụ, hộp mì tôm có dạng hình nón cụt được cắt ra bởi hình nón có chiều cao  $9\text{ cm}$  và bán kính đáy  $6\text{ cm}$ . Nhà sản xuất đang tìm cách để sao cho vắt mì tôm có thể tích lớn nhất trong hộp với mục đích thu hút khách hàng. Tìm thể tích lớn nhất đó?



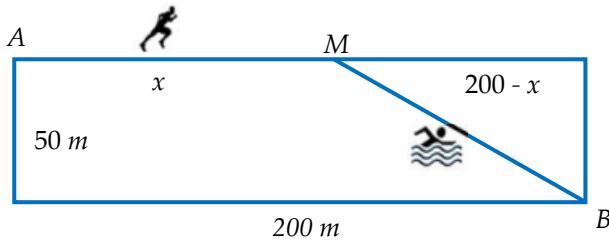
- A.  $V = 36\pi$     B.  $V = 54\pi$     C.  $V = 48\pi$     D.  $V = \frac{81}{2}\pi$

**Câu 26:** Công ty mĩ phẩm chuẩn bị ra một mẫu sản phẩm duong da moi mang tên Ngọc Trai với thiết kế là một khói cầu như viên ngọc trai khổng lồ, bên trong là một khói trụ nằm trong nửa khói cầu để đựng kem duong, như hình vẽ (hình ảnh chỉ mang tính chất minh họa). Theo dự kiến, nhà sản xuất có dự định để khói cầu có bán kính là  $R = 3\sqrt{3} \text{ cm}$ . Tìm thể tích lớn nhất của khói trụ đựng kem để thể tích thực ghi trên bìa hộp là lớn nhất (với mục đích thu hút khách hàng).



- A.  $54\pi \text{ cm}^3$    B.  $18\pi \text{ cm}^3$    C.  $108\pi \text{ cm}^3$    D.  $45\pi \text{ cm}^3$

**Câu 27:** Có một hồ hình chữ nhật rộng 50 m, dài 200m. Một vận động viên tập luyện chạy phối hợp với bơi như sau: Xuất phát từ vị trí điểm  $A$  chạy theo chiều dài bể bơi đến vị trí điểm  $M$  và bơi từ vị trí điểm  $M$  thẳng đến đích là điểm  $B$  (đường nét đậm) như hình vẽ. Hỏi vận động viên đó nên chọn vị trí điểm  $M$  cách điểm  $A$  bao nhiêu mét (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị) để đến đích nhanh nhất, biết rằng vận tốc bơi là 1,6 m/s, vận tốc chạy là 4,8 m/s.



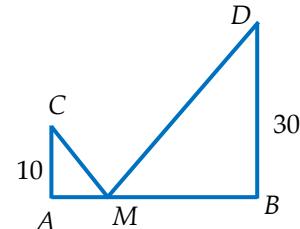
- A. 178 m   B. 182 m   C. 180 m   D. 184 m

**Câu 28:** Trên một đoạn đường giao thông có 2 con đường vuông góc với nhau tại  $O$  như hình vẽ. Một địa danh lịch sử có vị trí đặt tại  $M$ , vị trí  $M$  cách đường  $OE$  125m và cách đường  $Ox$  1km.

Vì lý do thực tiễn người ta muốn làm một đoạn đường thẳng  $AB$  đi qua vị trí  $M$ , biết rằng giá để làm 100m đường là 150 triệu đồng. Chọn vị trí của  $A$  và  $B$  để hoàn thành con đường với chi phí thấp nhất. Hỏi chi phí thấp nhất để hoàn thành con đường là bao nhiêu?

- A. 1,9063 tỷ đồng   B. 2,3965 tỷ đồng  
C. 2,0963 tỷ đồng   D. 3 tỷ đồng

**Câu 31:** Nhà Văn hóa Thanh niên của thành phố X muốn trang trí đèn dây led gần cổng để đón xuân Đinh Dậu 2017 nên đã nhờ bạn Na đến giúp.



Ban giám đốc Nhà Văn hóa Thanh niên chỉ cho bạn Na biết chỗ chuẩn bị trang trí đã có hai trụ đèn cao áp mạ kẽm đặt cố định ở vị trí  $A$  và  $B$  có độ cao lần lượt là 10 m và 30 m, khoảng cách giữa hai trụ đèn 24 m và cũng yêu cầu bạn Na chọn một cái chốt ở vị trí  $M$  trên mặt đất nằm giữa hai chân trụ đèn để giăng đèn dây led nối đến hai đỉnh  $C$  và  $D$  của trụ đèn (như hình vẽ). Hỏi bạn Na phải đặt chốt ở vị trí cách trụ đèn  $B$  trên mặt đất là bao nhiêu để tổng độ dài của hai sợi dây đèn led ngắn nhất?

- A. 20m.   B. 6m.   C. 18m.   D. 12m.

**Câu 32:** Một sợi dây kim loại dài 60cm được cắt thành hai đoạn. Đoạn dây thứ nhất được uốn thành hình vuông, đoạn dây thứ nhất được uốn thành vòng tròn (như hình vẽ).



Tính độ dài bán kính của hình tròn sao cho tổng diện tích của hình vuông và hình tròn là nhỏ nhất?

- A.  $\frac{30}{\pi+4}$  (cm)   B.  $\frac{120}{\pi+4}$  (cm)  
C.  $\frac{60}{\pi+4}$  (cm)   D.  $\frac{240}{\pi+4}$  (cm)

**Câu 33:** Một miếng bìa hình tam giác đều  $ABC$ , cạnh bằng 16. Học sinh Trang cắt một hình chữ nhật  $MNPQ$  từ miếng bìa trên để làm biển trông xe cho lớp trong buổi ngoại khóa (với  $M, N$  thuộc cạnh  $BC$ ,  $P$  và  $Q$  tương ứng thuộc cạnh  $AC$  và  $AB$ ). Diện tích hình chữ nhật  $MNPQ$  lớn nhất bằng bao nhiêu?

- A.  $16\sqrt{3}$    B.  $8\sqrt{3}$    C.  $32\sqrt{3}$    D.  $34\sqrt{3}$

**Câu 34:** Một chất điểm chuyển động theo phuong trình  $S = -2t^3 + 18t^2 + 2t + 1$ , trong đó  $t$  tính bằng giây (s) và  $S$  tính bằng mét (m). Thời gian vận tốc chất điểm đạt giá trị lớn nhất là:

- A.  $t = 5s$    B.  $t = 6s$    C.  $t = 3s$    D.  $t = 1s$

**Câu 35:** Một nhà máy cần thiết kế một chiếc bể đựng nước hình trụ bằng tôn có thể tích là  $64\pi(m^3)$ . Tìm bán kính đáy  $r$  của hình trụ sao cho hình trụ được làm ra tốn ít nhiên liệu nhất.



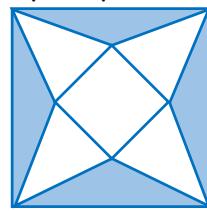
- A.**  $r = 3(m)$ .      **B.**  $r = \sqrt[3]{16}(m)$ .  
**C.**  $r = \sqrt[3]{32}(m)$ .      **D.**  $r = 4(m)$ .

**Câu 36:** Một xưởng sản xuất những thùng bằng kẽm hình hộp chữ nhật không có nắp và có các kích thước  $x, y, z$  (dm). Biết tỉ số hai cạnh đáy là  $x:y=1:3$ , thể tích của hộp bằng 18 lít. Để tốn ít vật liệu nhất thì kích thước của thùng là:

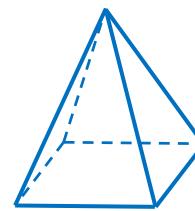
- A.**  $x = 2; y = 6; z = \frac{3}{2}$       **B.**  $x = 1; y = 3; z = 6$   
**C.**  $x = \frac{3}{2}; y = \frac{9}{2}; z = \frac{8}{3}$       **D.**  $x = \frac{1}{2}; y = \frac{3}{2}; z = 24$

**Câu 37:** Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 1m như hình vẽ dưới đây. Người ta cắt phần tô đậm của nhôm

rồi gấp lại thành một hình chóp túc giác đều có cạnh đáy bằng  $x$  (m) sao cho bốn đỉnh của hình vuông gấp lại thành đỉnh của hình chóp. Giá trị của  $x$  để khối chóp nhận được có thể tích lớn nhất là:



- A.**  $x = \frac{1}{2}$   
**C.**  $x = \frac{\sqrt{2}}{3}$

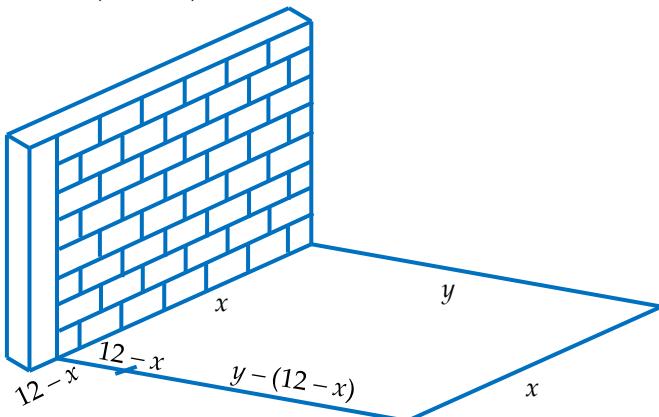


- B.**  $x = \frac{\sqrt{2}}{4}$   
**D.**  $x = \frac{2\sqrt{2}}{5}$

## Hướng dẫn giải đáp án chi tiết

### Câu 1: Đáp án A

Giả sử giữ lại  $x$  mét dài của bức tường cũ phá đi  $12-x$  mét dài để lấy gạch xây một phần tường của nhà kho (hình vẽ).



Nếu  $a$  là giá xây 1m dài tường với vật liệu mới thì giá sửa chữa  $x$  mét dài tường cũ là  $\frac{ax}{4}$ . Giá xây  $12-x$  mét bằng tận dụng vật liệu cũ là  $\frac{a(12-x)}{2}$ .

Để hoàn chỉnh việc xây cạnh  $y$  phải xây  $y-(12-x)$  mét dài nữa và tốn thêm  $a(x+y-12)$ . Giá xây hai bức tường còn lại là  $a(x+y)$ . Tổng cộng xây tường đã tốn

$$\frac{ax}{4} + \frac{a(12-x)}{2} + a(x+y-12) + ax + ay = \frac{a(7x+8y)}{4} - 6a$$

Biểu thức này nhỏ nhất khi  $7x+8y$  nhỏ nhất, với  $xy=112$ .

Theo bất đẳng thức Cauchy có

$$7x+8y \geq 2\sqrt{56xy} = 112\sqrt{2}.$$

Vậy  $7x+8y$  nhỏ nhất khi  $7x=8y$ .

Từ  $xy=112$  và  $7x=8y$ , tìm được  $x=\sqrt{128} \approx 11,3$ .

Vì bức tường cũ dài  $12m$ , do đó cần dỡ bỏ khoảng  $0,7m$  dài của nó.

### Câu 2: Đáp án B

Tương tự như đề minh họa môn Toán năm 2017 lần mà tôi đã đưa ra ở phần ứng dụng lý thuyết.

Ta có chiều cao của khối hộp được tạo thành là  $x$  với  $0 < x < 9$ , mặt đáy là hình vuông có cạnh  $18-2x$ .

Khi đó thể tích của khối hộp được tính bằng công thức

$$V = (18-2x)^2 \cdot x = 4x \cdot (x^2 - 18x + 81) = 4x^3 - 72x^2 + 324x$$

Xét hàm số  $f(x) = 4x^3 - 72x^2 + 324x$  trên  $(0;9)$ .

$$\text{Ta có } f'(x) = 12x^2 - 144x + 324; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 9 \end{cases}$$

Loại 9, vậy  $x = 3$ .

### Câu 3: Đáp án B

$$\begin{aligned} \text{Số lượng cá thu được trên mỗi đơn vị diện tích mặt} \\ \text{hồ là: } f(n) = n.P(n) = n.(480 - 20n) = -20n^2 + 480n \\ = 2880 - 20n^2 + 480n - 2880 \\ = 2880 - 20(n^2 - 24n + 144) = 2880 - 20(n-12)^2 \end{aligned}$$

$$\text{Ta có } 2880 - 20(n-12)^2 \leq 2880.$$

Dấu bằng xảy ra khi  $n = 12$ .

### Câu 4: Đáp án D

Gọi số căn hộ bị bỏ trống là  $x (x \in [0;50])$

Số tiền 1 tháng thu được khi cho thuê nhà là  $(2000000 + 50000x)(50-x)$

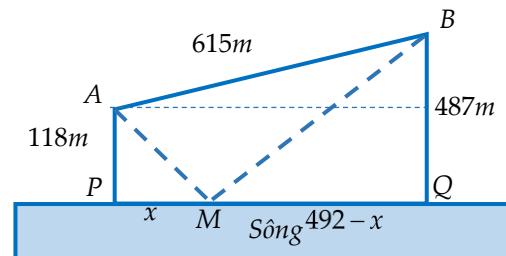
Khảo sát hàm số trên với  $x \in [0;50]$  ta được số tiền lớn nhất công ty thu được khi  $x = 5$  hay số tiền cho thuê mỗi tháng là 2.250.000. Chọn **D**

### Câu 5: Đáp án C.

Bài toán tương tự như ví dụ 8 và 9 mà tôi đã giới thiệu ở trên.

Giả sử người đó đi đến điểm M trên bờ sông, rồi tiếp tục đi từ M về B.

Khi đó ta có hình vẽ minh họa sau:



Quãng đường người đó đi được thể hiện như hình vẽ.

Ta có thể tính PQ như sau:

$$PQ = \sqrt{615^2 - (487-118)^2} = 492 \text{ m}$$

Khi đó nếu đặt  $PM = x$  thì  $MQ = 492 - x$ .

Vậy, quãng đường người đó đi để lấy nước được tính bằng công thức:

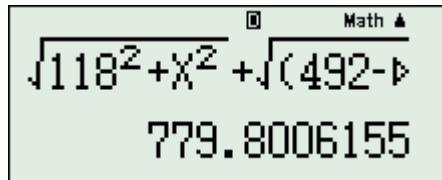
$$S = f(x) = AM + MB = \sqrt{118^2 + x^2} + \sqrt{(492-x)^2 + 487^2}$$

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{x}{\sqrt{118^2 + x^2}} - \frac{492-x}{\sqrt{(492-x)^2 + 487^2}} = 0$$

Đến đây ta nhập vào máy tính sử dụng lệnh SHIFT SOLVE và tìm được X là như hình:



Lúc này giá trị này đã được lưu vào X, nên ta sẽ nhập luôn biểu thức  $f(x)$  vào máy, lúc này máy sẽ hiện giá trị của  $f(x)$  tại X như màn hình:



Vậy ta chọn C.

### Câu 6: Đáp án C

**Phân tích:** Một bài toán tối ưu thực tế khá hay, ở đây ta có mối tương quan giữa các biến là cho trước thể tích của hình hộp chữ nhật.

Do đề bài cho mối tương quan giữa chiều rộng và chiều sâu của bể, nên ta có thể quy hết về một ẩn, biểu diễn diện tích toàn phần của bể theo ẩn đó, từ đó xét hàm số để tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số này.

#### Lời giải

Nếu đặt chiều rộng của bể là  $x$ , khi đó chiều sâu của bể sẽ là  $1,5x$ .

Lúc này chiều dài đáy bể sẽ là:  $\frac{12}{1,5x^2} = \frac{8}{x^2}$ .

Vậy diện tích toàn phần của bể là:

$$\begin{aligned} S_{tp} &= S_{xq} + 2S_{day} = 2\left(x + \frac{8}{x^2}\right).1,5x + 2.x.\frac{8}{x^2} \\ &= 3x^2 + \frac{24}{x} + \frac{16}{x} = 3x^2 + \frac{20}{x} + \frac{20}{x} \end{aligned}$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho ba số dương thì

ta có  $3x^2 + \frac{20}{x} + \frac{20}{x} \geq 3\sqrt[3]{3.20.20}$

Dấu bằng xảy ra khi

$$3x^2 = \frac{20}{x} \Leftrightarrow x^3 = \frac{20}{3} \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{\frac{20}{3}} \approx 1,88 \text{ m}$$

Lúc này chiều dài của bể là:  $\frac{8}{x^2} \approx 2,26 \text{ m}$

### Câu 7: Đáp án A.

Gọi độ dài chiều rộng của bể bơi là  $x$  (m) khi đó chiều dài bể bơi là  $2x$  (m). Lúc này chiều cao của bể bơi

$$\text{được tính bằng: } h = \frac{500}{3.x.2x} = \frac{250}{3x^2} \text{ (m).}$$

Do chi phí thuê công nhân tính theo mét vuông, nên để chi phí thấp nhất thì ta đi tìm kích thước của hồ sao cho có tổng diện tích xung quanh và diện tích đáy nhỏ nhất.

Ta có biểu thức tính tổng diện tích xung quanh và diện tích đáy theo  $x$  như sau:

$$\begin{aligned} S &= f(x) = 2.(2x+x).\frac{250}{3x^2} + x.2x = \frac{500}{x} + 2x^2 \\ &= \frac{250}{x} + \frac{250}{x} + 2x^2. \end{aligned}$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có:

$$\frac{250}{x} + \frac{250}{x} + 2x^2 \geq 3\sqrt[3]{250.250.2}$$

Dấu bằng xảy ra khi  $\frac{250}{x} = 2x^2 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{\frac{250}{2}} = 5$ .

### Câu 8: Đáp án D

**Phân tích:** Đây là bài toán tổng quát, ta nên xét kĩ bài toán này, đưa ra công thức tổng quát để từ đó ta có thể áp dụng luôn công thức.

#### Lời giải

Gọi hai kích thước của hình trụ lần lượt là  $r; h$ , trong đó  $r$  là bán kính đường tròn đáy và  $h$  là chiều cao của hình trụ.

$$\text{Ta có mối quan hệ: } V = \pi r^2.h \Rightarrow h = \frac{V}{\pi r^2}.$$

Để tiết kiệm chi phí nhất thì diện tích toàn phần của hình trụ phải nhỏ nhất. Tức là:

$$\begin{aligned} f(r) &= 2.\pi r.h + 2\pi r^2 = 2\pi r \cdot \frac{V}{\pi r^2} + 2\pi r^2 = \frac{2V}{r} + 2\pi r^2 \\ &= \frac{V}{r} + \frac{V}{r} + 2\pi r^2 \geq 3\sqrt[3]{2\pi V^2} \end{aligned}$$

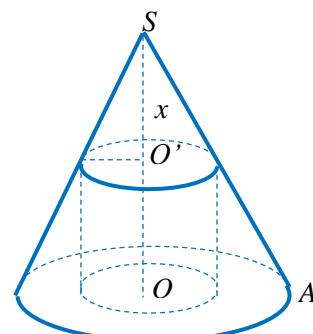
Dấu bằng xảy ra khi  $\frac{V}{r} = 2\pi r^2 \Leftrightarrow r = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$

### Câu 9: Đáp án A

Bài toán giống bài toán 8, chỉ thay đổi là lon sữa.

### Câu 10: Đáp án C

**Phân tích:** Ta có hình vẽ sau:



Đề bài yêu cầu tìm  $x$  để phần không gian nằm phía trong ( $N$ ) nhưng phía ngoài ( $T$ ) đạt giá trị nhỏ nhất, tương đương với tìm  $x$  để thể tích khối trụ ( $T$ ) đạt giá trị lớn nhất. ( bài toán này tương tự như bài toán vắt mì tôm mà tôi đã giới thiệu ở câu 11 đề 6



trong sách bộ đề Tinh túy môn toán 2017). Nên ở đây tôi sẽ trình bày lời giải luôn.

### Lời giải

Áp dụng định lí Thales ta có:  $\frac{x}{h} = \frac{r'}{r} \Rightarrow r' = \frac{xr}{h}$ .

Khi đó ta có công thức tính thể tích của khối trụ là

$$V = f(x) = \pi(r')^2 \cdot (h-x) = \pi \frac{r^2}{h^2} \cdot x^2 \cdot (h-x).$$

Khi đó  $f'(x) = \frac{\pi r^2}{h^2} (2hx - 3x^2) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2h}{3}$  do  $x > 0$ .

Đến đây ta chọn C.

### Câu 11: Đáp án A

Ta có hàm vận tốc là đạo hàm của hàm quãng đường, do vậy ta có

$$v = s' = -3t^2 + 12t = -3(t^2 - 4t + 4) + 12$$

$$= 12 - 3(t-2)^2 \leq 12$$

Dấu bằng xảy ra khi  $t = 2$ .

### Câu 12: Đáp án C

Ta có  $200 = (v-8) \cdot t \Rightarrow t = \frac{200}{v-8}$ . Khi đó

$E(v) = cv^3 \cdot \frac{200}{v-8}$ . Do c là hằng số nên để năng lượng tiêu hao ít nhất thì  $f(v) = \frac{200v^3}{v-8}$  đạt giá trị nhỏ nhất.

Xét hàm số  $f(v)$  trên  $(8; +\infty)$  ta có

$$f'(v) = 200 \cdot \frac{3v^2 \cdot (v-8) - v^3}{(v-8)^2} = 200 \cdot \frac{2v^3 - 24v^2}{(v-8)^2};$$

$$f'(v) = 0 \Leftrightarrow v = 12.$$

### Câu 13: Đáp án B

Tương tự như bài toán tính thời gian min thì ở đây là tính giá tiền min.

Giả sử S là điểm mà đường dây điện nối dưới đất từ A đến S, sau đó từ S đến C đường dây điện đặt dưới nước.

Lúc này đặt  $SB = x$  ( $0 \leq x \leq 4$ ), khi đó  $SA = 4 - x$ .

Khi đó  $SC = \sqrt{BC^2 + SB^2} = \sqrt{1^2 + x^2} = \sqrt{x^2 + 1}$

Vậy chi phí lắp đặt được tính bằng công thức:

$$f(x) = 5000 \cdot \sqrt{x^2 + 1} + (4-x) \cdot 3000 \text{ (USD)}$$

Ta có  $f'(x) = 5000 \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} - 3000 = 0 \Leftrightarrow x = 0,75$ .

(Bấm máy sửa dụng nút SHIFT SOLVE ta được nghiệm  $x = 0,75$ ).

Lúc này  $SA = 4 - 0,75 = \frac{13}{4}$ .

### Câu 14: Đáp án C

Do độ dày của kính không đáng kể nên

Thể tích bể cá là:  $V = abc = 1,296$

Diện tích tổng các miếng kính là

$$S = ab + 2ac + 3bc \text{ (kể cả miếng ở giữa)}$$

Ta có:

$$\frac{S}{abc} = \underbrace{\frac{1}{c} + \frac{2}{b} + \frac{3}{a}}_{Cauchy cho 3 so \frac{1}{c}, \frac{2}{b}, \frac{3}{a}} \geq 3\sqrt[3]{\frac{1}{c} \cdot \frac{2}{b} \cdot \frac{3}{a}} = \frac{3\sqrt[3]{6}}{\sqrt[3]{abc}} = \frac{3\sqrt[3]{6}}{\sqrt[3]{1,296}}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{c} = \frac{2}{b} = \frac{3}{a} \\ abc = 1,296 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1,8 \\ b = 1,2 \\ c = 0,6 \end{cases}$$

### Câu 15: Đáp án A

**Phân tích:** Tương tự như bài câu 14, tuy nhiên, ở câu 14 có 3 ẩn, và ta biểu diễn hàm theo hai ẩn, còn ở câu này, có hai ẩn, nên ta có thể sử dụng dũ kiện để bài để đưa về hàm một ẩn.

### Lời giải

Do thể tích của bể cá là  $72dm^3$  nên ta có

$$72 = 3ab \Leftrightarrow b = \frac{24}{a}.$$

Vậy tổng diện tích nguyên liệu để làm bể được tính bằng công thức:  $S = f(a) = 2.3.a + 2.3b + ab$

$$\Leftrightarrow f(a) = 6a + 6 \cdot \frac{24}{a} + a \cdot \frac{24}{a} = 6a + \frac{144}{a} + 24$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho hai số dương ta

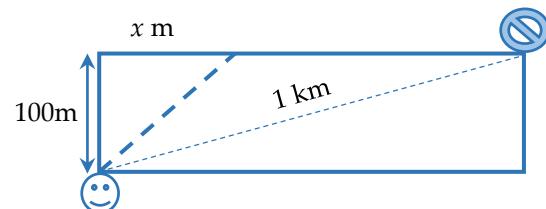
$$\text{được: } 6a + \frac{144}{a} \geq 2\sqrt{6a \cdot \frac{144}{a}} = 24\sqrt{6}$$

$$\Leftrightarrow f(a) \geq 24\sqrt{6} + 24$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } 6a = \frac{144}{a} \Leftrightarrow a = \sqrt{24} \Rightarrow b = \sqrt{24}.$$

### Câu 16: Đáp án A

Bài toán tương tự như bài toán tìm thời gian ngắn nhất ở ví dụ 8, 9. Cũng có hai cách di chuyển, có vận tốc. Ở bài toán này ta có hình vẽ minh họa như sau để dễ tưởng tượng



Đặt vận tốc bơi của chiến sĩ là  $v$ , thì vận tốc chạy bờ của chiến sĩ là  $2v$ .

Kí hiệu như hình vẽ, thì quãng đường bơi của chiến sĩ sẽ là  $l_1 = \sqrt{x^2 + 100^2}$

Quãng đường chạy bộ của chiến sĩ là:

$$l_2 = \sqrt{1000^2 - 100^2} - x = 300\sqrt{11} - x$$

Vậy thời gian mà chiến sĩ đi được đến mục tiêu là:

$$\begin{aligned} t &= \frac{\sqrt{x^2 + 100^2}}{v} + \frac{300\sqrt{11} - x}{2v} \\ &= \frac{2\sqrt{x^2 + 100^2} + 300\sqrt{11} - x}{2v} \end{aligned}$$

Do  $v$  không đổi nên  $t$  min khi

$$2\sqrt{x^2 + 100^2} + 300\sqrt{11} - x = f(x) \text{ min.}$$

$$f'(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 100^2}} - 1 = 0$$

Bấm máy sử dụng SHIFT SOLVE ta được:

|                           |             |
|---------------------------|-------------|
| Math                      |             |
| $2X - \sqrt{X^2 + 100^2}$ |             |
| $X =$                     | 57.73502692 |
| $L-R =$                   | 0           |

Lúc này máy đã tự động gán X. Do đề yêu cầu tìm quãng đường bơi sông tức là ta tìm  $l_1 = \sqrt{x^2 + 100^2}$ . Ta tiếp tục bấm  $X^2 + 100^2$ , được kết quả:

|                     |   |
|---------------------|---|
| Math                |   |
| $X^2 + 100^2$       |   |
| $\underline{40000}$ | 3 |

$$\text{Vậy } l_1 = \frac{200}{\sqrt{3}}.$$

### Câu 17: Đáp án B

Tìm liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất, tức là tìm  $x$  sao cho  $H(x)$  đạt giá trị lớn nhất.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } H(x) &= 0,025x^2(30-x) = 0,0125x^2(60-2x) \\ &= 0,0125.x.x.(60-2x) \end{aligned}$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta được:

$$x.x.(60-2x) \leq \left( \frac{x+x+60-2x}{3} \right)^3 = 20^3$$

Dấu bằng xảy ra khi  $x = 60 - 2x \Leftrightarrow x = 20$ .

### Câu 18: Đáp án D.

$$\begin{aligned} \Delta ABC \text{ có } DH \parallel AC &\Rightarrow \frac{DH}{AC} = \frac{BH}{BC} \\ \Leftrightarrow \frac{4}{AC} = \frac{BH}{BC} &\Leftrightarrow \frac{AC-4}{AC} = \frac{CH}{BC} = \frac{0,5}{BC} \\ \Leftrightarrow BC &= \frac{AC}{2(AC-4)} \end{aligned}$$

$$AB^2 = BC^2 + AC^2 \Leftrightarrow AB^2 = \frac{AC^2}{4(AC-4)^2} + AC^2$$

Điều kiện:  $AC > 4$

Sử dụng MTCT MODE 7 ta được  $\min y \approx 5,5902$

### Câu 19: Đáp án A

Áp dụng công thức tổng quát mà ta đã chứng minh ở câu 8 thì ta có  $r = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}} = \sqrt[3]{\frac{2000}{2\pi}} = \frac{10}{\sqrt[3]{\pi}}$ .

### Câu 20: Đáp án B

Với bài này đọc giả cần nhớ lại công thức tính độ dài cung tròn. Độ dài cung tròn  $AB$  dùng làm phễu là:

$$Rx = 2\pi r \Leftrightarrow r = \frac{Rx}{2\pi};$$

$$h = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{R^2 - \frac{R^2 x^2}{4\pi^2}} = \frac{R}{2\pi} \sqrt{4\pi^2 - x^2}$$

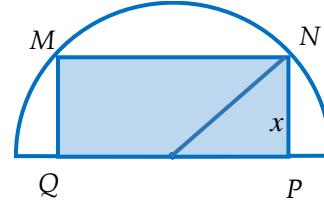
Thể tích cái phễu là:

$$V = f(x) = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{R^3}{24\pi^2} x^2 \sqrt{4\pi^2 - x^2} \text{ với } x \in (0; 2\pi).$$

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{R^3}{24\pi^2} \cdot \frac{x(8\pi^2 - 3x^2)}{\sqrt{4\pi^2 - x^2}}$$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 8\pi^2 - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$ . Vì đây là BT trắc nghiệm nên ta có thể kết luận luôn rằng thể tích của cái phễu lớn nhất khi  $x = \frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$ . Vì ta đang xét trên  $(0; 2\pi)$  mà  $f'(x) = 0$  tại duy nhất một điểm thì ta có thể làm nhanh mà không vẽ BBT nữa.

### Câu 21: Đáp án C



Đặt  $NP = x$ . Khi đó  $PQ = 2\sqrt{R^2 - x^2} = 2\sqrt{9 - x^2}$ . Lúc này diện tích hình chữ nhật đã cho được tính bằng công thức:  $S = 2x\sqrt{9 - x^2}$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có:

$$2x\sqrt{9 - x^2} \leq x^2 + 9 - x^2 = 9. \text{ Đến đây ta chọn C, mà không cần xét dấu bằng xảy ra nữa.}$$

### Câu 22: Đáp án D

Ta có hình vẽ minh họa như sau:





Nếu gọi chiều rộng của đáy hình hộp chữ nhật là  $x$  thì chiều dài của đáy hình hộp là  $30 - x$ . (Với 30 là nửa chu vi đáy).

Lúc này thể tích của hình hộp được tính bằng công thức:  $V = f(x) = x.(30 - x).20$

Áp dụng bất đẳng thức  $(a+b)^2 \geq 4ab$  ta có

$$20.x.(30 - x) \leq 20 \cdot \frac{(x+30-x)^2}{4} = 4500 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

### Câu 23: Đáp án C

**Phân tích:** Một bài toán thực tế khá hay trong ứng dụng của việc tìm giá trị lớn nhất của hàm số. Ta nhận thấy, dài duy bằng tạo thành hai hình chữ nhật quanh cái hộp, do đó chiều dài của dài duy bằng chính là tổng chu vi của hai hình chữ nhật đó. Tất nhiên chiều dài duy bằng đã phải trừ đi phần duy bằng dùng để thắt nơ, có nghĩa là:

$$2.2.(2r+h) = 120 \Leftrightarrow h = 30 - 2r$$

Khi đó thể tích của hộp quà được tính bằng công thức:

$$V = B.h = \pi.r^2(30 - 2r) = \pi(-2r^3 + 30r^2)$$

Xét hàm số  $f(r) = -2r^3 + 30r^2$  trên  $(0;15)$

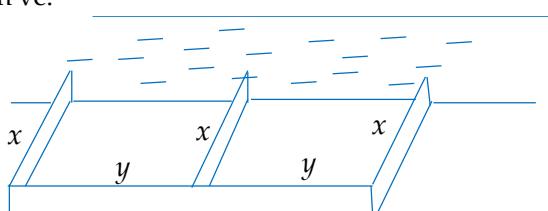
$$f'(r) = -6r^2 + 60r; f'(r) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} r = 0(l) \\ r = 10 \end{cases}$$

Khi đó vẽ BBT ta nhận ra  $\max_{(0;10)} f(r) = f(10)$ . Khi đó

thể tích của hộp quà  $V = B.h = \pi \cdot 10^2 \cdot 10 = 1000\pi$ .

### Câu 24: Đáp án A

**Phân tích:** Ta đặt các kích thước của hàng rào như hình vẽ:



Từ đề bài ban đầu ta có được mối quan hệ sau:

Do bắc nông dân trả 15 000 000 đồng để chi trả cho nguyên vật liệu và đã biết giá thành từng mặt nên ta có mối quan hệ:

$$3x \cdot 50000 + 2y \cdot 60000 = 15000000$$

$$\Leftrightarrow 15x + 12y = 1500$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{1500 - 15x}{12} = \frac{500 - 5x}{4}$$

Diện tích của khu vườn sau khi đã rào được tính bằng công thức:

$$f(x) = 2 \cdot x \cdot y = 2x \cdot \frac{500 - 5x}{4} = \frac{1}{2}(-5x^2 + 500x)$$

Đến đây ta có hai cách để tìm giá trị lớn nhất của diện tích:

**Cách 1:** Xét hàm số trên một khoảng, vẽ BBT và kết luận GTLN:

$$\text{Xét hàm số } f(x) = \frac{1}{2}(-5x^2 + 500x) \text{ trên } (0;100)$$

$$f'(x) = \frac{1}{2}(-10x + 500), f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 50$$

Ta có BBT:

|         |   |      |     |
|---------|---|------|-----|
| $x$     | 0 | 50   | 100 |
| $f'(x)$ | + | 0    | -   |
| $f(x)$  |   | 6250 |     |

**Cách 2:** Nhẩm nhanh như sau: Ta biết rằng  $A - g^2(x) \leq A$  với mọi  $x$ , nên ta có thể nhẩm nhanh được:

$$f(x) = \frac{5}{2}(-x^2 + 100x) = \frac{5}{2}(-x^2 + 2.50.x - 2500 + 2500)$$

$$= \frac{5}{2} \cdot [2500 - (x-50)^2] \leq 6250$$

Hoặc bấm máy tính phần giải phương trình bậc hai và ấn bằng nhiều lần máy sẽ hiện như sau:

X-Value Maximum=

50

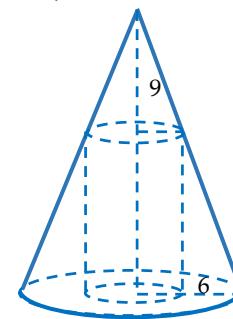
Y-Value Maximum=

6250

Vậy ta đã có kết quả của bài toán.

### Câu 25: Đáp án C

**Phân tích:** Đây thực chất là bài toán khối trụ nội tiếp khối nón, ta có kí hiệu các kích thước như sau:



Ta có thể tích vật mì tôm được tính bằng

$$V = B.h = \pi.r^2.h$$

Đây là ứng dụng của bài toán tìm GTLN, GTNN trên một khoảng (đoạn) xác định:

Ta sẽ đưa thể tích về hàm số một biến theo  $h$  hoặc  $r$ .

Trước tiên ta cần đi tìm mối liên hệ giữa  $h$  và  $r$ . Nhìn vào hình vẽ ta thấy các mối quan hệ vuông góc và song song, dùng định lí Thales ta sẽ có:

$$\frac{h}{9} = \frac{6-r}{6} \Leftrightarrow h = \frac{18-3r}{2}$$

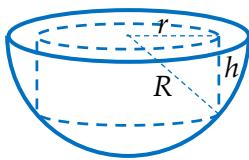
Khi đó  $V = f(r) = \pi r^2 \cdot \frac{18-3r}{2} = -\frac{3\pi r^3}{2} + 9\pi r^2$  với  $0 < r < 6$

$$f'(r) = -\frac{9}{2}\pi r^2 + 18\pi r = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} r = 0 \\ r = 4 \end{cases}$$

Khi đó ta không cần phải vẽ BBT ta cũng có thể suy ra được với  $r = 4$  thì  $V$  đạt GTLN, khi đó  $V = 48\pi$ .

### Câu 26: Đáp án A

Đây là một bài toán thực tế dựa trên ứng dụng: khối trụ nội tiếp nửa khối cầu. Ta có mặt cắt của nửa khối cầu đụng mĩ phẩm với các kích thước được thể hiện trong hình vẽ sau:



Ý tưởng của bài toán này dựa trên kiến thức chúng ta đã học là tìm GTLN-GTNN của hàm số một biến trên 1 khoảng (đoạn). Ở đây có hai biến đó là  $r$  và  $h$ . Do đó ta sẽ tìm cách để đưa về một biến, đưa biến này theo biến kia. Ở đây tôi sẽ đưa  $r$  theo  $h$ .

Ta nhận thấy theo định lý Pytago thì  $r^2 = R^2 - h^2$

Khi đó

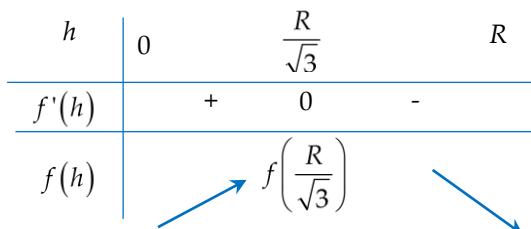
$$V_{tru} = B.h = \pi r^2 \cdot h = \pi(R^2 - h^2) \cdot h = \pi(-h^3 + R^2 \cdot h)$$

Để thể tích khối trụ lớn nhất thì  $f(h) = -h^3 + R^2 \cdot h$  có

GTLN trên  $(0; R)$ .

$$f'(h) = -3h^2 + R^2 = 0 \Leftrightarrow h = \frac{R}{\sqrt{3}} = 3$$

Ta có BBT (dĩ nhiên trong khi làm bài thi trắc nghiệm, quý độc giả không nhất thiết phải vẽ BBT làm gì. Tuy nhiên tôi vẫn vẽ ở đây để giải thích rõ cho quý độc giả hiểu).



$$\text{Mà } f\left(\frac{R}{\sqrt{3}}\right) = f(3) = -3^3 + (3\sqrt{3})^2 \cdot 3 = 54.$$

Vậy  $V_{max} = 54\pi$ .

### Câu 27: Đáp án B

Tương tự như các bài toán trên, ta thiết lập được luôn công thức tính thời gian:

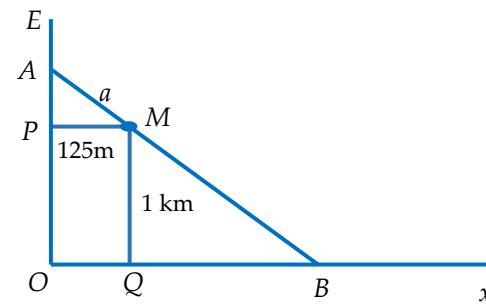
$$t = \frac{x}{4,8} + \frac{\sqrt{(200-x)^2 + 50^2}}{1,6}$$

$$\text{Ta có } t' = \frac{1}{4,8} + \frac{-(200-x)}{1,6 \cdot \sqrt{(200-x)^2 + 50^2}} = 0 \Leftrightarrow x \approx 182m$$

Giải phương trình trên bằng cách bấm máy, sử dụng SHIFT CALC:

### Câu 28: Đáp án C

Ta có hình vẽ minh họa như sau:



Kí hiệu như hình vẽ.

Đặt  $AM = a$ . Lúc này để viết  $MB$  theo  $a$ , ta để ý thấy hai tam giác  $APM$  và  $MQB$  đồng dạng.

$$\text{Lúc này } \frac{AP}{MQ} = \frac{AM}{MB} \Rightarrow MB = \frac{AM \cdot MQ}{AP} = \frac{a \cdot 1000}{\sqrt{a^2 - 125^2}}$$

Lúc này để hoàn thành con đường với chi phí thấp nhất, tức là  $AB$  có độ dài ngắn nhất.

Tức là  $f(a) = a + \frac{1000a}{\sqrt{a^2 - 125^2}}$  đạt giá trị nhỏ nhất.

$$\text{Ta có } f'(a) = 1 + 1000 \cdot \frac{\sqrt{a^2 - 125^2} - \frac{a^2}{\sqrt{a^2 - 125^2}}}{a^2 - 125^2}$$

$$= 1 + 1000 \cdot \frac{-125^2}{(a^2 - 125^2) \cdot \sqrt{a^2 - 125^2}} = 0 \Leftrightarrow a \approx 279,5.$$

Sử dụng nút SHIFT Solve ta được kết quả như trên.

Lúc này chi phí thấp nhất để hoàn thành con đường là:  $f(a_0) \cdot \frac{150000000}{100} \approx 2,0963$  tỷ đồng.

Do máy tính đã gán giá trị nghiệm tìm được vào  $X$  nên ta không cần dùng lệnh SHIFT STO mà nhập luôn  $X$  vào biểu thức để có kết quả:

$\left( x + \frac{1000x}{\sqrt{x^2 - 125^2}} \right) \times 1 \Rightarrow 2096313729$

### Câu 31: Đáp án C

Bài toán quen thuộc, đặt  $AM = x$ ; khi đó

$BM = 24 - x$ . Lúc này ta có độ dài đoạn dây đèn led được tính bằng công thức:

$$f(x) = CM + DM = \sqrt{x^2 + 10^2} + \sqrt{(24-x)^2 + 30^2}$$

$$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 10^2}} + \frac{-(24-x)}{\sqrt{(24-x)^2 + 30^2}} = 0 \Leftrightarrow x = 6.$$

Lúc này  $MB = 24 - 6 = 18$  (m).

### Câu 32: Đáp án A

Gọi  $x$  là độ dài cạnh hình vuông và  $r$  là bán kính của hình tròn. Ta có  $4x + 2\pi r = 60$ .

$$\text{Từ đó } x = \frac{1}{2}(30 - \pi r), 0 < r < \frac{30}{\pi}.$$

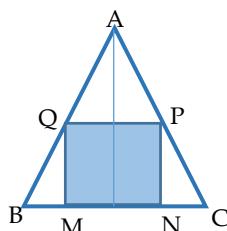
Tổng diện tích của hình vuông và hình tròn là

$$S = \pi r^2 + x^2 = \pi r^2 + \frac{1}{4}(30 - \pi r)^2.$$

$$\text{Xét hàm số } f(r) = \left( \pi + \frac{\pi^2}{4} \right) r^2 - 15\pi r + 225$$

$$\text{Ta có } f'(r) = 2 \left( \pi + \frac{\pi^2}{4} \right) r - 15\pi = 0 \Leftrightarrow r = \frac{30}{\pi + 4}.$$

### Câu 33: Đáp án C



Đặt nửa chiều dài của hình chữ nhật là  $x$  ( $0 < x < 8$ ),

Lúc này suy ra  $NC = 8 - x$

$$\text{Áp dụng định lý Thales ta có } \frac{NC}{8} = \frac{CP}{AC}$$

$$\Leftrightarrow CP = \frac{(8-x).16}{8} = 2(8-x)$$

Áp dụng định lý Pytago ta có

$$(2(8-x))^2 = (8-x)^2 + NP^2 \Leftrightarrow NP = (8-x)\sqrt{3}$$

$$\text{Vậy } S_{MNPQ} = 2x.(8-x)\sqrt{3}$$

Áp dụng bất đẳng thức  $4ab \leq (a+b)^2$  ta có:

$$4x.(8-x)\frac{\sqrt{3}}{2} \leq 32\sqrt{3}.$$

### Câu 34: Đáp án C

$$\text{Ta có } v = (-2t^3 + 18t^2 + 2t + 1)' = -6t^2 + 36t + 2$$

$$v' = -12t + 36 = 0 \Leftrightarrow t = 3s.$$

### Câu 35: Đáp án C

Gọi chiều cao của bể là  $h$ , lúc này ta có

$$V = \pi r^2 h = 64\pi \Leftrightarrow r^2 h = 64 \Rightarrow h = \frac{64}{r^2}.$$

Vậy ta có diện tích toàn phần của bể là:

$$S_{tp} = S_{xq} + 2S_{day} = 2\pi r \cdot \frac{64}{r^2} + 2\pi r^2 = 2\pi \left( \frac{64}{r} + r^2 \right)$$

$$= 2\pi \left( \frac{32}{r} + \frac{32}{r} + r^2 \right)$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta được:

$$2\pi \left( \frac{32}{r} + \frac{32}{r} + r^2 \right) \geq 3\sqrt[3]{32.32}$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } \frac{32}{r} = r^2 \Leftrightarrow r = \sqrt[3]{32}.$$

### Câu 36: Đáp án A

Ta có  $y = 3x$ , lúc này theo đề bài ta có

$$xyz = 18 \Leftrightarrow 3x^2 z = 18 \Leftrightarrow z = \frac{6}{x^2}$$

$$\text{Lúc này } S_{tp} = S_{xq} + S_{day} = 2 \cdot (x+3x) \cdot \frac{6}{x^2} + x \cdot 3x$$

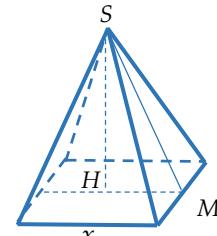
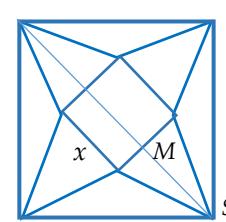
$$= \frac{24}{x} + \frac{24}{x} + 3x^2 \geq 2\sqrt{24 \cdot 24 \cdot 3}$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } \frac{24}{x} = 3x^2 \Leftrightarrow x^3 = 8 \Leftrightarrow x = 2$$

$$\text{Suy ra } y = 6; z = \frac{3}{2}.$$

### Câu 37: Đáp án D

Ta có hình vẽ



Kí hiệu như hình vẽ. Do hình vuông có cạnh là 1m nên độ dài đường chéo của hình vuông là  $\sqrt{2}$  m.

$$\text{Lúc này ta có } MS = \frac{\sqrt{2}-x}{2} \text{ m.}$$

Vậy áp dụng định lý pytago cho tam giác vuông SHM ta có:

$$SH = \sqrt{SM^2 - HM^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}-x}{2}\right)^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{2-2\sqrt{2}x}.$$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot x^2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2-2\sqrt{2}x} \cdot x^2$$

$$\text{Điều kiện } 0 < x < \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Ta có } y' = 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{2-2\sqrt{2}x} - \frac{x\sqrt{2}}{\sqrt{2-2\sqrt{2}x}} = 0$$

$$\Leftrightarrow 2(2-2\sqrt{2}x) = x\sqrt{2} \Leftrightarrow x = \frac{4}{5\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{5}.$$